

## 〈展 望〉 OR への形式論理の応用

小 野 勝 次\*

きょう私がお話いたしますことは、皆さんの今までのご講演のように、OR の非常に専門的なお話ではございません。形式論理学と言いますか、中でも主として命題論理学 (proposition logic) と OR との関連と言いますか、応用というようなことについてお話したいと思って参ったのであります。

まず第一に、どうしてこんな幅の広い問題を取り上げたかということについて、多少の弁解が必要だと思えます。われわれぐらいの年齢層の方の多くがそうであるように、OR というような新しい学問が進んできたことに対してかなり強い関心も持っておりますし、その進歩を期待もしてはおりますけれども、実は私自身はその専門家でございせんので、きょうこれからお話しますのは、何も私の業績というようなことについてのお話ではありません。ただ、アウトサイダーとしての意見をお話したいのです。自分としては、しかしこういうことも必要であると思えます。われわれはアウトサイダーではありますけれども、大学などにおきましてはその方面に進む学生たちを、なるべくそちらの方へ進むように努力もしてやらなければならないし、それからそういう人たちが進んだあとでそういう教育が有効であったように教育もしていかなければならない。そういう意味では完全に接触なしにはすまされないと思うのであります。

若い方々が OR を開拓していかれるにあたって、別の方向から OR のことを考えてみる。殊に OR に関係しまして数学が応用される。それからまた二進分類法 (binary method) というようなものがかなり応用されてきております。近頃はもう古典となりましたが、ウィーナーのサイバネテックスといったようなものを論ずるにあたりまして、一応二進分類法の話なしにはすまされない。OR をやられる方々は一応記号論理学のことをやらなければならない。これは準備教育としてそういうことが行なわれるようになっております。

二進分類法とか、あるいは命題論理学と言いましても、ここでは形式論理の問題であります。その中で実際的には命題論理学 (proposition logic) と述語論理学 (predicate logic) にわかれています。命題論理学の方では、ただ一つの命題を否定するといったようなこともありますけれども、大体命題と命題の結合を主にしたものであります。述語論理学と言いますのは命題をもう少し細かに分けまして、主語だとか述語だとかを問題にする。そしてさしあたって問題になりますのは全称、特称といったようなことを問題にしているのであります。現在のところ OR ではほとんど命題論理学だけが問題でありますけれども、決して述語論理学も将来無関係であるとは考えられない。そういう状態であります。

\* 名古屋大学 昭和 35 年 11 月 5 日 第 10 回研究発表会特別講演 昭和 37 年 2 月 2 日受理

こういうふうに論理を特に取り上げましたのは、私はここでは論理というものをかなり広い意味にとっていて、ある意味での数学はその一部に含んでいるようなつもりでお話しているのがあります。論理の問題を特に取り上げたのは、論理と OR との結び付きというものが、必ずしもそう簡単にわからない。ある特定の型をもってこれから応用されていこうというところが想像されるからであります。

私自身実は形式論理学を二度ほど、自分自身の古い経験の中で使っている。その二度の使い方がかなり違っている。私自身の平常やっておりますことは数学基礎論と言いまして、数学の論理的な構造に興味を持っております。数学の論理的な構造を研究するためには、普通ものを考えているときは、どうしてもわれわれは理屈で考えているのではなくて、ムードで考えているのですから、そのムードの部分を取り除かなければならない。このことが非常に大切なことだと思うのです。論理を使うときにはとにかくムードを取り除くというようなことが問題になるのですが、そのために形式論理的な知識を使う、これはやむを得ないことでもあります。それが第一回目の私のある面での形式論理学の使い方でありました。

それからもう一つの面では、もうこれも二十年も前のことですが、統計機だとか計算機というものに対して興味を持ったことがありました。こういうものは、まだ当時はすぐれたものではできていなかった。しかし考えの上での話としてならば、どういうものならば可能であるか、またどういうことはちょっとできそうもないだろうという見当はつけられました。そういう見当だけから言えば、私自身が最初立てた見当はいまだに誤っていなかったと自負しているのであります。その見当として、機械を作ったときに、機械はかなりスピードの速いものになるだろう。かなり正確なものになるだろう。相当面倒な計算でもやっけてのけるものができるだろうということは、いろいろな点から想像にかたくなかったわけでありました。しかしできない方のこともほとんど初めからわかっていたので、計算機械というものはたとえできたとしても、おそらくあまり気のきいたものにはならないだろう。この気のきいたという意味はいろいろな意味がございますが、われわれが何か人を使ったりするときに、その人が気がきいているとか、気がきいていないとかというような意味で、いっているのです。気のきいている人に対してだったら何かを命令しておけば、その命令にもとづいてある程度は自分で判断も働かせて適当に行動してくれるでしょう。命令とは少々違って、その場に応じて適当に行動してくれる。言いかえれば、よろしく頼むということがいえる。人間でしたら大抵の場合よろしく頼むということが言えるのです。私自身、人に何かものを頼むときにはもっとも得意とする言い方なんです。しかし、このよろしく頼むが機械にはどうも言えそうもないと考えられるのです。しかし、機械にはやはり何かの仕事させなければならぬ。そうしますと、われわれは先ほども言いましたムードを捨て、ニュアンスを捨て、ドライになって、すべてのことを一々言って聞かせておいてやらなければならない。こういう問題が起ります。それをやりますには、平常はやはりムードで考えておりますから、一応ドライになって、論理的に取り扱う必要を生じたのであります。

もちろんそこにはもっとほかの、いろいろな動機もあったのであります。たとえば計算機械を作るとすれば、当然電氣的なものに進むだろうということが予測されました。そうしますと電気回路と非常に密接な関連をもったものがある。そういうことになればやはり論理的なものがあるということになりました。われわれが高等学校の時代には、電線を二つつなぐときには、直列につなぐとか、横に並べるときには並列につなぐとかいう風に習いましたけれども、近頃ではどうかすると論理との関連で and-connection とか or-connection とか言っているようであります。そういうのは命題論理学で  $P$  という命題と  $Q$  という命題を結合して「 $P$  あるいは  $Q$ 」という命題を作り、 $P \vee Q$  と書いております。また「 $P$  でもあり  $Q$  でもある」という命題をつくって  $P \wedge Q$  などと書いております。 $P \vee Q$  や  $P \wedge Q$  は、回路の並列や直列の結び方とあまりにも関係が深いもので、今だったらば or-connection とか、and-connection とか言った方が連想もあって都合がいいといったようなことが起ったわけでありましょう。

それから古い時代には統計機械などでは十進分類法によっているのが大部分でありました。しかし、二進分類法というのはなにも新しいものではない。歴史を言えば、ギリシャ時代のアリストテレスにさかのぼります。そういう古いものですがけれども、やはりこういうふうな論理との関係という点から考えて、イエス、ノーでことをすませる二進分類法がいいだろうということになったのであります。

計算機械はこういう方向にだんだん近づくとおもわれます。ただ、数学の論理的構造を調べるために記号論理学を使うときと、今のように気のきかない機械にものを申すときに記号論理学を使うときとは大へんニュアンスが違うのです。歴史的に言えば、記号論理学というものは、大体ライブニッツあたりに端を発しているのです。そのライブニッツの最初の考えは、判断が異なったときお互に口角泡をとばして議論をするのはばかばかしい。そういう場合には、ちょうど会計士が計算が違ったときにするように、判断が異なった部分の論理的な構造を紙と鉛筆で調べ直してみれば、どちらが正しい判断であるかがわかるだろうといったようなことをライブニッツが考えていたらしいのです。実は、オリジナルで読んだのではなく、また聞きですから、はなはだ申しわけない話ですがけれども、そういうふうなライブニッツの最初の考えは、むしろあとの使い方の方と似ているので、OR に使われますときにも、そういう形で使われるときが多いだろうと思うのであります。そういう意味でもしも OR に進む人たちに論理を教えるならば、大体そんな方向から教えたらいいだろう。こういうことはだれもが考えることで、なにもここで私がこと新しく申す必要はないのであります。私自身はそれに対してまだ多少の疑問を持っておりますし、ある意味では意見も持っております。われわれが OR の研究者に対して、準備的にこういう論理のことを講義したり、話をしたりするときに、果してただ今までやってきたようなやり方で、論理について述べればよいだろうか。これは数学の教育についても同じことですがけれども、私自身としてはいつもひっかかりを感じておるのであります。

どういう点でひっかかりを感じているか。たとえば現在のように命題論理学を、たとえば二進

分類法と結び付け、あるいはブール代数と結びつけて考える。大ざっぱに言えば普通の整数を偶数と奇数に分けて考えるように、命題を偶数、奇数と言いますか、成り立つ命題と、成り立たない命題と二つに分けて話をしていく。そういう考え方は、数学的に言えば法2 (modulo 2) で考えるという考え方ですが、そういう考え方との関連だけを話していればそれでいいのだろうか。こういう疑問を私自身はいつも持つのであります。

と言いますのは、われわれは機械に対して最初から非常に気のきいた機械というものを期待することはできない。しかしたとえば OR グループに対しても、同じような期待を持って進むべきだろうか。OR グループというものは、本来気のきかないものなのだ、判断のしかたも方針もすべて前もって他から出しておいてやる、きちんとこうこうこういう計算をしろと言ったときにだけ計算するのが OR グループなんだと、こういうふうに考えて進むべきだろうか、どうだろうか。OR の専門家の皆さんは多分ばかを言うなと言われるだろうと思うのですが、私もまたばかを言うなと言いたい一人であります。

ところが OR でやっておりますことを、数学的に何かきっかりしたやり方でやるときには、あるアイデアのもとでならば、その結果がこうすればどうなるということまでは数学できっかり出る。しかし何か面白い考え方、新しい考え方をうみ出すときに、その数学的な手法がうまくものをいってくれるだろうか、どうだろうか。同じ問題は、論理の問題になりますとなおさらであります。論理というものはあまり創造的なものではなくて、当り前のことを言うだけであります。論理的な手法が、また果して何か新しくものを作り出すときに役立つだろうか、どうだろうか。

それからもう一つ別の問題としまして、OR グループといったようなものが、一方ではかなり高級な数学も使って、素人わかりがしにくくなるというのは当り前のことなんですけれども、しかしそうかといってわざわざわかりにくくしておく必要はない。極端な言い方をすればわからないお経をありがたがるようなことにはならないようにすることが望ましいと思うのです。そういう意味からすると、論理的な手法は、専門家だけ、それをしょっ中やっている人だけにはわかりますけれども、他のものには非常にわかりにくくなることは事実であります。私自身、実は過去かなり長い間記号論理とは接触の多かった人間であります。私は断じてこんなもので考えません。考えるときはムードで考える、理屈はあとから付けるのです。そんな形式的なものがわれわれが新しいものを考えていくときにはわれわれの考えをあまりうまくは導いてくれない。導いてくれない理由はどこにあるかと言いますと、さっぱりニュアンスがないからです。ニュアンスがないということが非常にわれわれの考えの発展を阻害しているのです。例えば、命題論理学の方でお話しますと、P ならば Q である。このことを  $P \rightarrow Q$ 、人によっては  $P \supset Q$  という記号も使います。それから、前に回路との関係で述べた  $P \wedge Q$  や  $P \& Q$ 、どうかすると  $P \cdot Q$  で表わされる「P にして Q」、また  $P \vee Q$  で表わされる「P あるいは Q」があります。更に  $\sim P$  や  $\neg P$  で表わされる「P でない」こと、即ち P の否定命題があります。よく言われることですが、前の三つのうちどれか一つと否定とを組み合わせますと、命題論理学のどんな命題でもその二つだ

けで表わすことができます。いわばわれわれが考えている命題の構成要素の役割をこういうものがしているわけでありませう。だから大抵の記号論理学の教科書にはこの四つが特に取上げられて書いてあるのです。この四つでわれわれの複雑怪奇な思考を表わさせる。表わすことは表わせましても大へん面倒くさくなる。ところがこの面倒くさは別の意味を持っているのです。

先ほども言いましたように、否定は数学的には作用素の役割をしますけれども、ほかのものは命題結合の役割をしています。われわれが何語の本をみても、何語の辞書を見ても、われわれの持っている命題結合の語はこんなわずかなものではないので、もっとたくさんございます。ところがこの中で、たとえば一つを例にとりましても、英語で言えば  $\text{and}$ ,  $P \wedge Q$  と対応するものは  $P \text{ and } Q$  と考えられる。「 $P$ にして $Q$ である」ということは、 $P \wedge Q$  ということと大体対応すると考えられる、しかし「 $P$ だが $Q$ である」( $P \text{ but } Q$ )という言い方、これもまたしばしばわれわれが使って、われわれの日常生活にはなくてはならないものなのであります。それから「 $P$ である、だから $Q$ である」というようなことも、われわれはしょっちゅう使っている。それぞれ別の意味で使っているのです。これをみんな一緒にされてはやりきれない。あるいは、とりかえて使われてはとてもわれわれ話についていけない。ところが、論理的な性質だけを言いますと、 $P$ も $Q$ も成り立つということを言っているだけです。ただ「 $P$ だが $Q$ だ」というときには向うが気をきかせまして、お前は $Q$ になるとは思わないかもしれないけれども、 $Q$ になるのだぞと注意してくれている。しかし $P$ も $Q$ も成り立つということです。それから「 $P$ である、だから $Q$ である」というときには $P$ も $Q$ も成り立つということを言っているには違いないのですが $Q$ が成り立つということには、この $P$ がその原因と言いますか、理由として考えられるのだぞということを注意しているのです。われわれの論理的な思考の中にも、こういうふうなニュアンスが含まれているのです。

だから先ほども言いましたように、私は断じて記号的には考えない、ムードで考えるということです。こういうニュアンスがあって初めてわれわれは人の話にもらくについていけるし、それから自分自身の理性に言い聞かせることもできる。らくに考えていけるのです。ニュアンスがなかったら、とてもわからない。だから思考をこういうふうなもので書けば、非常に短かく書けるし、不明確な夾雑物がなくなるからさぞわかりやすくなるだろうと思いがちですが、それはまっかな嘘で大へんわかりにくくなります。わかる人がいたらば少々精神に異常をきたしている人であって、普通の人間だったらわかりにくくなります。

このニュアンスということが大切なのはどういう点かと言いますと、先ほどやはり問題にしましたわかりやすくするという点です。一見、複雑になっても、話の筋がわかって、不思議に思われたことが当り前のこととして次に進む段階で非常な助けになる。そういう点でニュアンスが非常に役に立つものであります。

それからわれわれにとってニュアンスどころではなくて、創造的な思考においてもっとはるかに大きな役割をしますのは、類推 (analogy) であると思うのです。数学的な論理では類推は許

されないわけでありませんが、しかし実際的な問題で類推を許さないで解決のできる問題はまずない。たとえば OR などでもよくやる数学的な形式化のときには、最初の問題といくらかの外れ (deviation) はあってもモデルを作って考えます。モデルを作ったりすれば、とかく外れができます。それからもっと別の問題で近似ということもやります。近似ということももとのままやったらとても厄介でやりきれない。やりきれないからどこかそれと少し違ったものについて考えを進めて、最初少ししか違わないのだからあとでも大して違わないだろうと類推をするのです。これも類推の範疇から脱するわけではない。そうしますとこの類推というものが、われわれが実際的な問題を考えていくときに、非常に大きな役割をしております。そればかりでなくて純粹の数学の研究でも何か新しいものを考えるときに、類推なしに新しいものが唐突に出てきた例はあるかもしれませんが、非常に少ない。ほとんど全部がわれわれは何か一般化していくとか、あるいは取扱に具合の悪い条件を取り除いていくとかといったようなことで、あとは類推によって考えを進めていっているわけでありませぬ。

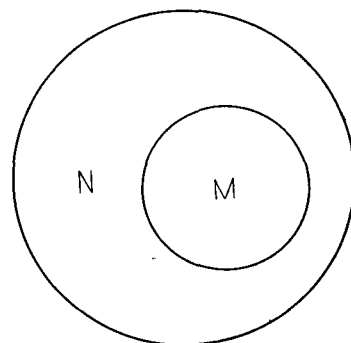
非常に多次元の空間を考えたりするときに、われわれは三次元からの類推でしばしば考える。ただその類推で考えればなしではなくて、あとで理屈を付ける。そうして理屈が通らないところはやめるといっただけの話でありまして、類推で考えるということまでは、これはどうしてもやらざるを得ない。そうしてこのことは創造的であるためにはどうしても必要なことであろうと思ひます。

ところが形式論理学の教科書等において、この大切な類推というものが十分検討され、解説されているか、そこにはまた疑問があります。もちろんいろいろな型の類推があります。他の分野との関係を問題にするときにはいつも二つの言い方があります。一つの言い方はどういう点が違っているかということを探索することでありませぬ。たとえばこれは命題論理の方のことでありませぬが、命題論理と数学の集合論との関係でありませぬ。命題論理とさっきの電氣的な回路との関係は、皆さん非常にくわしくご存じだろうと考えて述べませぬけれども、たとえば集合論との関係について言ひますと、M という集合と N という集合との結 (union, 合併集合ともいふ) をとる、あるいは交 (intersection, 共通部分ともいふ) をとるときには、二つの命題を  $\vee$  又は  $\wedge$  で結合することと非常に密接な関係をもっております。これはムードで考えたら、非常に密接な関係があるということは何れも考える。しかし少し探索しますとここにいろいろな問題があつて、何もびったり対応しているものではないのです。

両者の関連を示すためには、ここに一つの自由変数 (free variable, ここでは自由変項といひた方がよいかもしいない) を考えまして、その自由変数 X がある条件  $\mathcal{C}(X)$  をみだすようなものの集合を M と考えることによつて、初めてこういう関係を示すことができる。ですから別の意味での類推、たとえば M が N を含むということと、「P ならば Q である」ということとの間には、何か非常に密接に結び付きが感ぜられはしませぬけれども、これは決して同じようなふうにはいひかれないのです。どうかすると解説書では間違えて書かれておりますけれども、さっき言っ

た様な意味で、「P ならば Q」すなわち命題の結合としての  $P \rightarrow Q$  と、「M が N を含む」、すなわち集合の結合としての  $M \supseteq N$  との相互関係となると話が違います。  $M \supseteq N$  は、M に属するものがすべて N に属するという風には解釈できないので、そういう意味にこれを解釈すると、実は N が M を含むという方に対応するだろう。こういう考え方との間にも類似はあります。

しかしさっきの結び付きから言えば、実はこういうものではなくて、絵をかけば M が N を含むということを言うのだったら、M の中のものはすべて N に入っているということになるのでありますけれども、さっき言ったような解釈 (interpretation) から言えば、実はそれは全く違っております。



第1図

これだけの部分をていねいに検討することが、もしも興味のあると思われる方はご自分でやっていただければ興味深いと思われまます。どれだけの部分は平行的に対応するといったようなことで、類似点とそれから喰い違いとが併存する。だから類似を認めると同時にその喰い違いを認めていただく。類似と喰い違いのどちらを主にしてもものを考えていくかということに多くの問題がひそんでいると思います。

先ほどからたびたびお話しますように、導線の連結、即ち電気回路と命題との対応、即ち一つの電気回路に対して一つの命題論理的命題が対応するというようなことも、ぴったり対応するかというと、何もそうぴったり対応するわけではないのです。たとえばこれもよく間違えて書かれている例があります。  $\leftrightarrow$  と書いて二つの方向に矢印を付けた記号は、この矢印は数学では二重に必要な記号であります。対応する意味にも使いますし、論理的同値関係を言うときにも使いますが、ここでは論理的な同値関係を表わすことにします。「P は P の否定と同値である」即ち  $P \leftrightarrow \sim P$  は P からは P の否定が出る。P の否定から P が出るということでこれは矛盾であります。よくこれはラッセル (B. Russell) の背理 (paradox) だと説明されております。しかし、これはラッセルの背理とは違うので、ラッセルの背理は集合に関係した背理でこれにある点で似ていることを言っておりますけれども、これとは違うものであります。

さて、それではこの矛盾命題に対応する回路はなんだと言いますと、よく見るものではりんりと鳴る電鈴の回路が大体これに対応する。それでは何が違うかと言いますと、きのう何かお話があったように思いますが、われわれが論理を考えますときには同時的にものを考える。ある時間の流れの一瞬間として考えてはいないのです。しかし電気回路の方には早い遅いがある、即ち時間の遅れがあります。この時間の遅れの影響が矛盾に対応する回路では多くの場合振動として現われるのです。だから、振動がほしいときは適当な矛盾をかいてそれを回路に翻訳してやればよいということになるわけであります。

こういう意味での喰い違いと類似について、別に何か目新しいものではありませんけれどもも

う一つだけ例として話すことを許していただきましょう。話を簡単にいたしますために、集合で話しましょう。命題の方はおそらく平素あまり取り扱わないので、命題でいっても、どっちでもいいのですが、集合の方で例をあげます。MUN, 即ち二つの集合の結をつくる操作と、数学的なたし算との間にはかなり多くの人が何かの意味で類似を想像している。しかしこれから類推を進めすぎるとすぐ間違いを生じてしまう。だから普通の意味での類推は、この場合には成り立たない。大ざっぱに言って今度は M という集合を考えて、m 元をもつ集合だと考えます。m 元の集合と n 元の集合との合併集合は、m+n 個の元を必ずしももたない。そういったことがいろいろな点に表われまして、多くの喰い違いが起ります。MUN も m+n も数学的な言葉で言えば可換 (commutative) でもあり、結合的 (associative) でもありますけれども、しかし結に関しては逆算ができない。MUN=K を解く、たとえば M と K をきめて N を一意的に見つけるというわけにいかない。そういう不便な点も起ってきます。たし算の方ではできるが、結の方ではできないといったようなことも起ってきたのであります。しかし私がこれを持ち出したのは、その喰い違いの方を言いたいのではなくて、類似をわれわれは求める。少しでも類似的なものを忘れず拾いあげておくことが大切だということを言いたいからであります。

たとえばこういう問題に対しても、今あげた結とそれから個数のたし算との間に、やはりかなり大きな相互関係があった。もう一度考えなおすと大きい相互関係があるのです。喰い違いを認めることも大切ですが、その中の相互関係を考えることも大切である。今われわれはある集合に対してこれこれの個数を持つ、一つの集合だけをとり出してその元の個数がいくつだということを考えましたけれども、これを逆にやったらどうだろう。先に k という個数を考えてみる。このとき k 個の元を持つ集合だけを考えると今と同じことになります。しかし k 個の元を持つものだけではなくて、k 以下の個数の集合を集めて考えてみる。これは集合論の言葉で言えば k 以下の基数 (cardinal number) を持つ集合の全体ということです。やかましく言えばこういうものの全体が必ずしも集合になりませんので、数学ではよくこういうもののクラスという言い方をします。こういうクラス、即ち k 以下の基数を持つ集合のクラスをそれに対応させてやる。こういう風に対応させてやりますと、実はわれわれの考えているものの全体が、もしも無限にあるならば、こういう解釈のもとでは、この合併集合がちょうどたし算に対応する。

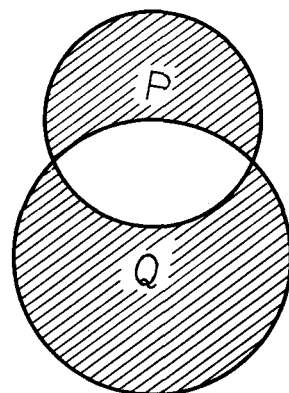
こんな例を持ち出したのはなにもこれ自身が面白いから言ったのではない。喰い違っているというだけでやめてはいけないので、またそれからもう一歩戻って何か別の類似を指摘するにたるだけの解釈はないかということを考えることが必要である、こういうことを指摘したかったのであります。

ここまで実は私の意見をあまり述べなかつたわけではありますが、意見をはっきり述べる材料としてこのような子供だましの例を持ち出したことは申しわけないと思いますけれども、私自身がいつも考えておりますことは、われわれがオペレーションズ・リサーチというようなことをやりますときに、こういう類似を求めていくことが非常に大切なんだ。そうしてこれは必ずしも今ま



でそういうことがどこかの方面で特に必要であったわけではないから、特にそういうものがよく集められている、あるいはまとめられ研究されてもいない。そういうものは研究という言葉にあたいするかどうかわかりませんが、ある程度集め、研究し、そしてまたそういう意味から教育していくということが大切である。あるいはある意味でそういうふうな解説も必要である。論理的なものの解説と言いましても、いろいろな型の解説があり得ます。今のように類似ということを中心にし、数学的な諸概念、それから形式論理的な概念等の相互関係を少しでも類似を多く見出すという建前でいわば辞書を作ることが大切なんだということ、私は強く言いたいからなのであります。

そういう例をあげ出せば数学の中には無数にそういう例がありますから、全くきりがありません。たとえば今集合論の例だけをあげましたけれども、もう一つだけ、今日は形式論理という表題を付けましたので、論理との相互関係を申し上げます。先ほども申しましたように論理では  $P$  あるいは  $\neg P$  が成り立つ。というのは、これは真とか偽とか、あるいは二進法の言い方をすれば  $0, 1$  という値だけをとる。こういう言葉で表わしますと、 $P$  の否定は  $1-P$  というようなものにあたるわけです。これを集合論の方の言葉で言えばいわゆる集合の特性函数 (characteristic function) というものです。対象を表わす変数  $X$  がある集合に属するときに、そこでその函数は  $1$  という値をとって、属さないときに  $0$  という値をとるという特性函数に対応するわけがあります。それからもう一つ、 $0, 1$  というのを  $1$  を奇数、 $0$  を偶数というふうに考えると、奇数、偶数との間の計算にもなっている。それでこれは命題の方から数の方への対応を考えていることになります。また逆の方から考えれば、われわれは数の方では最大、最小 (maximum, minimum) を考えることになります。すなわち、 $1$  を真に対応させ、 $0$  を偽に対応させれば、 $P \cup Q$  は  $\max(P, Q)$  に、 $P \cap Q$  は  $\min(P, Q)$  に対応します。しかし、 $\max$  や  $\min$  を考えるより先に  $P+Q$  とか、 $P \times Q$  とかといったようなもの考える方が常識的でしょう。そうすると  $P \times Q$  というのは、この場合には大へん都合がいい。 $0$  か  $1$  だけしか使わないとか、あるいは  $P$  とか  $Q$  とかという数を奇数であるか偶数であるかということだけを問題にするということにすれば、これはちょうど両方が  $1$  のとき、あるいは奇数と奇数の掛け算のときだけ奇数になるというので、ちょうどこれは  $\wedge$  と結び付きます。そういうふうになるので積の方はいいのですが、 $P+Q$  は  $P \vee Q$  には対応しないのです。ところが今度  $P+Q$  の方からこれに対応するものはなんだろうかと考えてみると、それは  $P$  あるいは  $Q$  なんだけれども、 $P$  でも  $Q$  でもある場合は困まるということを表わしている。奇数と奇数、偶数と偶数のときには加えて偶数、この言葉で言えば  $0$  になるということですから、絵をかけばこの影をつけた部分に入るのが  $P+Q$  に対応する部分であるということになります。



第2図

それではこういうふうなものに結び付いた命題は何か。古い話をしますと命題論理学で、「P あるいは Q」という命題はどうかというときに正しいと考えたらいいかというときに、P も Q も正しいときに正しいと考えるということには多少のレジスタンスもあったのです。それでとうとう「P あるいは Q」というときには P か Q かどっちかだけが成り立つことを意味しているのだということを手張する人さえ現われたのです。「P あるいは Q」ならば両方正しいときも正しいとする。それでどっちかだけが正しいと言いたいときには、われわれは either P or Q というのではないかというようなことを言った人もいます。どうも文例を見ますとそういうふうにも使っていないようですけれども、いわばこれはそういう意味での either P or Q が  $P+Q$  に当たるわけです。この結びつきは、あまり不思議がられず、多くの人はずぐ納得するでしょうが、次のような結びつきを持ち出すと、こういう考え方になれていない人は、意外に感じるでしょう。もちろん、こういうことになれている人には、意外でも何でもないでしょうが、それはこういう結びつきなのです。

$P \leftrightarrow Q$  とは P から Q が出る、また Q から P が出るということです。これを否定して  $P \nleftrightarrow Q$  としますと、これもある一つの命題を表わしているわけです。説明は略しますが、調べてみれば  $P \nleftrightarrow Q$  は実はさっきの意味での either P or Q と同じになる。即ち  $P+Q$  に対応するのです。格好の上からいって  $P \nleftrightarrow Q$  の方がはるかに  $P+Q$  に近いのですけれども、その類似はかえって気がつきにくいといったようなもので、われわれは論理の中でもこんなふうな類似を見落しがちなんです。これなんかあまり簡単な例ですから、「皆さん見落しているでしょう」とは言いませんけれども、しかし見落していた方もいないわけではなからうと思います。こういうふうな類似はとかく見落しがちなんです。

こういうわけでありますから、私自身としましては、OR の方に進む人たちに論理を教えるときには、論理自身をなるべく手軽に教えるということではなくて、論理の中でも、あるいは数学との関連において、それからその外の応用分野との関係においても類似を決して見落さないように、喰い違いはもちろん指摘しますけれども、類似も決して見落さないように教えていくということが非常に大切なのであろうと思います。極端な言い方をすれば、教科書はそういうふう書いてもらいたいという感じさえするのであります。そういう人たちを養成するという目的であるならばそういうふう努力する。論理、論理と言いましたけれども、こういう点では必ずしも論理の教育だけではなくて、数学の教育でも類似を強調するということが OR 方面に進む人たちにとって非常に大切になるのではないか。もちろんこういうことはその人たちが十分気のきく人であるならば、それは変転自在にいろいろな類似にみんな考えつくでしょう。しかし、われわれが一般の人間に対して期待することは、たとえそれは学者であっても、あまり気がきかないとも考えないかわり、あまり気がきくことを期待するわけにもいかないと思います。OR のグループといったようなものは、ある程度の数学を知っていさえすれば、今まで非常に訓練をした経営者が長い間かかってきたえあげた勘とも勝負ができるようになるのが OR の一つの使命

であるとして、なるべくわかりやすくする。わかりやすくしてだれでもできるようにしておくことが大切なのです。そうだとすれば、今のような、非常に気のきくということはだれにでも期待できることではないのですから、過去の人が気をきかして、気がついたことはあとに伝えておいてもらいたいのです。そういう意味でやはりそういうものに対してのリストといったようなものはほしいのではなからうか。こういうふうにも考えます。

それから実はニュアンスの方についても言いたいことが随分あります。またそちらの方で例をあげ出せば、いろいろな例もあげられます。これはわれわれがやはりニュアンスなしにはやさしく考えられない。ニュアンスあって初めてわれわれは非常に難しいことにでもある程度楽についていけるのです。数学者の側からこういうことを言うのは非常におかしな話ですが、やはりものを考えていくときにはムードでも考えていかなければならない。そのために、やはり OR の人たちを教育し養成するというための論理教育においては、論理的形式的なものとともに、論理的な意味でのニュアンスにも注目することを忘れてはならないと思います。それではどういうときにどういふニュアンスが必要なのか。形式化された論理とニュアンスとの相互関係ですが、これにも二つの方向がありまして、ニュアンスがあるものからニュアンスを取り除いて、いわゆる形式化 (formulate) する場合、それから形式化したものからそれを元へ戻すときに、どういふニュアンスで考えていってそれが理解しやすくなるようにできるか。その両方に問題があるわけでありまして。前の方のいき方に対しては大抵の教科書である程度目的を達しているようですが、あとのいき方に対しては十分目的を達してないのではなからうかという感じがしてならないのであります。私自身としては、そういう意味での論理の教育には、現状では欠けるところがあるとありますし、適当な教材も揃ってはいない、適当な教科書さえないと思っています。

これは私が間違えているかもしれませんが、真面目な意見であるということだけは断言できるのです。こういう意見に対して、何かお考え願いたいという気がしてならないのです。それからまたそれと同時に、これは現実に OR をやっている人のほかに、今後どうやって OR をやるような人たちを教育していくか、こういう問題とからみ合せて考えたときには、やはりこのことを考えることが重要なことになるのではないかと思うのです。

最初にもお断わりしましたように、この講演は私の業績発表ではなくて、単なる意見であります。しかもアウトサイダーとしての意見でありますけれども、あえて自分の思っているままのことを申し上げまして皆様のご批判を乞いたいと思います。ご清聴ありがとうございました。

(拍手)