



【定理】上の最小問題の解は

- (i)  $V(x)$  が凸関数ならば  $y_i^* = x/N (i=1, \dots, N)$ ,
- (ii)  $V(x)$  が凹関数ならばどれか1つの  $y_i^* = x$ , 他はみな0である。

(証)  $V(x)$  が凸だから  $\sum_1^N V(y_i) = N \cdot \frac{1}{N} \sum_1^N V(y_i) \geq NV \left( \frac{\sum_1^N y_i}{N} \right)$ . この不等式はすべての  $y_1, \dots, y_N$  に対して成立するから (求める最小値)  $\geq NV(x/N)$ . ところが  $y_1 = \dots = y_N = x/N$  にとると, ちょうど  $\sum_1^N V(y_i) = NV(x/N)$ . ((i)の証終)

この定理の周辺には  $V(x)$  が凸あるいは凹だけでなく, さらにstrictlyに凸(凹), 単調増加減少, 微分可能など, また拘束条件が  $\sum y_i \leq x$  の場合などに対応するいろいろの定理があり得る. 最も簡単なものを挙げた. (ii)の場合は問題の実際の意味からいえば trivial case に属するが, 数学的には(i)よりも面白いのであって, DP を用いて容易に証明されるがここでは省略する(Bellman の DP の書物, § 1.13 参照).

三鶯氏の論文 [3] では, この定理を well-known のこととして使っているようである. もしそれならば Case 1 および3は DP というよりむしろ単なる最小問題(2)であって, また Case 2 でさえも上記の観点を利用すれば解法はさらに簡潔, smart になり得ると思われる.

これを要するに, 上記の3論文, 特に小田中氏のものを読んで感ずることは, DP を使うのが最も効果的なような model に DP を使っているかどうかという疑問である. DP という特殊な技法にとらわれすぎて, 他より平易かつ striking な接近法を見失っているきらいはないか? Mores 教授の言 [4] をまつまでもなく, model (または問題)がまずあって, それを解析するに最もふさわしい数学的技法が次に用いられるのが OR のあり方であるとすれば, ここにとり上げた3論文(特に [1] [2])は逆行している感がないといえないように思われる. DP という数学的技法がまずあって, それが使える model を考えたということではなければ幸いである. DP に限らず広く OR 研究者の御批判をまちたい.

【参考文献】

- [1] 小田中敏男, ダイナミック・プログラミングとある制御過程について, 経営科学4巻3号(1961年2月)165—169.
- [2] 小田中敏男, ダイナミック・プログラミングとある制御過程について(II),
- [3] 三鶯武, Dynamic Programming による点検周期の一考察, 経営科学4巻4号(1961年3月), 199—207.
- [4] 1961年10月, 第一ホテル(東京)において行われた日本 OR 学会主催夕食会における講演.

(電気通信大学 坂口 実)

### 『Dynamic Programming による点検周期の一考察』の批判に対する反論(1)

(1) 批判者の「見解」と「感じ」との領域がどこからどこまでなのか, 批判文の範囲では判然としないうところがあるが, 反論の対象は, 勿論「見解」に対してであって, 「感じ」に対してでないから, 残念ながら「大げさに言う」「看過し得ない点」について十分反論を述べることは出来ない.

(2) 反論者は, 必ずしも, 批判者と同一基準の上に立つわけではないが, なるべく批判者に近い基準の上に立つようこころがける.

例えば「DP を使う最も効果的なような model に DP を使う」(最も効果的であることの具体的な意味<sup>2)</sup>を批判者は明かにしていないが)を反論者は必ずしも支持しているわけではない<sup>3)</sup>.

(3) 反論の主旨は次の通りである.

批判者の述べる「簡潔 smart」な証明のほか, 批判の対象となった参考文献 [3] の別証が存在する. [3] の別証のやり方は, 即ち DP の手法によるもので, これに従うときは, 必ずしも定理の条件である  $V(x)$  の凸関数凹関数の条件が付かない場合の解法(逐次計算による)をも同時に表わしている<sup>4)</sup>. 従って定理の結

果のみをねらうならば、批判者の主張する如く「簡潔 smart」ではないかも知れないが、「定理を含めて、その周辺の問題を扱うならば、DP の手法を使用することが必ずしも「逆行」と言いきれるかどうかは疑問である<sup>5)</sup>。

批判者のいう「Case 1 および 3」においては、必ずしも  $V(x)$  が凸函数、凹函数である条件の保証はないから<sup>6)</sup>「DP を用いるまでもなく単なる最小問題である」とするのは早計であろう。

(反論は小生に対する批判に対してのみである)

(国鉄 三觜 武)

### 三觜氏の反論に対する再反論

- 1) 「大きさに言う」「看過し得ない点」
  - 小生も全く大きさだと思っています。もっと calm なことばに改めたいです。お許し下さい。
- 2) 最も効果的であることの具体的な意味
  - DP 以外の方法では解けないか、または大変面倒であるということ。
- 3) 反論者は必ずしも支持しているわけではない。
  - 何故ですか？ それでは貴方はどういう立場を支持なさいますか？
- 4) 必ずしも定理の条件である  $V(x)$  の凸函数凹函数の条件が付かない場合の解法(逐次計算による)をも同時に表わしている。
  - 違うと思います。凸の条件が必須です。
- 5) 定理を含めて、その周辺の問題を扱うならば DP の手法を使用することが必ずしも「逆行」と言いきれるかどうかは疑問である。
  - 同感であります。「逆行」という「感じ」は小田中さんのものに対して強く、貴方のものに対してはずっと弱いのです。この点筆が足りませんでした。
- 6) 必ずしも  $V(x)$  が凸函数、凹函数である条件の保証はないから、
  - 必ず Convex です。p. 202. 3 行目に、お書きになってる通り。 (電気通信大 坂口 実)

### 『Dynamic Programming による点検周期の一考察』の批判に対する反論(2)

- (1) 次の筆者の意見は、さきの第1信の原稿へ書き込まれた批判者の意見に対するものである。
  - (2) [定理 2.1.1], [定理 2.1.2], [定理 2.3.1] 及び [定理 2.3.2] には批判者の指摘されるように凸、凹の条件がついている。
  - (3) 「Case 1」及び「Case 2」の一般的な Recurrence relation には、必ずしも凸凹の条件はつかない。
  - (4)  $F, C, C_0$  及び  $x$  が与えられると、 $V_N(x) (N \geq 0)$  の凸、凹の性質いかんにかかわらず、(数値的に)逐次解くことができる。 $F, C, C_0$  及び  $x$  によっては、局部的に凸、凹の性質があるならば、その部分の解は簡便に求められるから、全体としての解法の手間が著るしく経済的となる可能性がある。
- 要約すればこの問題への DP の使用は、一般的な場合の解法が可能であることを示すことであり、掲げたいくつかの定理は、その解法を経済的に導くのに役立つ。
- (5) よって、「効果的なような model に DP を使っていない」という批判者の意見には従い難い。
- (国鉄 三觜 武)

英文誌 JORSJ に R. A. Fisher と J. Neyman とが論争をしているようですが、2人の論争についての問題点、或いはそれを理解するための参考文献などをお教え頂きたいと思います。(ある practical statistician より)

[答] いわゆる Fisher-Neyman 論争の主要な論点は端的に Inference 対 Decision という言葉で表現で

きると思われます。すなわち Fisher の立場は観測されたデータから、母集団の真の状態についての推測を行うということであるのに対して、Neyman 或いは Wald の立場は、観測されたデータを参照して何らかの行動、或いは決定をとるということになります。これは一見本質的な違いではないように思われるかもしれませんが。しかし例えば仮説検定の問題についても Fisher の立場に立つと、それは観測された結果が想定された母集団分布からどの程度離れているかということを見るものであり、Neyman の立場からするとそれは仮説を取るか、棄てるかという二つの間の撰択の問題になります。その結果次のような違いが生じます。

	Fisher	Neyman
有意水準	標本から決まる	あらかじめ決める
対立仮説	考えない	考える
有意水準の意味	標本が母集団分布からどれだけ離れているか	仮説が正しいときに誤ってそれを棄てる確率

また大きな論争点の一つに、区間推定をめぐる Fisher の信頼確率 *fiducial probability* の是非があります。これは Fisher が母集団パラメータに対して標本から計算される一種の確率分布を定義したのに対して、その論理的な妥当性、或いは数学的整合性に疑問が生じたことから起っています。

現在、学界では Neyman 流の考え方の方が数学的には明快であることもあって、広く受け入れられているようですが、現実の問題に適用する場合にはやはり簡単に割り切れないものがあって、Fisher の考え方を無視することはできないようです。

なおこの問題の背後には確率をどう考えるかという古くからの問題があり、Fisher も Neyman も一応確率を頻度として考える客観確率の立場に立っているようですが、Fisher の立場は完全にそうとも言いえない(ことに信頼確率など)点があります。もし確率についての客観説の立場から離れるともう一つ別に昔からの Bayes 流の考え方、すなわち母集団パラメータに何らかの事前分布を仮定する考え方もあることになります。現在では Savage 以来このような考え方も見直されつつあるようです。

参考文献としては、Fisher の立場をのべたものとして R. A. Fisher “Statistical methods and scientific inferences” 1956 があります。また論争は主としてイギリスの雑誌に出ています(とくに Journal of Royal Statistical Society)。それを概観したものとして、丘本正 “推定論の考え方をめぐる諸問題” (日本数学会 1961 年秋季総合分科会シンポジウム予稿)があります。また新しい傾向を表わす基本的文献は J. L. Savage “Foundations of Statistics” 1954 です。(竹内 啓)

●提 案● 日頃考えている下記事項を提案致します。皆様の御一考を得られれば幸いです。

最近の OR の文献は尠大な量にのぼります。これをすべて、読破し、理解し得る人は非常に稀であると思います。特に実務に携わる私などは専門外の例えば軍事上の問題とか、traffic flow の問題などは、興味があってもなかなか目を通せません。しかし、案外これらの中に、私たちが企業内でぶつかっている問題を解決するためのヒントがありはしないかといつも気にかかっています。

そこで、学会にいくつかの分科会を作り、春、秋の研究発表会と同時に、各分科会における最近の注目すべき研究上の成果等を互いに他の分科会メンバーに紹介しあうといった情報交換の場を作っていただけないかと存じます。

original な研究の開発も勿論重要ですが、研究はとかく専門化しがちであり、しかも OR worker に要求されるのは一種の generalist ですから、このような企画も案外無意味ではないのではないかと考えます。

或いはまた、研究発表会はそれぞれの分科会において平行しておこない、会員の全員が集ったところで各分科会の代表がそれぞれの専門分野における過去半年間の情勢を総合報告する、という形にしてもよいと考えます。

いずれにしても、特に深く研究していない分野の近況について、総合的な解説をしていただけるような場をのぞんでおります。各位の御検討をお願い致します。(原 亨)