<綜合報告> プロダクション　スケジューリング

── 生産日程の作成問題 ──

吉谷竜一*
市川　準*

いわゆるプロダクション　スケジューリング問題は，ORではまた，順序づけの問題として表現されているが，現実の生産工場においても日々の具体的行動予定の作成という意味で非常に重要視されて来ている。本文においてはスケジューリング　モデルの理論的な立場からの展望に留まらず，生産現場に対する応用という面をも強調しておいた。

1，問題のありか

1. 1. 経営における各種の計画　経営における各種の計画を一括して経営計画と呼ぶことにする。これはさらに細かい，いくつかの計画に分れる。まず利益計画があり，企業全体としての望ましい利益額を得るような製品の種類や，その大よその生産規模をきめる。通常これは長期にわたる計画なので長期計画でもある。一方，市場調査や販売予測を通じ，特定の期間に発生すべき製品の品種別の需要の推定が行われる。これを資金，生産能力などの制約を考慮して修正作成するのが生産計画である。したがって，生産計画は現実の生産活動を行う時期よりも時間的にはるかに先行する。

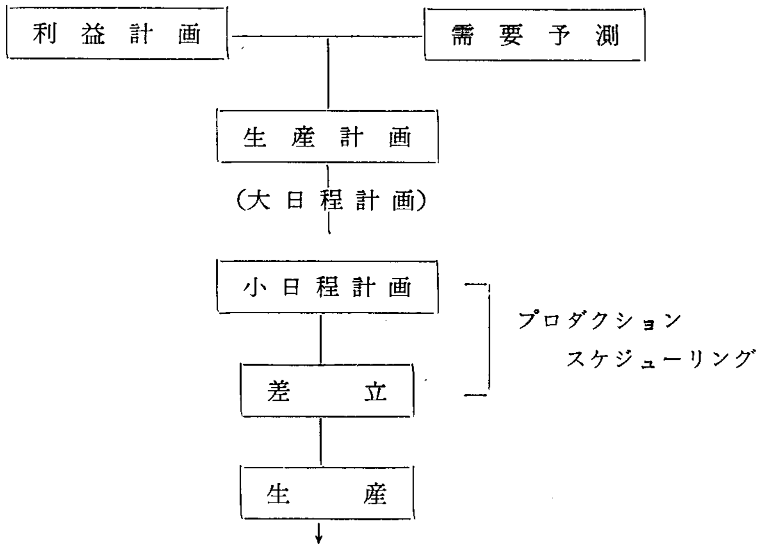
生産計画にしたがい，設計の依頼，資材の手配，下請加工，購買の発注が行われる。これは通常，資材計画，部品計画あるいは手配とよばれる段階である。また，主要部品や組立部品については，大よその着工日，完成予定日もこの段階できめる。（工場によっては，ここを大日程計画とよんでいるところもある。）通常，これは実際の加工能力の有無にかかわらず，最終所要日から逆算し，工程を追ってきめられる。

生産を開始すべき時期がせまると，具体的な製造のための計画をたてる。これの典形的な形式は，どのキカイをいつから使用し，何をいくつ製造せよ，という一定期間にわたる詳細かつ具体的な生産活動の予定表である。これは小日程計画あるいは日程計画とよばれ，ガントチャートの形式で表現しうる。また，すでに生産計画あるいは大日程計画の段階で発注しておいた購買部品や下請発注品の納入時の指示をするのもこの段階である。

小日程が計画されると，その計画を製造現場に指示する。これを差立とよぶ。部品の製造が終り，外部からの品物が入ると組立計画にしたがって組立てる。製造現場で発生する小さな事故，変更に対する処理は差立の操作で行うが，かなり大きな変更および，外部，上層部からの変更に対する処置が小日程に影響することがある。したがって日程のたて直しも必要になる。

* 早稲田大学生産研究所 昭和38年9月15日受理　「経営科学」　第7巻1号

以上の関係を図示すると次のようになるであろう。(**第1図**)



第 1 図

本文で扱うプロダクション　スケジューリングとは，以上のうち，小日程計画および差立に関する部分である。この部分の計画は，従来，直観的，経験的に行われて来たのであるが，近ごろマネジメント　サイエンスの発達に伴い理論的に扱われるようになって来た。しかし，まだ十分ではなく，現実の企業体内では，いろいろ工夫をして実用化に努力しているのが現状である。したがって本文では純理論的な計画理論による扱いをプロダクション　スケジューリングと呼び，現実に行われているものを日程計画と呼んで区別しておく。

なお，日程計画の理論はその前の段階，つまり生産計画の理論とも密接な関係があるので，必要に応じこれにも言及する。

1. 2.　生産計画　生産計画は実際の生産開始時期のかなり前にたてられる。したがって，この計画に用いる情報は予測された推定値であって，変動の可能性がきわめて大きい。したがって作られる計画そのものも大よそのものであって，実際行動へのきびしい予定表ではない。その意味で，(困難なことではあるが) ひとたびデータさえ得ることができれば，計画樹立はさほど難しいことではない。また，ほとんどすべての生産プロセスで発生する加工順序のごときものは，生産計画の段階では考慮しないのが普通である。また，大日程計画の段階でもこのことは考えないか，考えたとしても，各品物につきそれぞれのスケジュールを独立に考えるのであって，その時，その計画全体の実行が可能であるかどうかのチエックまではしない。したがって，生産計画をそのまま，製造のための計画とすることはできない。

1. 3.　日程計画　生産計画から日程計画を経て製造が行われる。一般に，日程計画とは実際の生産を開始する直前に，どの品物を，いくつづつ，どのキカイ，あるいは職場で，いつから

加工するかをきめることである。

生産計画と異るところは，直前の計画であるため，生産物の種類，数量が確定していること，と，実行のための計画だから計画通りに行動ができるようになっていなければならないこと，である。

もし，理想的な日程計画をたてることができれば，これをそのまま現場に示し，その通りに生産活動を行わせることができる。しかし，現在ではまだ，理想的な計画をたてることが，理論的にも，費用的にも難しいので，あるていど粗い日程計画をたてておき，これを差立係に示してやり，差立係が適当に指図をする方式をとるのが普通のやり方である。

また，たとえ，計画を理想的に立てることが出来ても，キカイ故障その他のノイズのために計画を変更しなくてはならないこともしばしば起る。変更計画を短時間に作ることは難しいので，小さな変更は差立係にまかせることもある。

1. 4. 差立　日程計画が理想的に出来るならば差立計画は不要である。しかし現実には，ある程度以下の詳細計画を差立係が作成しなくてはならないことがしばしば起る。したがって差立計画のための理論も必要である。通常，差立はあらかじめ計画しておくのではなく，現実の必要に応じて行うので差立規則 (dispatching rule) の形で与えておく。これは日程計画の規則に準じてとり扱うことができる。

1. 5. 進行管理　日程計画と実際の生産実績とを比較し，計画通りに進めることを進行管理（進捗管理）というが，そのように生産工程の方を管理することを工程管理とよぶ。進行管理，工程管理を迅速，正確に行うためには，日程の再計画を迅速に行う必要がある。このような再計画をリローディング (re-loading) とよぶことがある。

1. 6. 日程計画理論研究の目的　日程計画理論を研究する目的は，一連の経営計画の一部である日程計画を正確に，迅速に，しかも経済的にたてるための方法を見出すことにある。この日程計画は従来は，全くたてずに現場まかせの成行によったものか，たてるにしても熟練した計画係の経験や感によってたてられていて，その理論的構造が明かでなかったものである。マネジメント　サイエンスの発達とともにプロダクション　スケジューリング理論として研究されはじめたものはこれである。

2. プロダクション　スケジューリング

本文においては日程計画法に対する理論的研究の部分をプロダクション　スケジューリングと呼ぶことにし，すでに発表されている文献の概括を行う。

2. 1. プロダクション　スケジューリング　モデルの分類

2. 1. 1. 若干の予備概念

仕　　　事　J_i；計画に組入れるべき仕事，$i=1, \cdots\cdots, m$

キ　カ　イ　M_j；与えられた一定の加工設備，工作キカイ　$j=1, \cdots\cdots\cdots, n$

工　　　程　P_{ij}^{k}; M_j にて加工さるべき J_i の第 k 工程の加工内容。

加 工 時 間　t_{ij}; 1 工程の加工持続時間

段 取 時 間　σ_{ij}^{k}; 工程 P_{ij}^{k} のための準備時間

納　　　期　D_i; J_i についてのすべての加工を終了すべき予定時

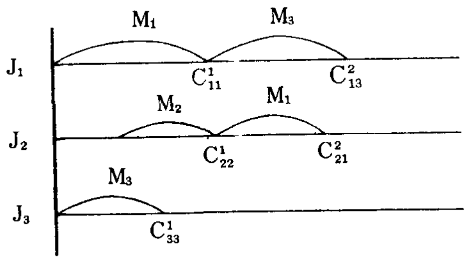
工程完了時　C_i^k; 仕事 J_i の第 k 工程の終了時，（C_{ij}^{k} とあらわすこともある）

j はキカイ番号

スケジュール　S; いくつかの仕事につき作りあげられたプロダクション　スケジュール（加工日程計画）通常，次のガント　チャートの形で表示しうる。

ガントチャート　G（J），G（M）; 2つの形式がある。いずれも，各工程の開始時，持続時間，終了時の時点を示すものであり，実行可能な計画である。

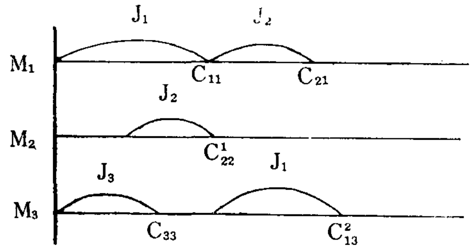
仕事についてのチヤート，G（J）



図は，J_1 は M_1，次いで M_3 で加工され $t_{11}=3$，$t_{13}=2.5$，J_2 は M_2，次いで M_1 で加工され，$t_{22}=1.5$，$t_{21}=2$，J_3 は M_3 で加工され $t_{33}=2$ の場合とする

第 1 図

キカイについてのチヤート，G（M）



第 2 図

プロダクション　スケージューリング理論で扱われるガントチヤートG（J），G(M)は，一方から他方を作ることができるという意味で本質的に同一のものである。しかし，一般の日程計画で画かれるガントチヤートでは，4.1 の山積法による場合のように，両者の内客は必ずしも一致しない。

2. 1. 2. Sisson の分類 [1)]　Sisson は問題を2つのカテゴリーにわける。機械的モデル（mechanical model）と熱力学的モデル（thermodynamical model）である。前者では各仕事についてのデータがデタミニスティクにきまるが，後者ではストカスティクにしかきめられない。機械的モデルの方がとり扱いは簡単であるが，現実のデータはそのようにデタミニスティクではな

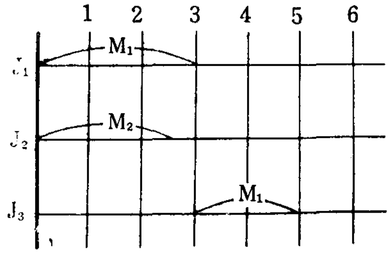
い。これに反し，熱力学的モデルでは元来ストカスティクであるべきデータの特性をとり入れているという点で一般性をもっているが，現実にこのようなモデルを作成することは難しい。[2)]

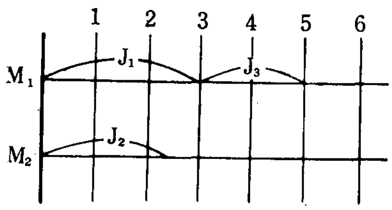
なお Sisson によれば，熱力学的モデルは機械的モデルに比較し，２つのすぐれた点をもっている。　a）これは任意の工場から得られたデータでテストすることができる。　b）順序づけが容易になりアナログ計算機で計画をたてることができる，という点である。

2. 1. 3. 本文における分類

i）基本型　$J_i(i=1,2\ldots\ldots,m)$，$M_j(j=1,2,\ldots\ldots,n)$，$t_{ij}$，が与えられたとき$S$を作成する問題。ただし，$t_{ij}$ は i を固定するとき j が唯１つ与えられ，かつ各 J_i は１単位量で，その工程は１工程の場合。

これは最も単純なスケジュール問題である。直観的には S を求めることは客易であるが，一般的な手続は確立していない。そのガント　チャートG(J)，G(M)は，J_1 は M_1，J_2 は M_2 J_3 は M_1，$t_{11}=3$，$t_{22}=2.5$，$t_{31}=2$ の場合，たとえば次のようになる。





第　3　図

ii）変型 I　各 J_i につき生産数量 x_i（$x_i\geqq 0$）が与えられている。この場合，

a）x_i が分割不可能

b）x_i が S により変り得る

にわけられる。普通の文献ではａ）である。

iii）変型II　各 t_{ij} につき

a）i を固定すると j が唯１つきまる場合

b）i を固定すると j が２個以上きまる場合

とがある。普通の文献ではａ）であるが，代替可能キカイがあるときはｂ）となる。

iv）変型III—I　納期 D_i が外から（顧客の注文，生産計画などにより）与えられていて，計画者としては変更できない場合，

a）すべての納期 D_i が同一値を持つ場合，即ちすべての i について

$D_i=D$ (const)

b）納期 D_i がすべては同一値ではない場合，即ちある i と j については

$D_i\neq D_j$

普通の文献ではａ）である。しかし現実にはｂ）が要求されることが多い。

III—2 工程完了時 $\overset{k}{C_i}$ (S) が S の中で決まる場合。これは，いわゆる加工の技術的順序 (technological sequence) が与えられている場合に相当する。なお，これには，最終工程 $\overset{l}{P_i}$ の完了予定時 $\overset{l}{C_i}=D_i$ が与えられている場合 a）と，ない場合 b）がある。一般のプロダクション スケジューリング問題では D_i が与えられていず，単なる順序づけ問題として扱う場合が多い。

また，技術的加工順序が与えられている場合には

$$J_i\,;\ M_{j1}\rightarrow M_{j2}\rightarrow M_{j3}\rightarrow\cdots\cdots\cdots\rightarrow M_{jl}$$

と表示されるがこれはわれわれの前述の記号で表示し直すと

$$\begin{array}{ccccccccc} J_i\,;\ \overset{1}{C}_{ij1} & < & \overset{2}{C}_{ij2} & < & \overset{3}{C}_{ij3} & < \rightarrow\cdots\cdots\cdots < & \overset{l}{C}_{ijl} & (=D_i) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ M_{j1} & & M_{j2} & & M_{j3} & & M_{jl} & \end{array}$$

となるのである。

v）変型IV 加工開始可能時点 T_i が外から与えられていて計画者はこれを変更できない場合

a）すべての加工開始可能時点が同一時点である場合

$T_i=a$ (const), a は大体の場合スケジュールの始点をとる。

b）加工開始可能時点がすべては同一時点でない場合，即ちある i と j については，

$T_i \neq T_j$

普通の文献では a）が多いが，後述のように文献12) 13) では b）の条件が入っている。

vi）変型V 目的函数をもつもの，目的函数の種類としては

a）S の全体の長さ (schedule interval) を最小

b）総加工費を最小

c）総利益最大

d）納期からの遅れの和を最小

e）各キカイの稼動時間の和を最小

f）最大の遅れを最小

g）中間在庫量最小

h）中間在庫費用最小

i）その他

vii）変型VI 基本型で与えられた t_{ij} に対して，直接加工時間以外に，スケジュールの中に入ってくるものを取扱う場合。これらは，

i）J_i によって決定される要因

ii）M_j によって決定される要因

iii）J_i，M_j の両方から決定される要因

にわけられる。

などがある。

2. 1. 4. 解法の分類

解法を大分類し，I　解析的に解を求める方法

II　実験的に解を求める方法

とする。通常の文献はIである。IIはシミユレーションの1種とみなしてよい。

3. プロダクション　スケジューリング　モデルの例

3. 1. 解析的に解を求めるもの

3. 1. 1. S. M. Johnson のモデル[3) 4)]

〔例　題〕

2台のキカイでm個の仕事をする問題。すべての仕事が同じ加工順序を持つ。納期は与えられていない。目的函数はスケジュール時間最小

表示：

M_1, M_2, P_i^k ($i=1, 2, \ldots\ldots, m$; $k=1, 2$) t_{ij}^k が与えられ，すべての i につき，$C_i^1 \leqq C_i^2 - t_{ij}^2$ の条件の下に $\max_i C_i^2 \to \min$ となる S を求めること。

分　類：

加工時間につき：変型IIのa）

工程完了時につき：変型III－2のb）

解法：

適正解 S を与える特有のアルゴリズムがある。

制約：

$j=2$ にかぎる。特殊の場合にのみ $j=3$ に対し同じアルゴリズムが成立する。

実用性：

ある計画期の始まる前に前工程を終了した J_i ($i=1, \ldots\ldots, m$) について計画することが有意義な場合がある。この意味では差立計画と解した方がよい。なお，一般に $j>3$ の場合の研究が Page により発表されている。[5) 6)] しかし，これは解析的方法ではないので最適解を得るとは限らない。解法の分類からは3－II，実験的方法に属する。

3. 1. 2. R. T. Nelson のモデル[7) 8)]　文献所載の例題は仕事2種をキカイ3台で加工する問題。加工順として

仕事1では $M_1 \to M_2 \to M_3$ の順

仕事2では $M_1 \to M_3 \to M_2$ の順

各キカイの稼動可能時間はそれぞれ1,000分，仕事，1，仕事2の限界利益率が与えられている。目的函数は利益最大，決定変数は各仕事の生産数量。

表示：

$J_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots\cdots, m)$

$M_j\ (j=1, 2, \cdots\cdots\cdots, n)$

$\tau_{ij}\ (x_i)=t_{ij}\cdot x_i$；$x_i$ は J_i の生産数量，t_{ij} は与えられている。

$\sum_i t_{ij} \leqq T$；T は与えられている。

$\overset{1}{C_i} < \overset{2}{C_i} < \overset{3}{C_i} \cdots\cdots\cdots < \overset{k}{C_i}\ (=D_i)$

目的函数　$\sum_i C_i x_i \rightarrow \max$

要するに加工順序を含むリニア　プログラミング問題で，１種の利益計画問題である。スケジューリングは副次的に要求される。

分類：

加工時間につき：変型Ⅱのａ）

工程完了時につき：変型Ⅲの２のａ）

目的函数として：変型Ⅴのｃ）

解法：

はじめキカイだけの立場から，すべての可能なスケジュールを求め，その中から仕事の技術的順序をみたすスケジュールを抜出す。その数は $m!$ と $(m!)^n$ の間にある。この中から目的に対する最適解を見出す。その時リニアプログラミング計算を行う。

実用性：

計算量が膨大となり実用性なし。

3. 1. 3.　Akers and Friedman のモデル[9]

〔例題〕文献所載の例では，仕事２種をキカイ４台で加工する問題。加工順序として

仕事１では $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4$

仕事２　　$M_4 \rightarrow M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow M_3$

目的函数はスケジュール時間最小，納期は与えられていない。

表示：$J_i\ (i=1,\ 2, \cdots\cdots\cdots, m)$

$M_j (j=1,\ 2, \cdots\cdots\cdots, n)$

t_{ij}：与えられている

$\overset{1}{C_i} < \overset{2}{C_i} < \cdots\cdots < \overset{k}{C_i}$

分類：

生産数量につき：　変型Ⅰのａ）

加工時間につき：　変型Ⅱのａ）

工程完了時につき：変型Ⅲ－２のｂ）

目的函数につき：　変型Ⅴのａ）

解法：3・2，R.T.Nelson のものとほとんど同じであるが，実行可能なスケジュールを導出すのに，Akers and Friedman の判定基準を用いる。記号論理の1種である。

実用性：

Churchman, Ackoff, Arnoff の Introduction to Operations Reserch によれば，電子計算機を用いれば実用性あり，という。

3. 4. 松田，吉谷のモデル[10)]

〔例題〕文献所載の例では仕事2種をキカイ4台で加工する。加工順序として

仕事1：工程1→工程2→工程3

仕事2：指定なし

加工代替機械あり。繰返生産型。目的は各キカイの稼動時間の和最小，決定函数は各小時間域における，加工キカイ別の仕事量。

表示：J_i $(i=1,\ 2,\ldots\ldots,m)$

$M_j(j=1,\ 2,\ldots\ldots,\ n)$

t_{ij}；与えられている（但代替機械あり，i を固定すると j は2つ以上きまる。）

$D_i=D_{i+1}$

分類：

生産数量につき：変型Ⅰのｂ）

加工時間につき：変型Ⅱのｂ）

工程完了時につき：変型Ⅲ—1のａ)，Ⅲ—2のａ）

目的函数につき：変型Ⅴのｅ）

解法：全計画期をいくつかの小時間域に分解し，1時間域において工程しか加工できないものとしてリニアプログラミング　モデルを組む。

実用性：計算量膨大となり実用性なし。ただし，小時間域にわけて計画をして行く考え方は，5の実用的な日程計画に対し理論的な支持を与える。

3. 1. 5. B.Giffler, G.Thompson のモデル[11)]

〔例題〕

文献所載の例題は仕事3種をキカイ3台で加工する問題。加工順序として

仕事1：$M_1 \to M_2 \to M_3$

仕事2：$M_2 \to M_1 \to M_3$

仕事3：$M_3 \to M_2 \to M_1$

目的函数はスケジュール時間最小

表示：

J_i $(i=1,\ 2,\ldots\ldots,m)$

$M_j(j=1,\ 2,\ldots\ldots,\ n)$

t_{ij}：与えられている

$$\overset{1}{C}_{ij} < \overset{2}{C}_{ij} < \cdots\cdots < \overset{k}{C}_{ijk} = D_i$$

$$M_{j1} \quad M_{j2} \qquad\qquad M_{jk}$$

分類：

生産数量につき：　変型IIのａ）

加工時間につき：変型IIのａ）

工程完了時につき：変型IIIの２のｂ）

目的函数につき：　変型Ｖのａ）

解法：

特定の計画規則にしたがいながら，逐次局所的に目的をみたしながら可能解をすべて求めて行き，それらのうちから最小スケジュール時間を持つ計画を選び出す。この方法で，m，n，工程数が多いときは計算量が膨大となるので，すべての解を調べず，途中でランダムに解を選択して行く方法が提案されている。

3. 1. 6. B. Giffler のモデル[12)][13)]

〔例題〕文献所載の例題は仕事６種（製品としては２種）を２種の職場で加工する問題。加工順として与えられている条件は，

製品１：仕事１（職場１）・仕事２（職場２）→仕事３（職場１）

製品２：仕事４（職場２）→仕事５（職場１）→仕事６（職場２）

納期は与えられていないが製品１と製品２とにそれぞれ別の加工開始可能時刻が指定されている。目的函数はスケジュール時間最小。又この Giffler の文献では他の文献のように t_{ij} という各仕事の加工時間が与えられているわけではなく，各仕事の可能先行関係ごとに，仕事 j がスタートしてから，そのすぐあとで仕事がスタートできる最小時間を与えている。

表示：J_i $(i=1,\ 2, \ldots\ldots, m)$

$M_j (j=1,\ 2, \ldots\ldots, n)$

t_{ij}：直接は与えられていない。

しかし別の条件の中に入って与えられていると考えてよい。

即ち，$s_{kl}=t_{kj}+\varepsilon_{klj}$ で表わされる量 s_{kl} が与えられている。ここで k と l は共に仕事番号を，j はキカイをしめす。s_{kl} は仕事 k のあとで仕事 l を遂行する場合（与えられた加工順としてか又は同一キカイを用いるため発生する前後関係として）に仕事がスタートした時刻から仕事 l がスタートしうる最小時間をあらわしている（t_{kj} はロット生産のような場合，ロット全体の加工時間ではなく品物１つ当りの加工時間をとるものとする）又 ε_{klj} は直接加工時間以外に，仕事 k と次の仕事 l に関連して，又はキカイ j に関連して，発生する必要時間をあらわすものである。

$$C_i < C_j \begin{pmatrix} i = i_1, & i_2, \ldots\ldots, & i_p \\ j = j_1, & j_2, \ldots\ldots, & j_p \end{pmatrix} \qquad P < m$$

但　$i=j$ なる場合は除く，又 $C_i < C_j$ 且 $C_j < C_i$ なる矛盾はないものとする

なる順序が P 個与えられている。

分類

加工時間につき　　　　：変型II－a）　且変型V

仕事完了時につき　　　：変型III－2－b）

加工開始可能時点につき：変型IV－b）

目的函数として　　　　：変型V－a）

解法

製品からみた場合の各仕事の先行関係（直接の）と，キカイからみた場合のそれとの両方に関する s_{kl} が与えられているのでそれをもとにして先行マトリックス S_o を作る。ここで S_o の各エントリーは set で与えられる。これは s_{kl} の値が，前述の両方からみて同一の k と l について生ずる場合があるからである。（このマトリックスはm×mの大きさである）又，スケジュール開始時点での各仕事ごとにスタートしうることが判るものはその時刻を，判らないものは O をエントリーとする行ベクトル T_o（m行）を作る。この S_o と P_o をもとにして，スケジュール代数という特別に定義された演算をもとにした計算法を用いて解をもとめる。この場合 i）先行関係が一意に決っている場合　ii）一部だけが一意に決っている場合，にわけられるが，i）は解が一意に決定され，ii）はある優先順の条件をいれないと解が一意に決定されない，この文献では FIFO (first in, first out) をとっている。

実用性

計算量はかなり大きくなるが，IBM 7090 によるこの解法をもとにした Program である SCHEDULER I が作られているので，IBM 7090 の使用可能な場合は実用性があるとみてよい。しかし前述の i）と ii) についていえば，i）の場合はむしろ本質的に CPM（クリティカル・パス・メソッド）と同一のものであって工程計画につかえる場合は少いと思われる。ii) の場合は，現実によくあっているが，どのような優先順をとるかということによって解が変動するから，その意味でむしろ SCHEDULER I は一種のシュミレーターとみなした方がよい。又 s_{kl} を実際に求める場合 ε_{klj} の測定がむづかしいと思われる。

3. 2.　実験的に解を求めるもの（ジョブ　ショップ　シミュレーションを含む）

3. 2. 1.　総括　ここで一括したモデルは各品物を指定の加工順序，加工時間にしたがって順次キカイにかけ，その記録をとり，これをもって計画とする方法である。その際，同一キカイの前に待行列が生ずるときは，適当な優先規則（選択規則）にしたがい選択加工する。この方法によるときは採用された選択規則に対応して計画 S がきまる。3. 1. では特定の目的函数があるときは，それを最適化するごとき計画 S が得られたが，3. 2. では選択規則に対応して計画がきま

るだけである。したがって1種のシミュレーションである。

通常，選択規則は適当な方法できめられた優先番号（Priority Number）の形をとるので，この方法を優先番号法と呼んでもよい。

いかなる優先規則を採用すれば，いかなる結果を得るかという，選択方式と結果との間の因果関係はまだ明かにされていない。したがって，いくつかの選択方式を試みて，その結果から判断する。しかし，正しいシミュレーションの結果きめられた優先番号方式は，情況の変化がないかぎり，日常業務に使用しうる。この場合，差立規則として用いることが多い。

3. 2. 2. ジョブ　ショップ　シミュレーション　　この方法で計画をたてるにはまず，適切な優先番号方式を見出すことからはじめる。そのためにジョブ　ショップ　シミュレーション（Job Shop Simulation）が発達した。このとき2つの行き方がある。1は，特定の工場で特定の目的函数をみたすための計画規則としての優先番号を見出すことであり，2は，工場一般に妥当するような一般的な優先番号の研究である。

実用的には，特定情況下における特定工場の計画が目的なので1の立場をとる。

なお，ジョブ　ショップ　シミユーレーションを通じ，単に日程計画をたてるための計画規則を発見するのみならず，工場の生産能力の推定とか，設備増設，人員削減などにより工場が蒙るべき影響の予測ができる。この際の考え方は，工場の生産能力はプロダクション　スケジーリング S の函数であるという思想に基く。

3. 2. 3. 優先番号の種類　　優先番号は，納期との関係によるもの，仕事についての属性によるもの，双方を含んだもの，に分類される。

3. 2. 3. 1. 仕事の属性による優先番号　　これは仕事自身が持っている何らかの価値を評価したものである。

a．到着順

b．品物の価値（同じ価値のものがいくつかあるときは到着順）ここで価値とは，それまでにその品物に累積吸収された価値を金額で表示したものであって，売買価格ではない。普通，高中低の3グループにわけ高価値のものから選ぶ。

c．次工程の加工時間の短いものから。

d．次工程の加工時間の長いものから。

e．生産命令の確定した順にえらぶ。

f．価格と生産命令確定日とを併用。

g．ランダムにえらぶ。

h．その他

3. 2. 3. 2. 納期を含む優先番号

a．納期の最も差迫った仕事からえらぶ。

b．納期までの余裕時間の少いものからえらぶ。

$$\phi_i = D_i - \sum_j t_{ij}$$

さらにこれに移動時間や段取時間を加えたものや，

c．$\dfrac{\text{納期}-\text{残りの加工時間}}{\text{残りの工程数}}$ の小なる値を持つものからえらぶ。

d，（納期－残りの加工時間）－（そのキカイにおける待時間の期待値）

e．$\dfrac{\text{納期}-\text{残りの加工時間}}{\text{そのキカイにおける待時間の期待値}}$

などの変形も用いられる。いずれも小なるものからえらぶ。

f．Vazsonyi の式

$$\frac{t-\hat{t}}{\bar{T}-T}$$

ここでTはその仕事の到着日，$\bar{T}$は納期，tは現在の日付，$\hat{t}$は現在までに終了した仕事量を日数で表現したもの。

大なるものからえらぶ，

g．納期との時間的な差を費用で表現した式

1）M. Salveson の式

2）Berners—Lee の式

h．その他

3. 2. 3. 3. 双方を併用した優先番号

a．Jackson の dynamic priority [13) 14)]

b．IBM の MOS における優先番号

IBM 社の management operating system においては，品物の属性（特に在庫的性質）によりきまるコード i と，納期との関連においてきまるコード j を用い，$i+j$ を計算し綜合的な優先番号としている。小なるものからえらぶ。2種のコードの和をとることに理論的な裏付けがあるわけではない。一般に優先番号に関係のある文献を（15）にまとめる。

3. 2. 4. 優先番号方式に対する批評

優先番号を計画規則として用いると，キカイ別，工程別の実行可能な計画を比較的容易に作成することができる。しかし，複雑な優先番号式は計算量が多くなりすぎるのでシミュレーションにはともかく日常の計画用にはむかない。また，この方式では必然的に，各キカイの前に出来ている待行列をすべて調べてみて，その中から最優先の品物をえらぶので，常にキカイ別に待行列を記憶していなくてはならない。したがって電子計算機を用いるときは記憶容量が不足し勝となり，また計算時間もかかる。

経験によれば，キカイ台数70，仕事の種類70，1仕事の平均工程数5～7，1種類の仕事を1週間に2～3万個生産するプレス工場の2週間分の計画をたてるのに，5,000 ワードの磁気ドラム付の電子計算機で7～8時間要している。

4.　3の方法の実用性について

3で総括したプロダクション　スケジュールの作成法はいずれも実用という点からみると，膨大な計算は別としても難点がある。その1つは目的函数が1種類しかとれないということである。この点はスケジューリング問題のみにとどまらず，他のORの一般問題にも共通なのであるが大きな欠点といわざるを得ない。次は，計画に用いる時間値 t_{ij} の精度の問題がある。特に文献(11)とか，3. 2. 2. の型のものにおいては，ある加工工程が終了した時点で次の仕事を選択して加えて行く形式をとつている。したがって加工時間の推定に誤差があると，長期間の計画をたてるほど累積誤差が大きくなり，計画と実績の間の差が大きくなってしまう。通常のOR研究においては t_{ij} は所与としているが，現実にはそう簡単には行かない。

それ故，現在のところでは，実用的な日程計画の作成法としては，プロダクション　スケジューリング　モデルはまず無力であるといわざるを得ない。

ところが現実には各工場で日程計画の作成の必要にせまられている。いかにして解決すべきであろうか。

5. 日　程　計　画　モ　デ　ル

4.　までに述べたのは，文献(10)を除きすべて各工程の開始，終了の時点を指示する計画を得ている。しかし文献(10)は各工程の置かれる時間域を指示している。

現在，普通の工場で行われている日程計画は山積法といい，時間域を指示する方式である。これによると，時間域内におかれるべき仕事の種類と量が指示されるだけで，これをどのように加工するかは指示されない。したがって，別に細かい指示が必要となる。これを差立(dispatching)とよぶ。すなわち，この方法によるときは仕事の置かるべき時間域を指示する計画と，その時間域内での個々の仕事の仕方を指示する計画との二段となる。

この方法はプロダクション　スケジューリングと異り，作業時間の見積りにすこしくらい誤差があっても，各時間域の変り目ごとに差立として修正できる特徴をもつ。それ故，現在の段階としてはむしろ推賞さるべき方法である。しかし，この山積法そのものについての理論的研究はまだ進行中であってほとんど発表されていない。

これはおそらくは，マシン　ローディング（個々の機械別の日程計画）およびショップ　ローディング（機械群又は職場に対する日程計画）として発展させられるであろう。

6. 文　　献

1) R,L,Sisson ; methods of Sequencing in Job Shops : A review ; JORSA vol 7. No 1
2) J.R.Jackson ; Net work of waiting Lines ; Management Science Research Project, Research Report No. 53 UCLA Feb. 13, 1957.

3) S.M. Johnson ; Optimal Two and Three Stage Production schedules with Set-up-Times Included ; Nav. Res. Log. Quat. 1, 1954.

4) R. Bellman ; Mathematical Aspects of Scheduling Theory ; J. Soc. Ind. and Ap. Math. 4, 1956.

5) E.S. Page ; An Approach to the Scheduling of Jobs on Machines : J. of Roy. Stat. Soc. B, 23, 1961.

6) E.S. Page ; On the Scheduling of Job by Computer ; Computer J. Oct. 1962.

7) R.T. Nelson ; An Engineering Analysis of the Scheduling Problem……An Initial Results ; Ind. Log. Res. Project, Discussion Paper No. 39, Dec. 1953.

8) R.T. Nelson ; Job Shop Scheduling ; An Application of Linear Programming : 同じ Report No. 28, Mar. 1954.

9) S.B. Akers, J. Friedman ; A Non-numerical Approach to Production Scheduling Problem, JORSA Nov. 1955.

10) 松田正一，吉谷竜一；動的リニアプログラミングによる機械工場の日程計画；「日本機械学会誌」昭和32年6月

11) B. Giffler, G. Thompson ; Algorithm for Solving Production Problems ; JORSA, Vol 8. No. 4.

12) B. Giffler ; Mathematical Solution of Production Planning and Scheduling Problems, IBM ASDD Technical Report.

13) B. Giffler ; Scheduling General Production Systems Using Schedule Algebra ; I.T.T. Report.

14) J.R. Jackson ; Some Problems in Queueing with Dynamic Priorities ; Nov. Res. Log. Quart. Sept. 1960.

15) J.R. Jackson ; Queues with Dynamic Priority Discipline ; Management Science Vol 8. No. 1

15) 優先番号に関する文献

i) M.E. Salveson, R.G. Canning ; Electronic Production Control

ii) A.J. Rowe, J.R. Jackson ; Research Problems in Production Routing and Scheduling ; Management Science Research Project, Report 46.

iii) J.R. Jackson ; Job Shop Simulation by the Logistics Computer ; 同じ Report 49.

iv) Y. Kuratani, J. McKenney ; A Preliminary Report on Job Shop Simulation Research ; 同じ Report 65.

v) A, Vazsonyi ; Scientific Programming in Business and Industry.

vi) C.T. Baker, B.P. Dzielinski ; Simulation of a Simplified Job Shop ; Management

Science, Apr. 1960.

vii) Improved Job Shop Management Through Data Processing, IBM Genegal Information manual.

16) 数学的立場からの解説文献としては　森口繁一編　スケジューリングの手法　日科技連数学計画シンポジウム，報文シリーズ　No. 8

TIMS-ONR 懸賞論文について

アメリカの ONR (office of Naval Research) からお金が出て，TIMS (The Institute of Management Sciences) で世話をする懸賞論文募集がある。こんどのは，第3回目で，締切は1964年6月30日。題目は Capital Budgeting of Interrelated Projects（関連する企画に対する予算配分）. 賞金は11,000ドル——というよりも，それだけの給料をもらって，アメリカで1年間研究生活をするような研究契約を結ぶのが賞で，応募資格は学生または卒業後（大学院卒業後）7年以内で，論文は未発表のものに限る。数学的ないし統計学的研究，新しい計算機プログラム，発見的方法またはシミュレーションで，新しい知見を加えるとか，問題処理能力を増進するとかいった成果を伴うものでなければならない，くわしいことは東大工学部森口繁一教授のところ，または本学会事務所に問い合わせて下されば写しを送るとのこと。

〔訂正〕

二・三の確率分布に対する近似公式およびその応用

真　壁　肇

(経学科学　5巻　4号　pp. 233～240)

(1) P. 237 の第2図と P. 238 第3図との図が入れかわる。

(2) P. 239 における $\sqrt{v_p}$ はすべて $\sqrt{{}_p f}$ でおきかえられる。

(3) P. 239 の(15)式の第1行目は

$$K=n+aN\bar{p}\sum_{k=0}^{c}(k+1)h^k(1+h)^{-2-k}+bN\sum_{k=c+1}^{\infty}h^k(1+h)^{-1-k}$$ とする。(h^kが第2項，3項に入る)

(4) P. 240 ↓1　$n=67$ は $n=43$ とする。