

# 抜取検査の最適化に対する一考察

山 川 典 宏\*

## 1. 緒 言

抜取検査法は検査の経済性を基本理念として、大量生産の場を背景に研究され<sup>(1)</sup>生長して来た。<sup>(2)(3)</sup>更に近年になって田口、Anscombe<sup>(4)</sup>は経済的抜取検査について長期間にわたる検査に関するリスク(直接検査費用+不良品を見逃すリスク)の期待値を最少にしようとする(又は、そのリスクを Min Max にしようとする)考え方で理論的接近を行っている。これらの理論は生産者側の品質水準を表わすパラメータ  $P$  を未知として、又は非常に少ない情報量で予測をして抜取検査計画をきめようとする立場によって貫かれている。

一方、多品種少量生産工場の製品のロット(そのロットの大きさは小さいが1ではない)に全数検査を行なってみると、時間にそって品種が変化して、その同一品種での同一ロット内ではその品質種があまり変動せず、品種が変化するとそれにつれて同一品種内での品質の変動に比してかなり大きいロット間の変動が存在することが期待される。このことは、その品質悪化の原因が、凶面の見誤り、仕様の伝達不良など、偶然のミステークに属するものである場合一層その傾向が強められる。事実当工場に過去納入された注文品ロットの不良率を調査してみると0%不良率のロットと100%不良率のロットとが非常に多く、その中間の不良率を示すロットは少いということが明らかになった。これをメーカー別に分類して更に同様の傾向が見られることがわかった。

筆者らは検査の最適化の問題に対して、品質水準のパラメータ  $P$  がある分布則に従って分布しているという前提<sup>(6)(7)</sup>において、若干の検討を加えた。

## 2. 理 論

はじめに次の前提(A), (B), (C)をおく。

(A) 同一メーカーにおいて生産される大きさ  $N$  の製品ロットに含まれる不良品数  $x$  は  $N$  のある範囲内において、ある一定期間の間、一つの離散型確率分布

$$P_r(x \leq x) = \sum_{x=0}^x P(x, N)$$

に従って変動すること。ここで  $P(x, N)$  は大きさ  $N$  のロットに  $x$  ケの不良品が含まれる確率を示す。

(B) 検査の目的を検査に関するリスク

\* 日立製作所笠戸工場 1964年5月14日第15回研究発表会 「経営科学」第8巻1号

$R = \text{検査費用} + \text{不良品を見逃すリスク}$

の期待値を最少にすることであると定義出来ること。

(C) 検査は、はじめに合格確率  $L(n, c; x, N)$  なる計数抜取検査を実施して、これによって不合格となったロットについては全数を検査し、良品のみを選別する計数選別型の抜取検査を行なうこと。ここで  $n$  は抜取検査ケ数で、 $c$  は試験中の許容不良品数の上限値である。さらに次の記号を約束する。

$R_1$ : 不良品 1 コを検査後の工程で発見した時の損失

$R_2$ : 製品 1 コの検査費用

$N$ : 入検ロットの大きさ

$x$ : 入検ロットに含まれる不良品数

$n$ : ロット当りの抜取検査コ数

$c$ : 試験中の許容不良品数の上限

$g$ : 合格ロット中の不良コ数

$n'$ : ロット当りの検査コ数

これらによって前提(B)は

$$\min_{n, c} E\{R(n, c)\} = \min_{n, c} [R_1 E\{g\} + R_2 E\{n\}] \dots\dots\dots(2.1)$$

と書き表わすことが出来る。

さらに

$$\frac{R_1}{R_2} d = r \dots\dots\dots(2.2)$$

および

$$G(n, c) d = \frac{E\{R(n, c)\}}{R_2} \dots\dots\dots(2.3)$$

とおくと

$$G(n, c) = rE\{g\} + E\{n'\} \dots\dots\dots(2.4)$$

となる。上の定義から

$$E\{g\} = \sum_{x=0}^N (N-n) \left(\frac{x}{N}\right) L(n, c; x, N) P(x, N) \dots\dots\dots(2.5)$$

がえられる。

また、同様に

$$E\{n'\} = \sum_{x=0}^N \{nL(n, c; x, N) + N(1-L(n, c; x, N))\} P(x, N) \dots\dots\dots(2.6)$$

である。

以上によって

$$G(n, N) = r(N-n)P(n, c, N) - (N-n)Q(n, c, N) + N \dots\dots\dots(2.7)$$

がえられる。ここで

$$P(n, c, N) \stackrel{d}{=} \sum_{x=0}^N \left( \frac{x}{N} \right) L(n, c; x, N) P(x, N) \dots\dots\dots(2.8)$$

および

$$Q(n, c, N) \stackrel{d}{=} \sum_{x=0}^N L(n, c; x, N) P(x, N) \dots\dots\dots(2.9)$$

とおいた。ここでこれからの議論を  $N$  が小の少量生産の場合への適用を考え、 $N = \text{Const. } c=0$  のみに限定する。

さらに

$$\left. \begin{aligned} P'(n, N) &\stackrel{d}{=} (N-n)P(n, c, N) \\ Q'(n, N) &\stackrel{d}{=} (N-n)Q(n, c, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.10)$$

とおくと

$$G(n, N) = rP'(n, N) - Q'(n, N) + N \dots\dots\dots(2.11)$$

がえられる。このような場合の最適な抜取計画すなわち  $G(n)$  を最少にする  $n$  を求めることが本論の目的である。

いま

$$\left. \begin{aligned} G(n-1, N) &= rP'(n-1, N) - Q'(n-1, N) + N \\ G(n, N) &= rP'(n, N) - Q'(n, N) + N \\ G(n+1, N) &= rP'(n+1, N) - Q'(n+1, N) + N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.12)$$

から

$$\begin{aligned} \Delta G(n+1, N) &\stackrel{d}{=} G(n+1, N) - G(n, N) \\ &= r\{P'(n+1, N) - P'(n, N)\} - \{Q'(n+1, N) - Q'(n, N)\} \\ &\dots\dots\dots(2.13) \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} \Delta G(n, N) &\stackrel{d}{=} G(n, N) - G(n-1, N) \\ &= r\{P'(n, N) - P'(n-1, N)\} - \{Q'(n, N) - Q'(n-1, N)\} \dots\dots\dots(2.14) \end{aligned}$$

がえられる。 $G(n, N)$  の最小点を与える  $n$  を  $n_0$  と記すことにすると  $n_0$  のまわりでは

$$\left. \begin{aligned} \Delta G(n_0+1, N) &> 0 \\ \Delta G(n_0, N) &< 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.15)$$

が満足されるはずであるので(2.13), (2.14), (2.15) の式よりえられる不等式

$$\frac{\Delta Q'(n_0, N)}{\Delta P'(n_0, N)} > r > \frac{\Delta Q'(n_0+1, N)}{\Delta P'(n_0+1, N)} \dots\dots\dots (2.16)$$

を満足する  $n_0$  が求める最適点であることがわかる。ここで

$$\left. \begin{aligned} \Delta P'(n_0, N) &\stackrel{d}{=} P'(n_0, N) - P'(n_0-1, N) \\ \Delta Q'(n_0, N) &\stackrel{d}{=} Q'(n_0, N) - Q'(n_0-1, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.17)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \Delta P'(n_0+1, N) &\stackrel{d}{=} P'(n_0+1, N) - P'(n_0, N) \\ \Delta Q'(n_0+1, N) &\stackrel{d}{=} Q'(n_0+1, N) - Q'(n_0, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.18)$$

とおいた。

### 3. 不良率分布のパターン

#### 3.1 不良率 $x/N$ の分布

前提(A)を確かめるために、ある工場に納入されたいろいろの部品メーカーの納入ロットについて全数検査を実施して、その  $x/N$  の度数分布を調査して第1図をえた。図中横軸は各メーカーから納入されたロットの不良率  $x/N$  の数値を示し、縦軸はその出現度数比

$$f\left(\frac{x}{N}\right) = \frac{f_0\left(\frac{x}{N}\right)}{\sum_{x=0}^N f_0\left(\frac{x}{N}\right)} \dots\dots\dots (3.1)$$

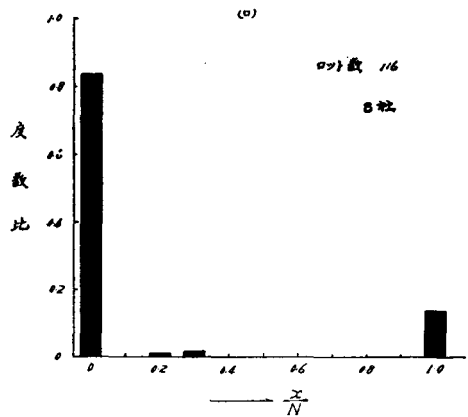
を示した。 $f_0\left(\frac{x}{N}\right)$  は  $\frac{x}{N}$  の不良率の出現度数である。この分布図より  $x/N=0$ ,  $x/N=1.0$  の度数比を示すロットが多く、その中間の不良率を示すロットはあまりないということがわかる。

$N$  又について別のメーカーによるロットを分類し、

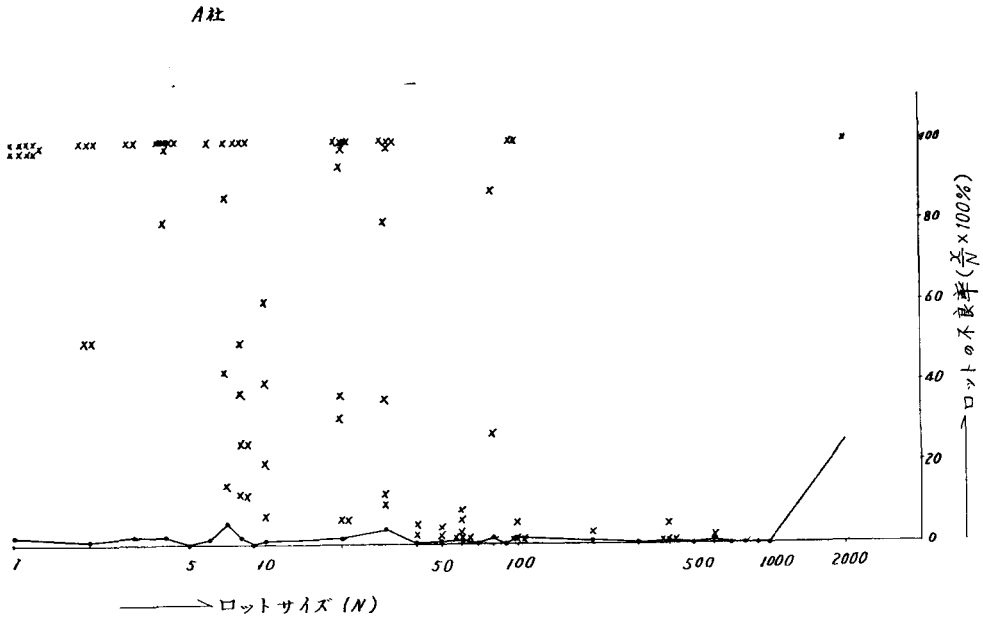
プロットしたのが第2図である。図中実線は不良率  $x/N$  の平均値  $\bar{P}$  の  $N$  による変化を示す。第2図においては  $P=0$  のロットはプロットしなかったが

$$\bar{P} = \sum_{x=0}^N \left(\frac{x}{N}\right) P(x, N) \dots\dots\dots (3.2)$$

より  $P(0)$  は、当然のことながら圧倒的に多いことがわかる。ここでも  $N$  のかなり大なる範囲まで、第1図でみた  $x/N=0$ ,  $x/N=1$  の不良率を示すロットが多く、中間の不良率を示すものが少ないという統計的事実をみることができる。一方、抜取検査において  $x=0$ , 又は  $x=N$  の両



第1図  $x/N$  の度数分布実例



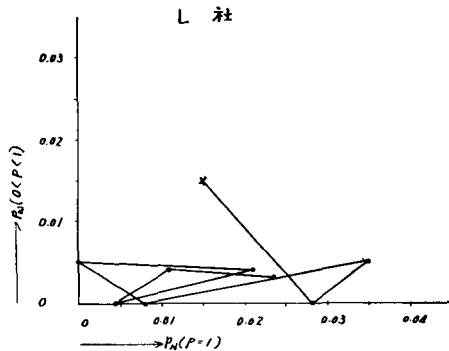
第2図 ロット不良率とロットサイズの関係

者のロットについては全く問題がない。極端に  $x=0$ ,  $x=N$  のロットばかりであれば各ロットから1コのサンプルを抽出 (しかもランダムでなく) して検査すれば 確実に 出検品質は 0%不良率を確保することが出来る。また

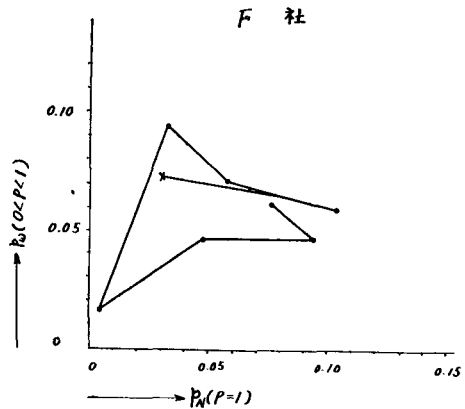
$$\left. \begin{aligned} p_0 &= dP(0, N) \\ p_w &= d \sum_{x=1}^{N-1} P(x, N) \\ p_N &= d P(N, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3)$$

とおけば確率の定義から

$$p_0 + p_w + p_N = 1 \dots\dots\dots (3.4)$$



第3図(イ) ロット不良率分布の推移実例



第3図(ロ) ロット不良率分布の推移実例

であるのでこれらの分布関係は  $(p_w, p_N)$  平面上に抜取検査の必要性という観点から表現することが出来る。月毎にこれらの  $(p_w, p_N)$  の推移を追跡すると第3図の如くなる。図中“×”印は第1カ月目の  $(p_w, p_N)$  点を示し、実線で結ばれた第2の点が第2カ月目、さらにそのさき実線で結ばれた各点は各第  $n$  カ月目の  $(p_w, p_N)$  点を示している。この2つの図からみてもほとんどの各点が

$$0 \leq p_w < p_N \leq p_0 \dots\dots\dots(3.5)$$

の関係を満足していることがわかる。

**3.2 分布のあてはめ**

我々はここで前提(A)より一定期間はある分布関数によって生産が続けられるという条件にたつて過去の分布関数によって抜取計画をいかにしたら最適化出来るか、ということの研究しよう。

前節でみたように、大きさ  $N$  のロットに含まれる不良品の数  $x$  の分布関数  $P(x, N)$  は従来からよく研究されている正規分布、ガンマ分布にあてはめ難いことがわかる。すでに指摘したように不良率  $\pi/N$  は

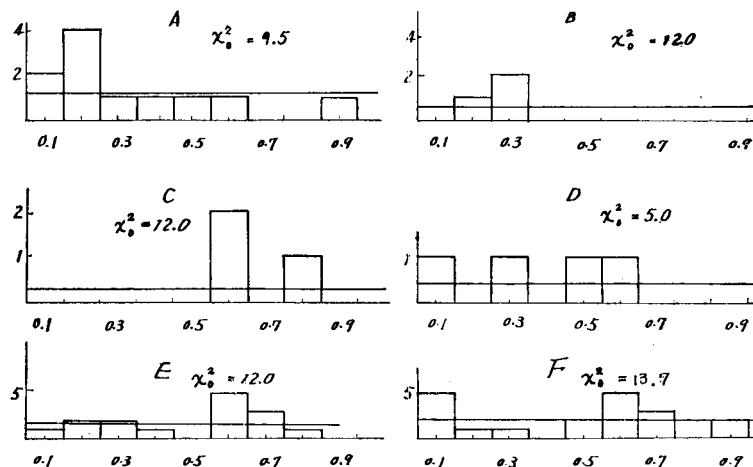
$$(p_0, p_w, p_N)$$

によって構成される分布である。ここで  $p_w$  が完全に0であればロットから1コを抜き取ってみればロットの合否は明らかに判定される。問題は  $p_w$  であるがこの分布のみを

$$\pi(x, N) = \frac{dP(x, N)}{dp_w} \dots\dots\dots(3.6)$$

とにおいて  $\pi(x, N)$  の実態を観察してみる必要がある。これの若干の例を第4図に示す。一方  $\pi(x, N)$  を一様分布

$$\pi(x, N) = \frac{1}{N-1} \dots\dots\dots(3.7)$$

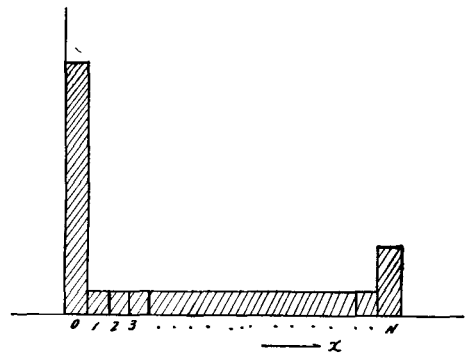


第4図  $\pi(x, N)$  の実例

と仮定して

$$\chi^2 = \frac{\sum (f(\frac{x}{N}) - \frac{\sum f(\frac{x}{N})}{N-1})^2}{\frac{\sum f(\frac{x}{N})}{N-1}} \dots\dots\dots (3.8)$$

の値を図中に注記しておいた。ここで  $f(\frac{x}{N})$  は  $x$  コ不良品を含むロットの出現度数を示す。分布のあてはめのテストは観測度数  $\sum f(\frac{x}{N})$  の大きさに非常に影響され、またこの場合のように推測の問題として全体の度数の中に非常に稀な事象の分布のあてはめにはむづかしい問題(連続型分布の場合の分布のすそのあてはめなど)も残されているが、ここでは  $\chi^2$ -テストによって一様分布を検定した上で有意差のない場合、積極的に帰無仮説を採用して実用化を急ぐ方針をとる。このことによってこれらの実例に表われた分布のパターンとして第5図のような形が考えられる。



第5図 分布関数のパターン

#### 4. 最適化計画

第5図のパターンによって  $p(x, N)$ は

$$\left. \begin{aligned} P(x=0, N) &= p_0 \\ P(1 \leq x \leq N-1, N) &= \frac{p_w}{N-1} \\ P(x=N, N) &= p_N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1)$$

の如くおくここが出来る。これによって

$$\left. \begin{aligned} P'(n+1, N) &= p_w P'_w(n+1, N) \\ P'(n, N) &= p_w P'_w(n, N) \\ P'(n-1, N) &= p_w P'_w(n-1, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2)$$

および

$$\left. \begin{aligned} Q'(n+1, N) &= (N-n-1)p_0 + p_w Q'_w(n+1, N) \\ Q'(n, N) &= (N-n)p_0 + p_w Q'_w(n, N) \\ Q'(n-1, N) &= (N-n+1)p_0 + p_w Q'_w(n-1, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.3)$$

をうる。ここで

$$\begin{aligned}
 P'_w(n, N) &= (N-n) \sum_{x=1}^{N-1} \frac{x}{N} \frac{L(n, x, N)}{N-1} \\
 Q'_w(n, N) &= (N-n) \sum_{x=1}^{N-1} \frac{L(n, x, N)}{N-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

で

$$L(n, x, N) = \frac{\binom{N-x}{n}}{\binom{N}{n}} \tag{4.5}$$

である。これから

$$\begin{aligned}
 \Delta P'(n+1, N) &= p_w \Delta P'_w(n+1, N) \\
 \Delta P'(n, N) &= p_w \Delta P'_w(n, N)
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

および

$$\begin{aligned}
 \Delta Q(n+1, N) &= p_w \Delta Q'_w(n+1, N) - p_0 \\
 \Delta Q'(n, N) &= p_w \Delta Q'_w(n, N) - p_0
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

がえられる。ここで

$$\begin{aligned}
 \Delta P'_w(n, N) &= (N-n) P_w(n, N) - (N-n+1) P_w(n-1, N) \\
 \Delta Q'_w(n, N) &= (N-n) Q_w(n, N) - (N-n+1) Q_w(n-1, N)
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

である。これらの結果を式 (2.16) に代入して

$$\Delta Q'_w(n_0, N) - r \Delta P_w(n_0, N) > \frac{p_0}{p_w} > \Delta Q'_w(n_0+1, N) - r \Delta P'_w(n_0+1, N) \tag{4.9}$$

をうる。ここで  $n_0$  は最適な  $n$  を示す。

$$R(n_0, N, r) \stackrel{d}{=} \Delta Q_w(n_0, N) - r \Delta P_w(n_0, N) \tag{4.10}$$

とおけば

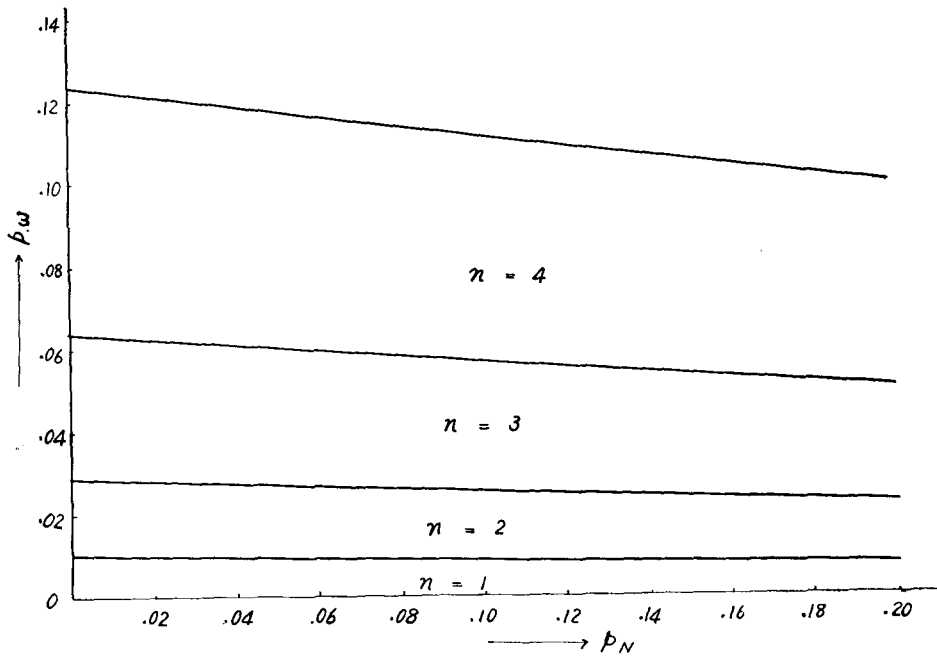
$$R(n_0; N, r) > \frac{p_0}{p_w} > R(n_0+1; N, r) \tag{4.11}$$

こなる。 $R$ を $n_0, N, r$ によって数値的に求めた結果を第1表に示す。

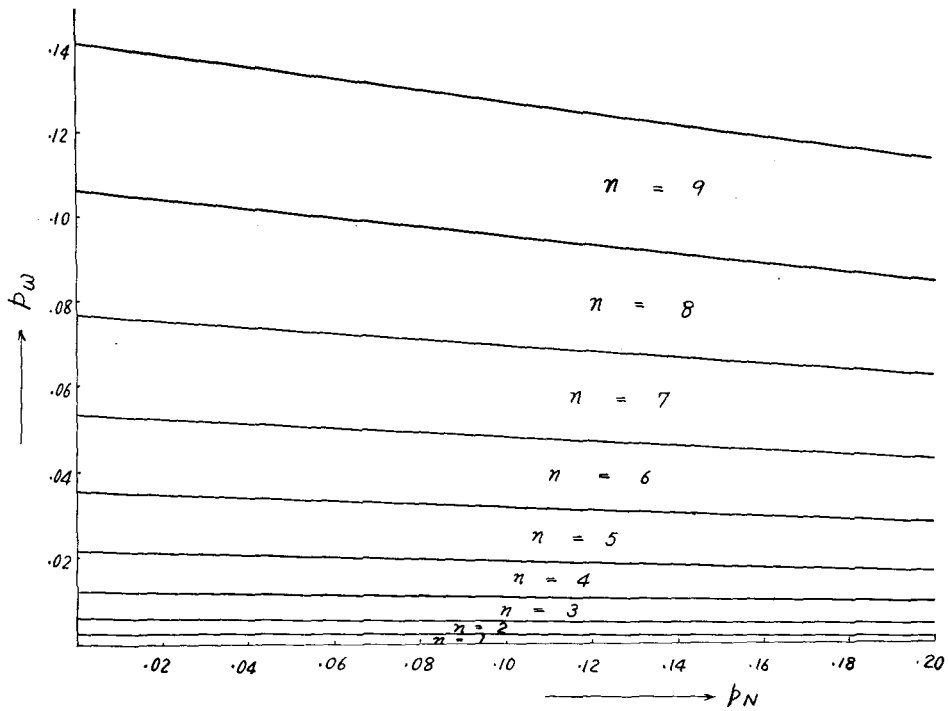
第1表 R の数値表

r	100		r	100		r	100	
	10	50		10	50		10	50
1			7	1.83	17.56	13		2.68
2	97.71	424.48	8		11.95	14		2.11
3	34.23	165.32	9		8.40	15		1.65
4	14.68	80.46	10		6.11	16		1.35
5	7.07	44.73	11		4.58	17		1.06
6	3.57	27.17	12		3.43			





第6図(イ)  $N=10$ の場合の計算図( $r=100$ )



第6図(ロ)  $N=50$ の場合の計算図( $r=100$ )

これから

$$\{1 - P_N\} / \{R(n_0; N, r) + 1\} < p_w < \{1 - p_N\} / \{R(n_0 + 1; N; r) + 1\}$$

をうる。

またこれから最適抜取コ数を与える計算図を第6図に示す。

これから任意のメーカーの品質水準  $\{p_w, p_N\}$  に応じた最適抜取コ数を合格判定コ数  $c=0$  とおいた場合について容易に図上で求めることが出来る。

第6図, の計算図上の点  $(p_w, p_N)$  は一つのメーカーのある時間間隔での管理状態を示しているわけであるが第3図でみたように, これは, 逐次得られて来る情報を追加して新しい点へ移行してゆく。受入側としてはこれによって逐次抜取コ数を変化させてゆくことも出来る。すなわち, 第6図, は各メーカーについての管理図としての役割をも果しうるわけである。しかしノイズとミグナルとを判別する力と, その検査ケ数を変化させることによる制御の性能についての議論は, 今後の研究にまたねばならない。

## 5. 結 言

抜取検査の最適化について, 入荷ロットの品質水準の確率分布関数

- (1) 入荷ロットの不良率  $\frac{x}{N}$  の分布関数の統計的性質
- (2) 統計的に求められた  $\frac{x}{N}$  の分布関数のパターンの規定
- (3) (1)(2)で求められた  $\frac{x}{N}$  の分布関数のあてはまる場での最適抜取計画の検討

を行い一つの抜取方式を求めた。

また実際への適用にあたっては, 抜取検査実施後のサンプリングによる  $p_w, p_N$  の推定,  $n_0$  の制御などの問題のある。これには

- (A)  $n_0$  が小さい場合には, 大きい  $(p_w, p_N)$  の変化は  $p_w$  のみが変わるというまれな場合をのぞいて,  $p_N$  の変化としてとらえることが出来る。
- (B)  $n_0$  がかなり大となれば,  $(x/N)^{n_0} \approx 0$  となるので  $p_w, p_N$  をサンプルの上でかなり正確に知る事が出来るという一応の配慮のあることを附言しておく。この議論は又, 別の機会にゆずることにする。

終りにのぞみ, 本研究の結論(2)に関し, 有力なヒントを頂いた九大北川教授, 並びに, 有効な示唆を与えて頂いたOR学会審査委員の方々に, 深く感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

1. H. F. Dodge and H. G. Roming: Single Sampling and Double Sampling Inspection Table, The Bell System Technical Journal Vol. 20 (1941) pp.1~61
2. MIL—STD 105
3. JIS Z—9001 他

4. 田口玄一：抜取検査ノート 品質管理 Vol. 8. pp. 390
5. Anscombe : Rectifying Inspection of Lots, Jr. A. S. A. Vol. 56 (1951) pp. 807
6. J. H. Heeremans : Determinaton of Optimal In-process—Inspection Plans, IQC Vol. XVIII 1962, June pp. 22
7. 真壁 肇：二, 三の確率分布に対する近似公式およびその応用 経営科学 Vol. 5 No. 4 pp. 233

**国際自動制御連盟 (IFAC) 東京シンポジウム**  
**「制御系の設計のためのシステム工学」開催のお知らせ**

1. 時日, 場所 1965年8月25日(水)から28日(土)まで 東京国立教育会館
2. テーマ Systems Engineering for Control System Design  
 — 制御系の設計のためのシステム工学 —
3. 部門
  1. Identification of Systems Characteristics Description of Organization of System Identification of Static and Dynamic Characteristics  
 Modelling and Simulation of Systems  
 System Objectives and/or Evaluation
  2. Algorithms of Complicated Control Systems  
 Multi-level Control Systems  
 Optimization and Adaptation  
 Learning Systems  
 Multi-variable Control Systems
  3. Realization of Large Systems  
 Large Industrial Production Process  
 Utility, Transportation and Communication Systems
4. 論文提出規定 .....1964年11月1日までに600~900語位の英語の要約を2通シンポジウム委員会宛提出する。申込のあつた論文について選衡し1965年2月ごろまでに提出者に採否の通知を送る。  
 本論文, 発表はすべて英語でおこなう。
5. その他の詳細は下記委員会に問合せること。

東京都港区芝罘平町 20

計測自動制御学会内

I F A C 東京シンポジウム委員会係

電話 東京 (502) 1917