

# 繰返し生産の最適順序づけ問題†

真 田 英 彦\*  
仲 上 公 英  
手 塚 慶 一  
笠 原 芳 郎

## あ ら ま し

従来順序づけ問題では、 $m$  台の機械で  $n$  種類の仕事を、ただ1とおり処理し終わるのに要する時間を最小にする問題が取扱かわれてきた。しかし実際には、これらを繰返して処理する場合も多い。このような場合については、従来の順序づけ問題としては解決できない。本論文においては、 $m$  台の機械で  $n$  種の仕事を繰返し処理する場合に、たかだか  $m$  周期目には、ガントチャートは定常状態に達し、それ以後の周期における処理時間は、機械ごとの仕事処理時間の和の最大値に等しいことを証明している。これによって、繰返し生産の順序づけ問題は、たかだか  $(m-1)$  周期の最適順序づけ問題として考えればよいことが明らかになった。

## 1. は し が き

通常の順序づけ問題の解法は、Johnson<sup>3)</sup> ならびに Dudeck と Teuton<sup>1)</sup> 等によって発表されているが、それらは何種類かの仕事を1通り処理する場合の問題に関するもので、繰返し生産に関するものは、これまでほとんど検討されていない。しかし実際の生産工場などにおける作業工程を考えてみると、そのような繰返し生産の問題をも検討してみる必要性は大きいことが指摘されている<sup>2)</sup>。

本論文では、このような繰返し生産の順序づけ問題について検討し、後述の定理で示すような重要な性質を明らかにした。この性質によれば、繰返し回数の多い順序づけ問題を、わずかの繰返し回数の順序づけ問題に帰着させることができ、問題の解決がかなり容易となることが推察できる。

## 2. 定理とその証明

〔表示法〕

$m$  : 機械台数

$n$  : 仕事数

---

† 1967年2月6日受理

\* 大阪大学工学部

$J_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) : 仕事の種類

$M_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, m$ ) : 機械の種類

$j$  ( $j=1, 2, 3, \dots$ ) : 周期

$\tau_{ki}$  : 機械  $k$  での仕事  $i$  の仕事処理時間

$t_{jki}^b$  :  $j$  周期, 機械  $M_k$  での, 仕事  $J_i$  の仕事処理開始時刻

$t_{jki}^e$  : 同上仕事処理終了時刻

$T_j$  :  $j$  周期の仕事処理に要する時間

$M_K$  : 仕事処理時間最大の機械

(図1参照)

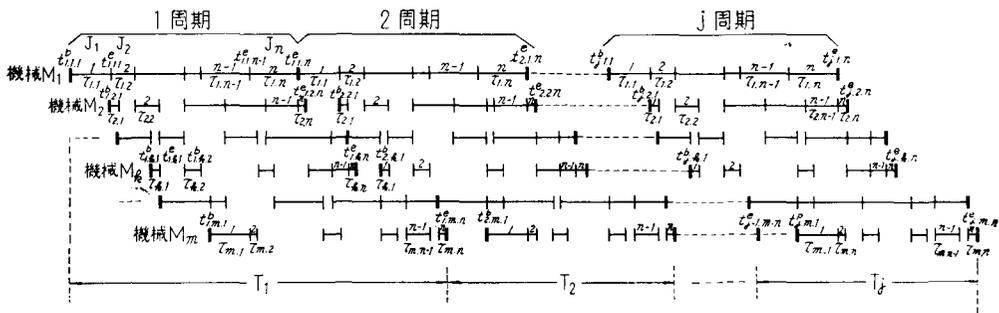


図1  $m$  台の機械により  $n$  種の仕事を繰返し処理する場合のガント・チャート

まず機械2台の場合について考える.

[補題1]

$n$  種類の仕事  $J_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) が2台の機械  $M_k$  ( $k=1, 2$ ) によって, 添字の順に繰返して処理されるものとすれば, 仕事  $J_i$  の機械  $M_k$  における処理時間を  $\tau_{ki}$  とすると, 2周期目以後の仕事を1周期処理するに要する時間は,

$$\max_{k=1,2} \left( \sum_{i=1}^n \tau_{ki} \right)$$

となり, 仕事の処理順序には関係しない.

(証明)

時刻0より始め,  $j$  周期目, 機械  $M_k$  での, 仕事  $J_i$  の仕事処理開始時刻および終了時刻  $t_{jki}^b, t_{jki}^e$  について, 以下のような式が成立つ.

$$i=1, 2, 3, \dots, n$$

$$j=1, 2, 3, \dots$$

$$l=1, 2, 3, \dots$$

に対して, 機械  $M_l$  に関しては,

$$(1) \quad t_{j+l,l,i}^b = t_{j+l,l,i-1}^e$$

$$(2) \quad t_{j+l,l,i}^e = t_{j+l,l,i}^b + \tau_{l,i}$$

ただし

$$(3) \quad t_{1,1,1}^b = 0$$

$$(4) \quad t_{2+l,1,0}^e = t_{1+l,1,n}^e$$

機械  $M_2$  に関しては,

$$(5) \quad t_{j+l,2,i}^b = \max(t_{j+l,2,i-1}^e, t_{j+l,1,i}^e)$$

$$(6) \quad t_{j+l,2,i}^e = t_{j+l,2,i}^b + \tau_{2,i}$$

ただし

$$(7) \quad t_{2+l,2,0}^e = t_{1+l,2,n}^e$$

(1), (2), (3), (4) 式より

$$(8) \quad t_{j+l,1,i}^e = \sum_{r=1}^i \tau_{1,r} + (j+l-1) \left( \sum_{r=1}^n \tau_{1,r} \right)$$

(5), (6), (7) および (8) 式と付録〔公式1〕の間に,

$$t_{j+l,2,i}^e \longleftrightarrow x_{(j+l-1)n+i}$$

$$t_{j+l,2,i}^b \longleftrightarrow y_{(j+l-1)n+i}$$

$$t_{j+l,1,i}^e \longleftrightarrow z_{(j+l-1)n+i}$$

$$\tau_{1,i} = \tau_{1,(j+l-1)n+i} \longleftrightarrow a_{(j+l-1)n+i}$$

$$\tau_{2,i} = \tau_{2,(j+l-1)n+i} \longleftrightarrow b_{(j+l-1)n+i}$$

なる対応を考えれば、直ちに

$$(9) \quad t_{j+l,2,i}^e = \max_{1 \leq \rho \leq (j+l-1)n+i} \left( \sum_{r=1}^{\rho} \tau_{1,r} + \sum_{r=\rho}^{(j+l-1)n+i} \tau_{2,r} \right)$$

したがって,

$$(10) \quad \begin{aligned} t_{2+l,2,n}^e &= \max_{1 \leq \rho \leq (l+2)n} \left( \sum_{r=1}^{\rho} \tau_{1,r} + \sum_{r=\rho}^{(l+2)n} \tau_{2,r} \right) \\ &= \max \left( \sum_{r=1}^n \tau_{1,r} + \max_{1 \leq \rho \leq (l+1)n} \left( \sum_{r=1}^{\rho} \tau_{1,r} + \sum_{r=\rho}^{(l+1)n} \tau_{2,r} \right), \right. \\ &\quad \left. \sum_{r=1}^n \tau_{2,r} + \max_{1 \leq \rho \leq (l+1)n} \left( \sum_{r=1}^{\rho} \tau_{1,r} + \sum_{r=\rho}^{(l+1)n} \tau_{2,r} \right) \right) \end{aligned}$$

$$(11) \quad t_{1+l,2,n}^e = \max_{1 \leq \rho \leq (l+1)n} \left( \sum_{r=1}^{\rho} \tau_{1,r} + \sum_{r=\rho}^{(l+1)n} \tau_{2,r} \right)$$

2 周期目以後の仕事は, 1 周期処理する時間  $T_{2+l}$  は,

$$(12) \quad \begin{aligned} T_{2+l} &= t_{2+l,2,n}^e - t_{1+l,2,n}^e \\ &= \max \left( \sum_{r=1}^n \tau_{1,r}, \sum_{r=1}^n \tau_{2,r} \right) \end{aligned}$$

証明終

補題 1 を, 機械  $m$  台に拡張して, 次の定理を得る.

〔定 理〕

$n$  種類の仕事  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) が,  $m$  台の機械  $M_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, m$ ) によって, 添字の順に繰返して処理されるものとすれば, 仕事  $J_i$  の機械  $M_k$  における処理時間を  $\tau_{ki}$  とすると,  $m$  周期以後の仕事 1 周期を処理するに要する時間は,

$$\max_{1 \leq k \leq m} \left( \sum_{r=1}^n \tau_{kr} \right)$$

となり, 仕事処理順序には関係しない.

(証 明)

$$\begin{aligned} j &= 1, 2, 3, \dots \\ k &= 1, 2, 3, \dots, m \\ i &= 1, 2, 3, \dots, n \\ l &= 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

に対して次の 2 式が成立する.

$$t_{jki}^b = \max (t_{j,k,i-1}^e, t_{j,k-1,i}^e) \quad \dots\dots(13)$$

$$t_{jki}^e = t_{jki}^b + \tau_{ki} \quad \dots\dots(14)$$

ただし,  $t_{1,1,1}^b = 0 \quad \dots\dots(15)$

$$t_{j,0,i}^e = 0 \quad \dots\dots(16)$$

$$t_{0,k,n}^e = 0 \quad \dots\dots(17)$$

$$t_{j,k,0}^e = t_{j-1,k,n}^e \quad \dots\dots(18)$$

補題 1 の証明と同様にして,

$$t_{jki}^e = \max_{1=p_0 \leq p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_{m-1} \leq p_m = (j-1)n+i} \left( \sum_{r=p_0+1}^{p_1} \tau_{1,r} + \sum_{r=p_1+1}^{p_2} \tau_{2,r} + \dots + \sum_{r=p_{m-1}+1}^{p_m} \tau_{m,r} \right) \quad \dots\dots(19)$$

(19) 式より

$$\begin{aligned} t_{m+l,m,n}^e &= \max_{1=p_0 \leq p_1 \leq \dots \leq p_{m-1} \leq p_m = (m+l)n} \left( \sum_{p_0}^{p_1} \tau_{1,r} + \sum_{p_1}^{p_2} \tau_{2,r} + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \sum_{p_{m-1}}^{p_m} \tau_{m,r} \right) \quad \dots\dots(20) \end{aligned}$$

ところで,  $p_r - p_{r-1}$  (但し  $r=1, 2, 3, \dots, m$   $p_0=1$   $p_m=(m+l)n$ ) の中の少なくとも 1 つは,  $n$  より小さくない. このうち最小の  $r$  を  $R$  とすると,  $p_R - p_{R-1} \geq n$  となる.

任意の組合せ

$$(p_0, p_1, p_2, \dots, p_{m-1}, p_m) \quad \dots\dots(a)$$

に対して  $R$  は 1 つきまる. したがって,

$$p_r' = \begin{cases} p_r & (1 \leq r \leq R-1) \\ p_r - n & (R \leq r \leq m) \end{cases}$$

とすることにより, 組合せ

$$(R, p_0, p_1, p_2, \dots, p_{m-1}, p_m) \quad \dots\dots(b)$$

を考えると, (a) と (b) は1対1の対応をする. しかも,

$$\begin{aligned} & \sum_{p_0}^{p_1} \tau_{1,r} + \sum_{p_1}^{p_2} \tau_{2,r} + \dots + \sum_{p_{m-1}}^{p_m} \tau_{m,r} \\ &= \sum_1^n \tau_{Rr} + \sum_{p_0}^{p_1} \tau_{1,r} + \sum_{p_1}^{p_2} \tau_{2,r} + \dots + \sum_{p_{R-1}}^{p_{R-n}} \tau_{R,r} + \sum_{p_R}^{p_{R+1}} \tau_{R+1,r} + \dots + \sum_{p_{m-1}}^{p_m} \tau_{m,r} \end{aligned}$$

$\tau_{kr} = \tau_{k,r+n}$  であるから

$$\begin{aligned} \text{上式} &= \sum_1^n \tau_{Rr} + \sum_{p_0}^{p_1} \tau_{1,r} + \dots + \sum_{p_{R-2}}^{p_{R-1}} \tau_{R-1,r} + \sum_{p_{R-1}}^{p_{R-n}} \tau_{R,r} + \sum_{p_{R-n}}^{p_{R+1-n}} \tau_{R+1,r} + \dots + \sum_{p_{m-1-n}}^{p_m-n} \tau_{m,r} \\ &= \sum_1^n \tau_{Rr} + \sum_{p_0'}^{p_1'} \tau_{1,r} + \sum_{p_1'}^{p_2'} \tau_{2,r} + \dots + \sum_{p_{R'-1}'} \tau_{R,r} + \dots + \sum_{p_{m'-1}'} \tau_{m,r} \end{aligned}$$

さらに  $R$  と  $(p_0', p_1', p_2', \dots, p_{m-1}', p_m')$  とは独立に変化し得るから, (20) 式より

$$\begin{aligned} t_{m+l, m, n}^e &= \max_{1 \leq p_1' \leq p_2' \leq \dots \leq p_{m'-1}' \leq (m+l-1)n} \left( \sum_{r=1}^n \tau_{Rr} + \sum_1^{p_1'} \tau_{1,r} + \sum_{p_1'}^{p_2'} \tau_{2,r} + \dots \right. \\ & \quad \left. \dots + \sum_{p_{m'-1}'}^{(m+l-1)n} \tau_{m,r} \right) \\ &= \max_{1 \leq R \leq m} \left( \sum_{r=1}^n \tau_{Rr} \right) + \max_{1 \leq p_1' \leq p_2' \leq \dots \leq p_{m'-1}' \leq (m+l-1)n} \left( \sum_1^{p_1'} \tau_{1,r} + \sum_{p_1'}^{p_2'} \tau_{2,r} + \dots \right. \\ & \quad \left. \dots + \sum_{p_{m'-1}'}^{(m+l-1)n} \tau_{m,r} \right) \quad \dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{m+l-1, m, n}^e &= \max_{1 \leq p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_{m-1} \leq (m+l-1)n} \left( \sum_1^{p_1} \tau_{1,r} + \sum_{p_1}^{p_2} \tau_{2,r} + \dots \right. \\ & \quad \left. \dots + \sum_{p_{m-1}}^{(m+l-1)n} \tau_{m,r} \right) \quad \dots\dots(22) \end{aligned}$$

$(m+l)$  周期の必要処理時間は (21), (22) 式より

$$\begin{aligned} T_{m+l} &= t_{m+l, m, n}^e - t_{m+l-1, m, n}^e \\ &= \max_{1 \leq k \leq m} \left( \sum_{r=1}^n \tau_{kr} \right) = \sum_{r=1}^n \tau_{Rr} \quad \dots\dots(23) \end{aligned}$$

証明終

(系)

繰返し回数が, 機械台数に等しいか, それより大なる場合の繰返し生産の最適処理順序は, 繰返し回数が  $(m-1)$  回の場合の最適処理順序に等しい.

### 3. PERT 図表による定理の別証

スケジューリングの問題は, ガントチャートによる表現だけでなく, 図2の如き, 仕事処理時

間  $\tau_{k,i}$  を各 activity の所要時間とする PERT 図表をもちいて表現することもできる. 本章では, 2章の定理を, この PERT 図表をもとにして証明する.

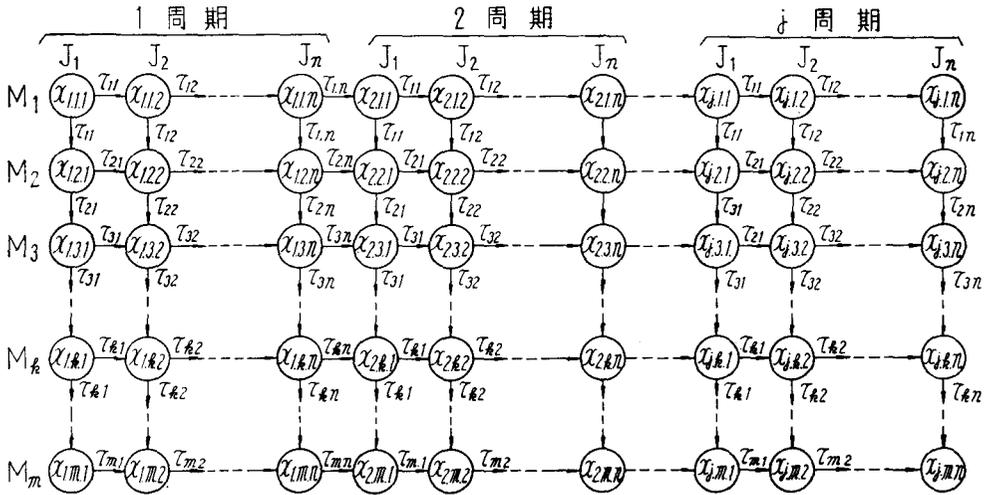


図2 m 台の機械により n 種の仕事を繰返し処理する場合の PERT 図表

図2において, 仕事処理開始時刻より, 仕事を添字の順に  $j$  周期くりかえし処理するに要する時間  $t_{jmn}^e$  は, node  $x_{1,1,1}$  から node  $x_{jmn}$  に至る最長経路 (Critical Path) の長さで表わされる.

[補題2]

図2において node  $x_{1,1,1}$  より最下段の任意の node  $x_{jmi}$  への最長経路は, 仕事処理時間の和が最大である機械  $M_k$  以外のどの機械についても, 1 周期 ( $n$  個) 以上の水平方向 activity を連続して含むことはない.

(証明)

最長経路が, 機械  $M_s$  の activity ( $s$  段目 activity) を 1 周期以上含むとする. ただし  $s$  キ  $K$  である. いま  $s < K$  とすれば,  $x_{1,1,1}$  より  $x_{jmi}$  に至る最長経路を, 次の如き 4 つの経路に分割して考えることができる.

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= [x_{1,1,1} \rightarrow x_{asb}] \\
 P_2 &= [x_{asb} \rightarrow x_{a+1,s,b}] \\
 P_3 &= [x_{a+1,s,b} \rightarrow x_{ckd}] \\
 P_4 &= [x_{ckd} \rightarrow x_{jmi}]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

上記の仮定より  $P_2$  の存在することは明らかである. しかるに, 今, 次のような 4 つの部分よりなる経路を考え,

$$\left. \begin{aligned}
 P_1' &= P_1 \\
 P_2' &= [x_{asb} \rightarrow x_{c-1,k,d}]
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 : P_3 \text{ を } 1 \text{ 周期左へ平行移動した経路} \\
 P_3' = [x_{c-1, kd} \longrightarrow x_{ckd}] \\
 P_4' = P_4
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} : P_3 \text{ を } 1 \text{ 周期左へ平行移動した経路} \\ P_3' = [x_{c-1, kd} \longrightarrow x_{ckd}] \\ P_4' = P_4 \end{array}} \right\} \dots\dots(25)$$

$P_j$  の長さを  $|P_j|$  と表わすとすれば、あきらかに、

$$|P_1| + |P_2| + |P_3| + |P_4| < |P_1'| + |P_2'| + |P_3'| + |P_4'| \quad \dots\dots(26)$$

である。何故ならば (25式および  $K$  が処理時間最大の機械であることから

$$\begin{array}{l}
 |P_1| = |P_1'| \\
 |P_2| < |P_2'| \\
 |P_3| = |P_3'| \\
 |P_4| = |P_4'|
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} |P_1| = |P_1'| \\ |P_2| < |P_2'| \\ |P_3| = |P_3'| \\ |P_4| = |P_4'| \end{array}} \right\} \dots\dots(27)$$

であるから、したがって最長経路であるとする最初の仮定に反する。

$s > K$  の場合も同様に証明される。

証明終

[補題 3]

node  $x_{1,1,1}$  より最下段の node  $x_{jmi}$  までの最長経路が、処理時間最大なる機械  $M_K$  において  $l$  周期以上続く activity を含むとすると、 $x_{j-l,m,i}$  までの最長経路は、 $K$  段目の activity を  $l$  周期分 ( $ln$  個) 除いて、平行移動により接続したものに等しい。

(証明)

$x_{1,1,1}$  より  $x_{jmi}$  までの最長経路は、次の 3 つに分割することができる。

$$\begin{array}{l}
 P_1 = [x_{1,1,1} \longrightarrow x_{akb}] \\
 P_2 = [x_{akb} \longrightarrow x_{a+l,k,b}] \\
 P_3 = [x_{a+l,k,b} \longrightarrow x_{jmi}]
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_1 = [x_{1,1,1} \longrightarrow x_{akb}] \\ P_2 = [x_{akb} \longrightarrow x_{a+l,k,b}] \\ P_3 = [x_{a+l,k,b} \longrightarrow x_{jmi}] \end{array}} \right\} \dots\dots(28)$$

ついで次の如き経路を考える。

$$\begin{array}{l}
 P_1' = P_1 \\
 P_3' = [x_{akb} \longrightarrow x_{j-l,m,i}] \\
 : P_3 \text{ を } l \text{ 周期分左に平行移動した経路}
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_1' = P_1 \\ P_3' = [x_{akb} \longrightarrow x_{j-l,m,i}] \\ : P_3 \text{ を } l \text{ 周期分左に平行移動した経路} \end{array}} \right\} \dots\dots(29)$$

今もし、 $P_1'$ 、 $P_3'$  によって合成される経路が  $x_{1,1,1}$  より  $x_{j-l,m,i}$  までの最長経路でないとすれば、

$$\begin{array}{l}
 P_1'' = [x_{1,1,1} \longrightarrow x_{ckd}] \\
 P_3'' = [x_{ckd} \longrightarrow x_{j-l,m,i}]
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_1'' = [x_{1,1,1} \longrightarrow x_{ckd}] \\ P_3'' = [x_{ckd} \longrightarrow x_{j-l,m,i}] \end{array}} \right\} \dots\dots(30)$$

の 2 つの経路の合成経路からなり、 $P_1' = P_1''$ 、 $P_3' = P_3''$  を共には満足し得ない最長経路が存在することになり、したがって

$$|P_1'| + |P_3'| < |P_1''| + |P_3''| \quad \dots\dots(31)$$

しかるに

$$\left. \begin{aligned} P_1''' &= P_1'' \\ P_2''' &= [x_{ckd} \rightarrow x_{c+l, k, d}] \\ P_3''' &= [x_{c+l, k, d} \rightarrow x_{jmi}] \end{aligned} \right\} \dots\dots (32)$$

:  $P_3'''$  を  $l$  周期分右に平行移動した経路

とする経路を考えると,

$$\left. \begin{aligned} |P_1| &= |P_1'| \\ |P_3| &= |P_3'| \\ |P_1''| &= |P_1'''| \\ |P_3''| &= |P_3'''| \\ |P_2| &= |P_2'''| \end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

(31), (33) 式より

$$|P_1| + |P_2| + |P_3| < |P_1'''| + |P_2'''| + |P_3'''| \dots\dots (34)$$

となるから,  $P_1, P_2, P_3$  よりなる経路が最長であることに矛盾する. したがって  $P_1', P_3'$  によって合成される経路が,  $x_{1,1,1}$  より  $x_{j-l, m, i}$  までの最長経路である.

証明終

上の補題2を用いて, ここで **2.** の定理の別証をおこなう.

(定理の別証)

i)  $j \geq m$  なるとき,  $x_{1,1,1}$  より  $x_{jmn}$  までの最長経路は, 補題2より, 必ず, 仕事処理時間と最大の機械  $M_K$  の activity (K段目 activity) を1周期以上含む.

ii) 補題3およびi)より,  $x_{1,1,1}$  から  $x_{jmn}$  までの最長経路と  $x_{j-l, m, n}$  までの最長経路の長さの差は, 機械  $M_K$  での1周期分,

$$\sum_{r=1}^n \tau_{Kr}$$

に等しい.

証明終

#### 4. むすび

$m$  台の機械での,  $n$  種の仕事のくり返し生産の最適順序づけ問題においては, たかだか  $m$  周期目以後は定常状態に達し, その周期は各機械ごとの仕事処理時間の和の最大値に等しいことが, ガントチャートと PERT 図表を用いて証明された. このことから, いかに繰返し回数が多い場合でも,  $(m-1)$  周期の最適順序づけ問題として考えればよいことが結論される.

したがって, 繰返し回数が機械台数に比較して十分に大きい場合には, いかなる順序によって仕事を処理しても, 全体として, ほぼ同程度の能率となり, 實際上, 最適順序なるものを, とりたてて問題にする必要がないともいえる.

本稿では,  $(m-1)$  周期以下の繰返し回数の最適順序づけ問題に対しては論及しなかった. こ

の種の問題は、多くの機械を用いる単純操作のスケジューリングに必要なものであり、今後待つものである。

いろいろと有益な御助言をいただいた大阪大学工学部・笠原研究室の諸氏、特に、凌舜堂氏、赤松秋雄氏に深く感謝する。

## 付 録

〔公式1〕

$i=1, 2, 3, \dots, n$  に対し

$$x_i = b_i + y_i$$

$$y_i = \max(z_i, x_{i-1})$$

$$z_i = \sum_{r=1}^i a_r$$

ただし

$$a_i \geq 0$$

$$x_0 = 0$$

なるとき  $x_i$  を  $a_r, b_r$  で表わせば

$$x_i = \max_{1 \leq p \leq i} \left( \sum_{r=1}^p a_r + \sum_{r=p}^i b_r \right)$$

(証 明)

数学的帰納法による。

$i=1$  のとき

$$x_1 = b_1 + y_1 = b_1 + \max(z_1, x_0) = a_1 + b_1$$

となり成立、

$i=n$  のとき、成立するとすれば、

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= b_{n+1} + y_{n+1} \\ &= b_{n+1} + \max(z_{n+1}, x_n) \\ &= \max \left( \begin{array}{c} z_{n+1} + b_{n+1} \\ \max_{1 \leq p \leq n} \left( \sum_{r=1}^p a_r + \sum_{r=p}^n b_r \right) + b_{n+1} \end{array} \right) \\ &= \max \left( \begin{array}{c} \sum_{r=1}^{n+1} a_r + b_{n+1} \\ \max_{1 \leq p \leq n} \left( \sum_{r=1}^p a_r + \sum_{r=p}^{n+1} b_r \right) \end{array} \right) \\ &= \max_{1 \leq p \leq n+1} \left( \sum_{r=1}^p a_r + \sum_{r=p}^{n+1} b_r \right) \end{aligned}$$

となり  $i=n+1$  のときも成立する。

証明終

## 参 考 文 献

- 1) Dudek, R.A. and O.F. Teuton, Jr, "Development of M-Stage Decision Rule for Scheduling n-Jobs through m-Machines," Opns. Res. 12, (1964), 471-497.
- 2) 原亨 "Cyclic Sequencing," OR 春季研究発表会アブストラクト集 (1966年5月), 129-133.
- 3) Johnson, S.M., "Optimal Two and Three Stage Production Schedules with Set up Times Included," Naval Res. Log. Quart. 1, (1954), 61-68.
- 4) 仲上, 真田, 赤松, 凌, 手塚, 笠原, "Cyclic Sequencing に関する検討" OR 秋季研究発表会 アブストラクト集 (1966年11月), 119-120.