文 献 抄 録

Griesmer J. H. and Shubik, M : Toward a Study of a Bidding Processes : Some Constant -sum Games. *Naval Res. Logist. Quart, Vol. 10 (1963), 11—22.*

Bidding process の model を構成する諸要素の議論につづいて，いくつかの入札の例が，2人定和 game として定式化される。これはこの研究の第1報であり，引き続いて，もっと重要な非定和 game 多段せり model につき研究すると著者らは言っている。

Simultaneous-move, single-shot, 2 person bids : one-shot game というのはつけ値がただ1度行われるものである。referee があらかじめ選んだ値に近い値をつけたものが報酬1を受ける。すなわち，S_1, S_2 が I，II のbid, r が referee の選んだ値のとき I への報酬が

$$P_1(S_1,\ S_2)=\begin{cases}1, & |S_1-r|<|S_2-r|\\ k, & \quad = \\ o, & \quad >\end{cases}$$

$(o\leqq k\leqq 1)$ とすると，refereeが値 r $(r=1,\cdots,n)$ を確率 P_r でえらぶことを入札者が知っていれば，$i<j$ のとき

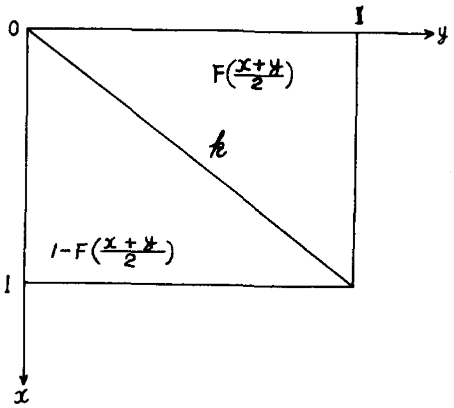
$$P_1(i,\ j)=\begin{cases}\sum_{r=1}^{(i+j)/2-1}P_r+kP_{(i+j)/2}, & i+j\text{が偶数のとき}\\ \sum_{r=1}^{(i+j-1)/2}P_r & i+j\text{が奇数のとき}\end{cases}$$

となる。従ってもしも $P_r=\dfrac{1}{n}(r=1,\cdots,n)$ ならば Payoff matrix が

$$\begin{array}{c|cccccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots\cdots & n-1 \quad n \\
\hline
1 & k & 1/n & (1+k)/n & 2/n & \cdots\cdots & \\
2 & 1-\frac{1}{n} & k & 2/n & (2+k)/n & \cdots\cdots & \\
3 & 1-\frac{2}{n}+\frac{k}{n} & 1-\frac{2}{n} & k & 3/n & (3+k)/n & \\
4 & 1-\frac{2}{n} & 1-\frac{3}{n}+\frac{k}{n} & 1-\frac{3}{n} & k & \ddots & \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\
n-1 & & & & & k & \frac{n-1}{n} \\
n & & & & & \frac{1}{n} & k \\
\hline
\end{array}$$

となる。

もしも r が連続的確率変数で(0, 1)での分布函数 $F(t)$ をもつならば game は，正方形上での連続 game :



となる。これらの問題が解かれている。（坂口実）

Everett, H. III : Generalized Lagrange Mult-ilplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources : *Opns Res., Vol. 11 (1963), No. 3, 399—417.*

最大問題

$$\begin{cases}H(x_1,\cdots,x_n)\ \to\ \max\limits_{x\varepsilon S}\\ C^k(x_1,\cdots,x_n)\leqq C^k\ (k=1,\cdots n)\end{cases}\tag{1}$$

を解くのに Lagrange 乗数法は有用である。次の定理は任意のH, C^k, Sに対して成立する。

〔定理〕 $\lambda^k\geqq 0$ $(k=1,\cdots n)$ に対して，$x^*\varepsilon S$ が

$$H(x)-\sum_{k=1}^{n}\lambda^k\ C^k(x)\ \to\ \max_{x\varepsilon S}\tag{2}$$

の最大点ならば，それは$C^k=C^k(x^*)$にとったときの（1）の解である。

〔定理2〕 λ_1, $\lambda_2\geqq 0$ に対する（2）の解をそれぞれ x_1^* x_2^* とする。

$$C^k(x_1^*)\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}C^k(x_2^*),\quad if\ k\begin{Bmatrix}\neq\\=\end{Bmatrix}j$$

ならば

$$\lambda_1^j\leqq\frac{H(x_1^*)-H(x_2^*)}{C^j(x_1^*)-C^j(x_2^*)}\leqq\lambda_2^j$$

(例題) 信頼度の問題 :

$$\begin{cases} \prod_{i=1}^{m}[1-(1-a_i)^{n_i}] \longrightarrow max \\ \sum_{i=1}^{m} c_i n_i \leqq C \\ n_i=1, 2, \cdots\cdots \ (i=1, \cdots, m) \end{cases}$$

については対数をとったものを最大にすればよし，
函数　　　$log\ (1-(1-a_i)^{n_i})-\lambda c_i n_i$
は concave だから，微分して0になる点の両どなりの整数点を調べればよい。　　　（坂口　実）

Daskin, J.M：A Game Theory Model of Convoy Routing：*Opns Res., Vol.10 (1962), No.6, 774—785.*

いろいろのrouteにＩが商船と護衛艦との配分し，Ⅱが潜水艦を向ける。

x_i…… route i に当てるＩの商船の数
y_i……　　〃　　Ｉの護衛艦の数
z_i……　　〃　　Ⅱの潜水艦の数

とする。route i における損失は

$$L_i(x_i, y_i, z_i)=\begin{cases} p_i r_i z_i x_i exp(-q_i y_i/x_i), & x_i>0 \\ 0, & x_i=0 \end{cases}$$

とする。ここに p_i, r_i, q_i は与えられた正の比例係数である。２人０和 game：

$$P(x, y, z) \equiv \{\sum_i (x_i - L_i(x_i, y_i, z_i))\} / \{\sum_i (a_i x_i + b_i y_i + \sigma L_i(x_i, y_i, z_i))\} \rightarrow \max_{x, y} \min_{z}$$

$$\sum x_i = X,\ \sum_i y_i = Y : x_i,\ y_i \geqq 0\ (i=1, \cdots, n)$$

$$\sum_i z_i = Z,\ z_i \geqq 0\ (i=1, \cdots\cdots, n)$$

を考える。（Pの分子はＩにとっての有効総トン数，分母はそれに要する総費用，σ は money への変換係数である)。

この問題を完全に解いている，解答はかなり複雑でこゝに書くことはできない。　　　（坂口　実）

N. K. Jaiswal and K. Thiruvengadom：Simple Machine Interference with Two Types of Failure, *Oper. Res., Vol. 11 (1963), pp. 624—636.*

工場における機械の故障を修理する修理工の適正配置は Palm 以来“機械干渉”の問題として取扱われ，待ち行列論の１つのトピックと，みなされている。この種の問題は，待ち行列の問題化としてみるとき，“客”の入力減が有限であることに第１の特徴がある。そして，今までの多くの研究は主として修理時間の分布を一般にすることなどに向けられていた。

ところで，この種の問題の最も適切な応用の場とみなされている繊維工場などでは，“故障”にも２種類以上の型(たとえば揚玉と糸切れ継ぎ)があり，一方は他方に優先するといと性格をもっている。それでこの論文では，２種類の故障に対し head-of-the-line の priority discipline を与えた場合のモデルを考えている。修理時間はどちらも一般分布，故障の発生は通常の機械干渉の問題同様ポアソン型である。普通のモデルと比べて，このモデルの取扱いはかなりめんどうであるが，その原因は１台の機械が２種類の故障を起し得るのであって，２種類別々の入力源から“客”が到着するとみなせないという点にもある。

解析に際してとられた方法は，修理中の機械の修理経過時間を導入することによってマルコフ過程を作り，その確率分布に関する偏微分方程式群を解くというやり方で，再帰的に定義される函数を使って最終結果が表現されるというかなり複雑な解が得られている。特に指数分布や一定時間の修理時間が仮定される場合に機械稼動率の数値例がつけられている。なお，修理時間は一般としているが絶対連続の仮定が implicitに使われているようである。
（森村　英典）

W.R. Allen：A Note on Conditional Probability of Failure When Hazards are Proportional *Oper. Res., Vol. 11 (1963), pp. 658—659.*

非常に簡単なノートで次の事実を証明する。故障にn通りのタイプがあり。それらは独立に起ると仮定したとき，時刻 t における故障が第 i 種のものである（条件附）確率を $\alpha_i(t)$ とすると，$\alpha_i(t)$ が t にかかわらず常に一定であるための必要十分条件は

$$h_i(t)=\alpha_i \sum_{j=1}^{n} h_j(t)$$

がすべての t に対して成立つことである。ここで $h_i(t)$ は第 i 種の故障にのみ注目したときの故障率 (hazard rate) である。　　　（森村　英典）

Ackoff, R.L：Some Unsolved Problems in

Problem Solving. *Operational Research Quarterly Vol.13 (1963), 1—11.*

解かねばならぬ問題でありながら，いまだに解かれていない問題を著者は指摘し，これにたいしてORワーカーにある警告を与えている。

ORの本質は問題を解決することがあるが，従来なされてきた多くの研究は，モデル化の手法とモデルから解を導く手法についてであった。しかし，これらの手法が十分なる役割を演ずるのは，次の4つの条件が満されているときに限る。（1）問題が適切に形式化されている。（2）適切な手法が用いられている。（3）適切な有効さの尺度が用いられている。（4）結果が実施可能である。したがって，これらの条件に関連して次の問題が生じてくる。

(1) スポンサーの問題が本当は何であるかを決めるのに，いかなる努力を払うべきか。

(2) どのようにして適切なモデルの型を選ぶことができるか，

(3) 適切な目的関数をいかにして作ることができるか。

(4) 研究結果の実施を保証するには，いかなる努力を払うべきか。

これらの各項について，著者の体験や他の実例を引用しながら若干の議論を進めたのち，次のように結んでいる。これらは困難でかつ時間のかかる研究であり，実際的ORワーカーからは多くを期待できない。あくまで理論的ORワーカーのなすべき研究であり，しかも極めて近い将来になされる必要がある。さもないと，ORは現在の地位を保ちえず，単なる道具として経営者に使われなくなる。このことは，著者ならずとも，ORワーカーの等しく感じるところである。　　　　　　　（中村　義作）

Marschak, J.: On an Adaptive Programming. *Management Science, Vol. 9 (1963), pp. 517—526.*

Adaptive Programming とは，行動の選択に必要な確率分布を前の行動の結果から推測して，最良の行動系列を見出すことである。ところで，過去あるいは現在の経験に基いて，事後確率に関する既存のパラメータ（たとえば平均値）を推定して，それを将来の decision に使用することが optimal であると誤解されている場合がある。正確には，最適行動それ自体を1つのパラメータとみなして，それを推定すべきである。以下に簡単なモデルを用いて，この点を明かにする。

〔x_t〕，$t=0.1, \cdots, T$ を状態の系列，〔y_t〕, $t=0, 1, \cdots, T-1$ を行動の系列とし，初期状態 x_0 から出発して最終状態 x_T の1関数である utility $u=\Psi(x_T)$ を最大にする問題を考える。状態 x_t から x_{t+1} への推移は，一般に $x_{t+1}=g(x_t, y_t)$ によって与えられる。なお，ここでは，特殊な場合として，2－stage Problem

$$u=x_T=x_2,\quad T=2$$

$$x_{t+1}=g(x_t, y_t)=f(z_t-a_t)\qquad t=0,\ 1$$

と仮定しても問題の本質を失うことはない。ここに $z_t\equiv y_t-x_t$ であり，a_t は 1, 0 の値を $P_r(a_t=1)=\alpha$, $P_r(a_t=0)=\beta$ の確率でとる確率変数である。

そうすると通常の**stochastic model** ではutility の期待値を最大にする z_t の値は

$$\alpha f'(z^*-1)+\beta f'(z^*)=0 \tag{1}$$

によって与えられる。　　　　　　　（倉林　和夫）

Adaptive model では，確率 α 自体がつぎのように事前確率的に与えられるものとする。

$$a\ priori\ P_r(\alpha=\alpha_R)\begin{cases}=p_k^o>0 & if\ k=1, \cdots, K\\ =0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

最初の stage での行動の結果 a_o が生じたという条件の下での a_1 の確率には

$$a\ posteriori\quad P_r(\alpha=\alpha_k\mid a_o)=p_k'(a_o)$$

が用いられる。Bayes の定理から

$$P_k'(a_o)=\begin{cases}\alpha_k p_k{}^o/\sum\alpha_j p_j{}^o & if\ a_o=1,\\ \beta_k p_k{}^o/\sum\beta_j p_j{}^o & if\ a_o=0,\end{cases}$$

また，u $(a_o)=x_1(a_o)-f(z_t-a_t)$ であるから，$U(a_o)\equiv E_{p^1(a_0)}Ea_1〔u(a_o)〕$ を最大にする z_1 は

$$O=\sum p_k'(1)〔\alpha_k f'(z_t{}^*-1)+\beta_k f'(z^{\prime *})〕\quad if\ a_o=1,$$

$$O=\sum p_k{}^t(0)〔\alpha_k f'(z_t{}^*-1)+\beta_k f'(z_t{}^*)〕\quad if\ a_o=0,$$

$$t=0,\ 1 \tag{2}$$

で与えられる。

従って，たとえば，a_oから α_k の事後確率 $P^1(a_o)$ を求め $\sum\alpha_k\ p_k{}^1(a_o)=\alpha(a_o)$ を計算して，式(1)に代入することは一般に間違いであることがわかる。

ただし，$f(z-a)=\frac{1}{2}(z-a)^2$の場合は最適値$z_0$, z_1 は未知パラーメータの事前確率p^o あるいは事後確率 $p^1(a_o)$ に関する平均値であることが容易に示せる。　　　　　　　（倉橋　和夫）

Hiller, F. S. : The Derivation of Probabilistic Information for the Fvaluation of Risky Investments. *Management Science Vol. 9, 1963, 443—457.*

投資案を評価する場合，関係する危険の程度がきわめて重要であり，通常は，たとえ期待利益が小さくとも，安全な投資案が優先する。この傾向は，投資額が資本金に比べて比較的大きいときに強い。逆に一獲千金を狙って危険の多い投資を好むという例もある。どちらにせよ，危険を伴う投資案の評価には詳しい情報が必要である。この論文は，こういった情報を，収益率，現価，年経費などの確率分布の形で導き出す方法を示す。

現価の確率分布：j 期における収益を X_j で表わすと，現在から n 期にわたる収益の現価は：

$$P=\sum_{j=0}^{n}\left[\frac{X_j}{(1+i)^j}\right] \tag{1}$$

で表わされる。X_j は1つの確率変数であるが，各期の X_j はたがいにある程度の相関をもって分布するものと考えられる。この事実を反映するために，X_j を

$$X_j=Y_j+Z_j^{(1)}+Z_j^{(2)}+\cdots+Z_j^{(m)} \tag{2}$$

で表わし，右辺の変数は，$Z_0^{(k)}$，$Z_1^{(k)}$，$\cdots Z_n^{(k)}$ ($k=1, 2, \cdots\cdots m$) が相互に完全に Correlate している以外は，相互に独立で正規分布に従って分布するものとする。従って，Pの期待値，分布は：

$$\mu_p=\sum_{j=0}^{n}\frac{E(Y_j)+\sum_{k=1}^{m}E(Z_j^{(k)})}{(1+i)^j}$$

$$\sigma_p^2=\sum_{j=0}^{n}\left[\frac{Var(Y_j)}{(1+i)^{2j}}\right]+\sum_{k=1}^{m}\left(\sum_{j=0}^{n}\left[\frac{\sqrt{Var(Z_j^{(k)})}}{(1+i)^j}\right]\right)^2.$$

ここで，$m=0$ とおけば，各期の X_j は相互に完全に独立となり，$m=1$，$Y_j=0$ とすれば，各期の X_j は完全に関連することになる。

年経費の確率分布：年経費と現価の間には

$$A=P\left[\frac{i\ (1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$$

の関係があるから，P の分布が分れば係数だけ違うだけで直ちに A の分布を求めることができる。

収益率の確率分布：収益率 R は式(1)で $P=0$ に対応する i の値である。従って，R の分布は

$$\mathrm{Prob}\{R<i\}=\mathrm{Prob}\{P<0\mid i\}$$

によって求められる。

数値例として，あるカメラ会社が2つの投資案：

A　現有の最新型の生産拡張

B　全くの新型の生産開始

を評価する場合を示す。年間収益のバラッキはA案においては相互に独立であるが，B案においては，初期の marketing が成功の鍵を握るものと考えられた。従って，式(2)において，A案では $m=0$ とし，B案では $m=1$ として計算を行った結果，収益率の期待値はともに20%であるが，B案ではそのバラツキが大きい。本文には結果が図示されている。

（倉橋　昭夫）

哀　悼

副会長，中野支部長　清水勤二氏は昭和39年1月10日逝去されました。ここに深尽なる哀悼の意を表します。

なお，清水勤二氏の任期中は中部支部長として小野勝次氏（名大，理学部教授）が就任されました。

編集後記

先号から，出版社が，綜合統計研究所に変りました。長い間，お世話になった紀伊国屋に感謝の意を表したいと思います。

発行が，かなりおくれていますので，頁数に少し変動がありますが今号をお送りします。第4号のオリンピック特集号を6月前には出したいと考えていますので，第3号に投稿された方には校正を早目にお返し下さるようお願いします。