文 献 抄 録

Reiter, S. and D.B. Rice, "Discrete Optimizing Solution Procedures for Linear and Nonlinear Integer Programming Problems," *Management Science*, **12**, 10 (1966), 829—850.

〔整数型計画／確率的な方法／応用的〕

ここに提出されているのは，必ずしも凹ではない目的函数が与えられ，変数の動き得る範囲が有界であるときの，整数型計画問題の近似解を，実験を多数回繰返すことによって求めようとするときの手段，およびその手段を具体的な問題に適用して得られた実験結果である．これは，著者の一人 Stanley Reiter 氏等によって，既に提出された，変数が有限個の離散的値を取る場合の一般的な解法を，非凹型の問題へ，具体化して適用したものと，見做すことができる．（しかし，目的函数および制約式が，非凹に限らず，さらに一般的な形をしている場合の解法についても，若干述べられている．）

〔問題の型〕

(1) $G'X+\frac{1}{2}X'CX$ (G, X はベクトル，C は非正値行列）を，次の条件の下で最大にせよ．

(2) $D_i'X-\frac{1}{2}X'H_iX\leqq E_i$ $(i=1,\cdots\cdots,m)$

（D_i はベクトル，H_i は非正値行列）

(3) $L\leqq X\leqq U$ (L, U はベクトルで，不等号は，成分毎に成り立つものとする）

(4) X の成分は全て整数．

実験は，上の問題を，次の三種の型に分類して行なっている．

1. LL型：$C\equiv 0$, $H_i\equiv 0$ $(i=1,\cdots\cdots,m)$
2. QL型：　　$H_i\equiv 0$ $(i=1,\cdots\cdots,m)$
3. QQ型：$C\neq 0$, $H_i\neq 0$ $(i=1,\cdots\cdots,m)$

〔解法手順〕

概略は次の通りである．

(a) 出発点をランダムに選ぶ．

(b) 実行可能点（feasible point）を求める．

(c) 一種の山登り法によって，極値点（local optimal point）を求める．

以上の手順を繰返すと，極値点が沢山求まるが，適当な個数の極値が得られたら，その中で最大のものを以って近似解とするのである．

〔学習による手順〕

出発点を選ぶ領域として，次の二種類を考える．一つは，$L\leqq X\leqq U$ で，他は，$L^{\#}\leqq X\leqq U^{\#}$ である．ただし，$L^{\#}$，$U^{\#}$は，それまでに得られた極値から，大きさの順に r 個を選び，それらに対応する $T_1{}^{\circ},\cdots\cdots,T_r{}^{\circ}$ なる位置ベクトルを行として持つ行列の，第 j 列の最小値，最大値をそれぞれ第 j 成分とするベクトルである．出発点を，以上の二種類の，いずれから取るかは，p，$1-p$ なる確率が与えられた，結果が二通りの実験を行なって決める．学習によらない手順は，常に，$L\leqq X\leqq U$ から取るのである．

〔データの与え方と実験結果の表〕

C, $H_i(i=1,\cdots\cdots,m)$ は，多重回帰分析における実際のデータから得られた相関係数を要素とし，D は，0 から 9 迄の整数に，一様な確率を与え，そこから抽出した標本を成分としている．残る G, E はあらかじめ，X^* を定めておき，Rosenl & Suzuki の方法によって，X^* が整数条件を無視した時の最適解となるように定めている．

QQ型，QL型，LL型の問題を，上述の方法で各13種類（変数および制約上の数は，QQ型で10～40，2～10，QL型で 10～50，5～15，LL型で 10～90，5～15 である．）ずつ作り，おのおのに学習による手順と，そうでないものとの二通りを適用して，次のような値を載せている．すなわち，X^* 小数以下を切り捨てたものに対する目的函数の値 f_T，得られた極値の中で最大のもの f^0，一回の観測に要する平均計算時間 t_0，変数の数，制約式の数，観測の総回数，目的函数が〔f_T, f^*〕の間に落ちる相対頻度（f^* は $f(x^*)$ のこと），f_T に到達する迄の所要時間等々である．

また，極値が分布をするので，$f(x)/f^*$ によって，0～1 の範囲に正規化し，相対頻度表に，ベータ分布をあてはめ，適合度として，Kolmogoroff-Smirnov の検定統計量が算出されている．（伊倉一孝）

Bomberger, Earl E. "A Dynamic Programming Approach to A Lot Size Scheduling

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

Problem," *Managemant Science*, **12**, 11 (1966), 778～784.

〔スケジューリング／動的計画／理論的〕

ここでは，同じ設備でいろいろな部品をくりかえし製造するスケジューリングの問題を，ダイナミック・プログラミング（D.P.）によって取扱っている．

この論文は，Hansmann のモデル（*Operations Research in Preduction and Inventory Control*, John Wiley, 1962）より効果的であり，Rodgers のモデル（*Management Scieuce*, **4**, 3 1958）より使用するには簡便であるという．

そのモデルは，

s：段取費用

h：在庫運搬費用

p：生産量／単位時間

r：需要量／単位時間

t：段取時間

T：サイクルの長さ

添字 i をつけて，第 i 番目のスケジュールのものを表わす．

第 i 番のスケジュールに対するコストを次式で定義する．

$$C_i = s_i/T_i + h_i(p_i - r_i)r_iT_i/2p_i$$

もし，$T_i = k_iT$ なる比率を k_i 考えれば，上のコストは，k_i と T の函数で表わされるから，

$$f_i(k_iT) = s_i/(k_iT) + (p_i - r_i)r_ik_iT/2p_i$$

と書ける．

サイクル時間 T を，n 個にわけてスケジューリングすることを考えよう．

すでに，スケジューリングは，$i=1, \cdots\cdots, m-1$ まですんでおり，時間は，τ だけ使われてしまっているものとする．

この状態で，これから，残りの部分のスケジューリング $i=m, \cdots\cdots, n$ を最適に行おうとするとき最適にスケジューリングした場合のコストを

$F_m(T-\tau, T)$ とすれば，

$$F_m(T-\tau, T) = \min_{\{k_i\}} \sum_{i=m}^{n} f_i(k_i, T)$$

である．

最適性の原理により漸化式をつくれば，

$$F_m(T-\tau, T) = \min[f_m(k_m, T) + F_{m+1}(T-\tau-k_mr_mT/P_m-t_m, T)]$$

となる．

この漸化式により解が得られる．例えば，k_i の系列，$h_m, k_{m+1}, \cdots\cdots k_n$ が得られる．

なお，コスト最小モデル（A Lower Bound on Cost）の解，Hanssmann のモデルの解およびこの論文の D.P. による解の比較を数値例によって行なっている．（三觜　武）

Birnbaum, Z. W., J. D. Esary, and A. W. Marshall, "A Stochastic Characterization of Wear-out for Components and Systems," *Annals of Mathematial Statistics*, **37**, 4 (1966), 816—825.

〔信頼性／分布／理論的〕

装置の寿命分布が指数分布ならば，条件付故障率が設置後の経過時間によらないし，その逆も成り立つことはよく知られているが，本論文では条件付故障率が一般に時間と共に増大していく場合を扱っている．そのために，Increasing Hazard Rate Average という概念を導入し，そのような性質をもつ分布の類 $\mathfrak{F}$ の性質について述べている．

ある部品の寿命が t 以上である確率を $\overline{F}(t)$ で表わすことにすると，$\mathfrak{F}$ は次のような $\overline{F}$ の全体として定義される。

任意の $x \geqq 0$ に対して次のことが成り立つ：

$\overline{F}(x) = \exp(-\lambda x)$ をみたす λ について，

$t \leqq x$ ならば $\overline{F}(t) \geqq \exp(-\lambda t)$,

$t \geqq x$ ならば $\overline{F}(t) \geqq \exp(-\lambda t)$.

$\mathfrak{F}$ の性質を述べるためには，さらに coherent system という概念が必要であるが，それは次のようなものである．いくつかの部品を使って組み立てた一つの装置を考える．各部品は寿命がつきると以後ずっと働かなくなるものとし，それらの寿命は互いに独立な確率変数によってきまるものとする．この装置の任意の部品を寿命が確率的に短かい部品と取替えると，装置全体の寿命が確率的に短かくなるならば，この装置は coherent system であるという．

定理：

1) $\mathfrak{F}$ は指数分布を含む．

2) 各部品の寿命分布が $\mathfrak{F}$ に属するならば，これらから作られた任意の coherent system の寿命分布もまた $\mathfrak{F}$ に属する．

3) $\mathfrak{F}$ は 1), 2) の性質をみたす，下記の意味で最小の類である．

寿命が指数分布をする部品から作られた coherent system の分布の全体を $\mathfrak{F}_0$ とすると，$\mathfrak{F}$ に属する任意の分布 $\overline{F}$ に対して，$\mathfrak{F}_0$ に属する分布

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

の列 $\overline{F}_0^{(i)}$ $(i=1, 2, 3, \cdots)$ をとって，$\overline{F}$ の連続点において，

$$\overline{F}_0^{(i)} \to \overline{F}(i\to\infty)$$

となるようにすることができる．　　（伏見正則）

ЯГЛОМ,（ヤグロム），A.M. "定常過程の最適非線型予測の諸例"（ロシヤ話）第VI回全ソ確率統計学会報，(1962)，275—296.

〔理論的／時系列／予測〕

1. 定常過程または時系列に関する最良予測の問題はこれまで主として所謂"線型予測"の方法が用いられてきたが，本論文でそれよりも優れた，従って扱い難いものにはなるが，"非線型予測"の方法について論じている．この方向の研究にはまだ統一された理論も手法も確立されてはいないが著者は重要な（理論的にも応用にも）いくつかの例について非線型予測の方法を試みている．

$\xi(s), -\infty<s<\infty$，を定常過程とする．時刻 t までの ξ が観測されたとき，後の時刻 $t+\tau$ における ξ の値を予測したい．観測値 $\xi(s)$，$-\infty<s\leqq t$，の函数 $\tilde{\xi}(t,\tau)$ を $\xi(t+\tau)$ の予測値としてとるとき

$$\sigma^2(\tau)=M|\xi(t+\tau)-\tilde{\xi}(t,\tau)|^2,$$

（M は平均をとる演算）

すなわち二乗平均誤差を最小にすることが望ましい．線型予測と呼ばれるのは $\tilde{\xi}(t,\tau)$ を $\xi(s)$，$-\infty<s\leqq t$，の線型汎函数（例えば $C\xi(t)$ とか $\int_{-\infty}^{t} f(s)\ \xi(s)ds$ など）の中で $\sigma^2(\tau)$ を最小にするものを選ぶことであり，非線型予測は線型なものも含めてより一般の広いクラスの中から最適な $\tilde{\xi}(t,\tau)$ を捜すものである．後者による最良予測値は条件つき平均値 $M(\xi(t+\tau)/\xi(s), s\leqq t)$ に他ならないが，その形を具体的に求めることが問題である．

2. $\xi(s)$ がマルコフ過程のときは $M(\xi(t+\tau)/\xi(s), s\leqq t)=M(\xi(t+\tau)/\xi(t))$ となり問題は幾分簡単になる．応用上典型的なものとして正規型の定常マルコフ過程が考えられるが，それは Ornstein-Uhlenbeck のブラウン運動 $\eta(s), -\infty<s<\infty$，である．$\eta(s)$ は正規型であるため最良の非線型予測値は線型の場合と一致するが，$\eta(s)^3$ を考えればマルコフ性は保たれるけれども線型では最良の予測値は得られなくなる．例えば $\eta(s)=\eta(s)^3/\sqrt{15}$ とすれば，条件つき平均値が直接計算できて最良の（非線型）予測値は

$$\tilde{\xi}(t,\tau)=3e^{-\tau}(1-e^{-2\tau})\sqrt[3]{\xi(t)}/\sqrt[3]{15}+e^{-3\tau}\xi(t)$$

となり，予測の誤差は

$$\sigma_0^2(\tau)=(1-e^{-2\tau})\,[1+0.4e^{-2\tau}+0.4e^{-4\tau}]$$

であることが知られる．

一方 $\xi(s)$ のスペクトル測度の密度函数は $3(3\lambda^2+11)/5\pi(\lambda^2+1)(\lambda^2+9)$ であることから容易に線型予測値は

$$a\xi(t)+b\int_{-\infty}^{t} e^{-c(t-s)}\xi(s)ds,$$

（a, b は τ の函数，

となることがわかり，予測の誤差 $\sigma^2(\tau)$ は略 $(1-e^{-2\tau})\,[1+0.62e^{-2\tau}+0.18e^{-4\tau}]$ となって，すべての τ に対し $\sigma^2(\tau)$ の方が非線型のときの誤差 $\sigma_0^2(\tau)$ よりも大きいことがわかる．著者は両者の比較をグラフで示して対照している．

同じくマルコフ過程 $\xi(s)$ で，$\xi(t)=x$ のとき τ 時刻の後に y に移る推移確率の密度 $p(\tau,x,y)$ が固有函数 $\{l_k\}$ を用いて

$$p(\tau,x,y)=\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda_k\tau}\ l_k(x)\,l_k(y)$$

と展開されるとき，最良予測値が

$$\tilde{\xi}(t,\tau)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\, e^{-\lambda_k\tau}\, l_k\ [\xi(t)]$$

となることが示され，具体例も述べられている．

3. 後半では不連続な定常過程，例えばポワッソン過程から導かれる定常過程とか，区分的に正規型の定常過程等の例について，非線型予測値を求める方法が論じられている．常に線型予測と比較しながら述べられているが，それは線型予測が最善のものではないにもせよ求め方が容易であるため場合によっては十分最良のものの代理をしうることを知らせている．著者は，若干の例については具体的な数値も添えて，予測の誤差を比較することによってこの事情を説明しているが，実際問題に予測理論を応用する人達にとっても有益な注意となるであろう．

（飛田武幸）

Switzky, H. "An Appraisal of 'Fail-Safe' and 'Safe-Life' Designs", *Annals of Reliability and Mantainability*, **4** (1965), 241—252.

〔信頼性／確率的な計画／理論的〕

装置を設計する場合，技術者はいかにして所要の信頼度を最小の装置重量で満たすかに頭を使う．そして多くの場合"fail-safe"と"safe-life"のいずれを取るかという問題にぶつかる．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

"fail-safe" とはひとくちに表わせば，"負荷を複数で分担していて，一部に故障が起った場合，強い部分により多くの負荷が再配分されるような設計"ということができる．fail-safe な設計によってシステム信頼度は向上する．これに対し "safe-life" な設計とは"もともと故障発生率の低いものを用いてシステムの故障を減らす設計"である．設計者として "fail-safe" と "safe-life" のいづれを選択すべきかを決定するにあたっては，故障の経済的評価，負荷の配分方法についての検討などがためされねばならない．本論文は，この問題を静止および動的な負荷について考察し，設計者の判断にひとつの指標を与えようとしている．単一系に対する等重量の複数系の効率は，複数の load path の強度の分布と，設計にとり入れられた安全率（負荷と，破壊強度との比）の関数となる．低い安全率を見込んだ場合，静的な負荷に対しては safe-fife な設計がより効果的であるが，その他の場合には一般に fail-safe な設計が有利とされる．

先ず，多重系のシステム故障確率を，負荷配分をガウス分布と仮定して簡単な二重系について解きこれを数学的帰納法で一般化する．そして，何重系にするのが最も効果的かを査定する手がかりを得ようとしている．動的負荷に対しては，多重系にすることによって疲労による破壊を一部にとどめて，その結果システム信頼度を向上させ得る．しかしながら以上の議論は定性的なものにならざるを得なかった．なぜならば，量的な判定の基準は，一部に故障が発生した場合に負荷の再配分がいかになるかで決まる．またそれは，素子の性質，安全率，故障発生機構による．（吉本英明）

Sarin, L. K. "Reliametrics (A Practical Approach to Reliability Measurement in the Consumer Product Industry)," *Annals of Reliability and Maintainability*, **4**, (1965) 199-209.

〔信頼性／確率的な計画／応用的〕

Reliametrics というアトラクテイブな題がついているが内容は題名ほどの新鮮味はない．著者は慣用的な信頼度の定義には製品のコストについての条件が入っていないが，特に民需品においてはコストを別にした信頼度の議論は無意味であると述べ，信頼度の定義に"ある費用制限のもとで"という話を追加する必要があるとしている．また消費者のその製品に対する要求水準や使用条件には非常に特殊な個人的な偏りがあるが，民需品の信頼性問題では主婦のこの判定を無視するわけにいかないと述べている．この観点から，信頼性の尺度としてよく用いられる MTBF や平均寿命よりも民需品においては "service call rate" (SCR) の方が重要であり，時刻 t までの部品の取替え回数の期待値 $H(t)$ が大事な尺度であり，そして取替間隔の分布を独立で共通な Weibull 分布とする再帰的な場合に $H(t)$ を $Y(t)=(t/\theta)^m$（ここに m および θ はその Weibull 分布の形状および尺度のパラメータ）のベキ級数の形に表現し，実用的には $H(t)=Y(t)$ の近似がよく成立することを $t\leq\theta$ の範囲のグラフで示しており，特に $m=1$ でない限り，$Y(t)$ 従って $H(t)$ が t の1次函数でないことを注意している．しかし，t が大きくなると $H(t)$ と $Y(t)$ の差は急激に大きくなり，そして $H(t)$ が t の1次函数に漸近することは明らかだから，上の著者の主張は t が θ に比べて大きくない場合だけ通用する．ほかにも field data の解析結果が示されているが，この論文は民需品の信頼性問題の特殊性をいささか強調し過ぎているようであり，理論的に目新しい点は殆んどない．（阿部俊一）

Briskin, L.E. "A Method of Unifying Multiple Objective Functions," *Management Science*, **12**, 10 (1966), B-406-416.

〔最適化／複数の目的関数／応用的〕

何が現実の問題を解こうとする場合，複数の目的関数が存在して，しかもそれらの間に相反する性質が存在することが応々にある．そのような場合，目的関数間の関係を求めることができれば，それらの目的関数は1つの総括的な目的関数にまとめられ，総合的な最適化が可能になる．

著者は，目的関数を関係づける関数で有効なものにつぎのような指数関数があると述べている，

$$y=c(1-e^{kt})+h$$

この式は変数の変化率が変数の現在値に依存していることを示すものであることは次式から明らかである．

$$dy/dt=k(y-c-h)$$

たとえば，この式は所要時間単位 (dt) 減らすために使用してもよい費用 (dy) は，すでに発生した費用 (y) に依存しているという関係を表わしていると見なすことができるが，このような費用と時間の非線型的な関係は現実の問題でしばしば現われるものである．

著者は，費用と時間の2つの目的関数を持った最

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

適経路問題を例にとって，総括的な目的関数を用いて最適解を求める方法を述べている．それは，各段階ごとに2つの目的関数について各経路間で比較し，2つの目的関数が共に他の経路より劣ったものを削除しながら各段階を進んでいき，最終段階においてこの総括的な目的関数に従って最適経路を選択するという方法である．

なお著者は，総括的な目的関数の使用が特に期待できる問題としてジョップ・ショップ・スケジューリングをあげている，（黒田　充）

Fine, G.H. and P.V. Mcisaac, "Simulation of a Time-Sharing System," *Management Science*, **12**, 6, (1966), B-180—194.

〔シミュレーション／モンテカルロ／応用的〕

この論文は，一つのコンピュータを要求に応じ，実時間性を損わずに多勢の人達で使用するタイム・シェアリング・システムを考え，この効果的な運用方法をシミュレーションにより見出そうとしたものである．

著者の属している System Development Corp. で採用しているタイム・シェアリング・システムでは

i）コンピューターのオペレーション・プログラムは，S.D.C. であらかじめ用意されているものか，ユーザーが事前にテレタイプで送りこまれたもので，いずれもドラムに格納されている．

ii）ユーザーのコンピュータ使用要求にたいして，コンピュータはプログラム的にまず一単位のコンピュータ使用時間を割付ける．

iii）一単位の割付けられたコンピュータ使用時間が過ぎてもまだ仕事が完了しない場合は，他に需要があれば，一たんその仕事は中断され，次の仕事に移る．この場合，オペレーショナル・プログラムが入れ替えられる．

iv）何単位かのコンピュータ使用時間を使って仕事が完了すると，テレタイプを通して結果がユーザーに送られる．

ここで問題になるのは，一単位のコンピュータ使用時間の大小である．もしこれが大きいならその途中で仕事が完了した場合，残り時間はコンピュータ非稼動時間となる．またこれが小さいならば，一つの仕事当りのオペレーショナル・プログラム変換，時間等が多くなり，コンピュータの稼動率を下げることになる．

この点に着目して，一単位のコンピュータ使用時間をいろいろ変えてシミュレーションを行ない．その結果が図1（本文 Fig. 5）に示されている．一単位の最適値はインプットの条件で定まるが，この例では 400ms とするのが妥当であると考えられた．なおシミュレーションはモンテカルロ法による．次に一仕事当りのコンピュータ演算時間の大小によるコンピュータの稼動率への影響．および，ユーザーの実時間性に着目する．まず演算時間が小である仕事については，仕事の最終単位の残り時間の占める割合が大となり，コンピュータの稼動率を低下させる．この非稼動な残り時間で演算時間大なる仕事を行なえば，コンピュータの稼動率は向上する．そこで，演算時間小なる仕事に優先度を与え，演算時間大なる仕事は，前者の演算を行なわない時にのみ演算できる，というように仕事により2種類のコンピュータ使用方法を定めることを考える．この方法は前述のようにコンピュータの稼動率を向上させると同時に，演算時間小なる仕事の実時間性も高めることになる．このようなコンピュータ使用方法でシミュレーションを作った結果，図2（本文 Fig. 7）が得られ，コンピュータの稼動率が飛躍的に向上することが認められた．

このように，シミュレーションの結果を利用して，タイム・シェアリング・システムを改良することができた．（金田　治）

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．