文献抄録

CLARK, E. C.: THE GREATEST OF A FINITE SET OF RANDOM VARIABLES, *Jour. Oper. Res. Soc. Amer.* **9** *No 2. 1961*

$\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_n$が正規分布とするとき，$\max(\zeta_1, \cdots, \zeta_n)$の分布を知ることは，実際上いろいろな場合に必要になる．これまで$\zeta_1, \cdots, \zeta_n$が互いに独立ですべて同じ分布に従う場合については，いろいろ計算がなされ，数表も出来ているが，相関がある場合や，平均，分散が異る場合については，手がつけられていなかった．この論文は一般の場合について，そのモーメントを近似的に求めようとしたものである．

まず $n=2$ の場合 $\eta=\max(\xi_1, \xi_2)$ とすると，一般の場合についてその分布のモーメントは正確に求められる．

例えば　$E=(\xi_1)=\mu_1$, $E(\xi_2)=\mu_2$, $\mathrm{Var}(\xi_1)=\sigma_1^2$, $\mathrm{Var}(\xi_2)=\sigma_2^2$, $\mathrm{Cov}(\xi_1, \xi_2)=\rho$ とし，$E(\eta^i)=\nu_i$, $(i=1,\ 2,\ 3, \cdots)$ とおくと

$$\nu_1=\mu_1\Phi(\alpha)+\mu_2\Phi(-\alpha)+a\varphi(\alpha)$$

$$\nu_2=(\mu_1^2+\sigma_1^2)\Phi(\alpha)+(\mu_2^2+\sigma_2^2)\Phi(-\alpha)+(\mu_1+\mu_2)a\varphi(\alpha),$$

ここに　$a^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\sigma_1\sigma_2\rho$

$$\alpha=(\mu_1-\mu_2)/a.$$

また Φ, φ はそれぞれ標準正規分布の分布函数，および密度函数を表わす．

更に，第三の正規分布をする変量 ξ_3 があって，$\mathrm{Cov}(\xi_1, \xi_3)=\rho_1$, $\mathrm{Cov}(\xi_2, \xi_3)=\rho_2$ とするとき，η と ξ_3 の相関は

$$r(\eta, \xi_3)=[\sigma_1\rho_1\Phi(\alpha)+\sigma_2\rho_2\Phi(-\alpha)]/\sqrt{(\nu_2-\nu_1)^2}$$

そこで，$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$のモーメントを近似的に次のようにして求める．まず上の式から $\eta=\max(\xi_1, \xi_2)$ の平均，分散，η と ξ_3 の相関を上の式から求め，次にηをそれ自身正規分布をするものと見なしてしまって，$\max(\eta, \xi_3)$のモーメントを更に上の式を適用して計算する．

$n\geqq 4$ の場合にも，このような手続きを何度もくり返えせばよい．

このような方法はその途中で正規分布でないものを，正規分布と見なしてしまうという点で，一見乱暴なように思われるが，しかし結果はかなり正確であると著者は主張する．例えば $\xi_1, \cdots\cdots, \xi_n$ が *NID* (o, σ^2)のとき，$\max \xi_i$ の平均値の正確な値と，このようにして求めた近似値との関係は次のようになる．

n	2	3	4	5	6
正確な値	0.5642	0.8463	1.0294	1.1630	1.2672
近似値	0.5642	0.8476	1.0310	1.1643	1.2679
	7	8	9	10	
	1.3522	1.4236	1.4850	1.5388	
	1.3522	1.4230	1.4837	1.5367	

このかぎりでは，近似の度合はかなりよいように思われるが，しかしこれだけでは私にはまだ一般にどの程度安心して使えるかはっきりしないように思われる．

なおこの論文には数表が少しついているが，それだけでは実用的にはなりそうもない．しかし上にあげた公式は正規分布表さえあれば簡単に計算ができるから，もしここでのべた方法が充分有効であるならば，実用上かなり有用であろうと思われる．近似の程度等についてもう少し理論的な検討が望まれる．

（竹内　啓）

GUENIN, J.: OPTIMUM DISTRIBUTION OF EFFORT-AN EXTENSION OF THE KOOPMAN BASIC THEORY *Jour. Oper. Res. Soc. Amer.*, **9**, *No. 1. 1961*

Search theory に於る基本的な問題は，ある空間に確率密度 g(x) で分布している object に対して与えられた量の search effort (例えば，時間，費用等) Φ を object の発見確率を最大にするように割当てる方法を見出すことである．即ち $p[\varphi(x)]$ で，ある点xに object があった時に search effort $\varphi(x)$ を用いて発見し得る条件確率とすると effort の割当函数がφの時の object の発見確率，$P[\varphi]$ は

$$P[\varphi]=\int p[\varphi(x)]g(x)dx.$$

これを　$\varphi(x)\geqq 0$，$\int\varphi(x)dx=\Phi$　の下で最大にする問題となる．

この問題は Koopman によって $p[\varphi(x)]=1-e^{-\varphi(x)}$ の仮定，即ち random search の時に解かれたが，この論文に於ては $p[\varphi(x)]$ に関する仮定を一般にし $p'[\varphi(x)]$ がφの単調函数であることだけの仮定で（これは effort の限界発見確率の単調減少の仮定である），上の search theory に於る基本

的な問題に対する一般解を与えている．

導かれた定理は“$\varphi(x)$ が最適な effort の割当函数となる必要条件は $g(x)\cdot p'[\varphi(x)]=\text{const}$” 更に最適解の性質から，これに基づいて実際に遂次近似法により最適解を求める計算法にも触れている．

これによって search theory に於て与えられた search effort Φ の dynamic な配分と云う様な問題を除いては一般的な解が得られたわけである．

（反町洋一）

TPUELOVE, A. J.: STRATEGIC RELIABILITY AND PREVENTIVE MAINTENANCE *Jour. Oper. Res. Soc. Amer., 9, No. 1, 1961*

preventive maintenance の問題で，設備の availability を最大にする事前取換の周期 T_p は Morse (Queues, Inveutory, & Maintenance) により exact な解が得られている．

この論文に於ては問題の判定基準として strategic reliability を，即ち任意の時刻に先ず設備が available であり然も x 時間 reliable であると云う２つの事象が同時に起る事象を考えこの reliability を最大にする解を求め，更に Morse の解法を用いての近似解法も述べている．

$SR(x)$ で期間 x の strategic reliability. $a(t)$ で設備の寿命の確率密度とすると，稼動率 F_w は

$$F_w=\{1+\alpha A_0/(1-u_0)+\beta(1-A_0)/(1-u_0)\}^{-1}$$

ここで $T_a=\int ta(t)at \qquad A_0=\int_{Ta}^{\infty}a(x)dx$

$$u_0=\int_{Ta}^{\infty}A_0)x)dx/T_a,\ \alpha=T_m/T_a,\ \beta=T_s/T_a$$

$$SR(x)=F_w\times[u_o(x)-u_o(T_p+x)]/1-u_o$$

となる．

SR(x) の T_p に関する微係数から最適な T_p を求めているが尚 reliability を考える期間が平均寿命に比して小さく且つ T_p の周期で事前取換を行うと云う条件の下での平均寿命と設備のもとの平均寿命との order が１であるという仮定を置くことによって SR(x) optimum の近似解が availability optimum の解を求める optimum curve から求められることを導いている．

設備の寿命分布が k-Erlang 分布の場合に実際に導いた方法で SR (x) optimum の近似解を例として求めている．

（反町洋一）

WOLFOWITZ, J.: THE CODING OF MESSAGES SUBJECT TO CHANCE ERRORS *Illinois Jour. of Math., Vol 1, No. 4 (1957), 591~606.*

この論文では，送信記号および受信記号が０と１だけに限る，いわゆる２元符号による通信系について議論している．（但しこの制限は証明の記述を簡単にするためであって，得られた結果は多元符号系の場合についても正しい.）いま便宜上０又は１からなる長さ n の数列を x 系列，同じく長さ $n-m$ なる数列を y 系列と名付けよう．$\xi_1,\cdots,\xi_n$ なる系列をある通話路を通して送ったとき，$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_{n-m}$ なる y 系列を受信したものとする．このとき η_i の確率分布は他の η_j の結果に無関係であり，かつまた $0\leqq p\leqq 1$ なる $m+1$ 変数函数 p が存在して，Prob$\{\eta_i=1\}=p(\xi_i,\xi_{i+1},\cdots,\xi_{i+m})$，Prob$\{\eta_i=0\}=1-p(\xi_i,\xi_{i+1},\cdots,\xi_{i+n})$ が成り立つ場合には，この通話路を記憶 m の雑音のある通話路といっている．この通話路を通してある x 系列 x_1 を送ったとき，受信された y 系列を $y(x_1)$ とすれば，$y(x_1)$ は $n-m$ 次元確率変数である．すべての y 系列全体を t 個の互に素な y 系列の集合 $A_1,A_2,\cdots,A_t$ に分割し，それに対応して t 個の x 系列 $x_1,\cdots,x_t$ をとり，Prob$\{y(x_i)\epsilon A_i\}\geqq 1-\lambda$，$i=1,2,\cdots,t$ が成り立つとき，（但し λ は通常任意の小さい正数とする.）この組合せ $\{(x_i,A_i)\}$，$i=1,2,\cdots,t$ を“長さ t の code” と名付ける．このとき A_i に属する y 系列が受信されれば x_i が送信されたものと推定する方式を採用すれば，誤確率 λ 以下で t 個の語を $(x_1,\cdots,x_t$ で符号化して)送ることが出来るわけである．この様な t の値を評価することが通信理論の主要問題である．

以上の様な前書きの下で著者は次の三つの定理を証明している．(i) λ を任意の正数とするとき．適当な定数 $K>0$ が存在して，すべての n に対して長さ t が $2^{nC_1+K\sqrt{n}}$ より大きい様な code が少くとも一つ存在する．但し C_1 は情報源としてすべての定常エルゴード的マルコフ過程をとったときのこの通話路の伝送速度の上限である．(ii) 記憶のない通話路 $(m=0)$ に対しては，任意の $1>\lambda>0$ に対して適当な定数 $K'>0$ が存在して，すべての code に対して，その長さ t は $2^{nC_0+K'\times\sqrt{n}}$ を越えないことが任意の n に対していえる．ここに C_0 はこの記憶のない通話路の容量である．(iii)，(i) の場合と同じく記憶の通話路に於て，C_2 をエルゴード的容量とすれ

ばλとεを任意の正数とするとき，すべてのnに対して長さが$2^{n(C_2-\varepsilon)}$より大なるcodeが存在する．

(i) は Shannon 以来得らたれ結果より精密な結果を与えており，(ii) はこの論文によって始めて厳密に証明された．(iii) はすでによく知られた結果であるが，(i)，(ii)の証明に用いた著者の方法によって再証明を与えている．　(羽鳥裕久)

MATTHYS, G. ET RICHARD, M: ETUDE DU DÉBIT MAXIMUM EN MARCHE R. O. DIRECTES ENTRE DEUX TRIAGES D'UNE SECTION DE DOUBLE VOIE NON BANALISEGÉ SIÈGE D'UN TRAFIC PRIORITAIRE *Soc. Française Rech. Oper. No.* ***15****, 1960*

二つの操車場を結ぶ複線線区において，優先列車および途中退避駅の容量，貨物列車相互間の制約を与えたとき，その間を走る直行貨物列車に関する線路容量を電子計算機により算定する方法について述べている．

先ず，優先列車に関しては，途中駅の通過ないし停車時間，およびその前後を走る列車との時間間隔の制限を与え，退避駅の容量としてはその駅自身の容量に待避列車の出発，入場相互の関係を加味したものを考え．貨物列車相互間の制約については，その制限間隔が各駅間で変り得るとしている．これらはすべて最初に与えられる条件であって，この条件のもとで次の問題の解決を与えている．

1) 相互に矛盾なく引ける貨物列車の最大運行量を求めること．

2) その最大運行量について運行時間の和が最小となるがダイヤをつくること．

以上の方法を簡単にのべると，まず優先列車による禁止時間帯——禁止の平行四辺形と呼ばれている——を決定し，到着駅S_pから出発駅S_0の方向にある任意の時間に出る最も運行時間の短い貨物列車の運行の線を描く．次に各種の制約をおかさない範囲で，最初の運行にできるだけ接近させて第2の運行を求め：以下順次同様に進める．こうして最後に得られる運行が最初の運行に矛盾するまで続け，矛盾したとき，最初の運行を消して，最後の運行を加える．その次に引いた運行が消されない最初の運行に矛盾しないならばそのまま次に進み矛盾するならば消されない最初の運行を消して最後に引かれた運行を採用する．同様の操作を，最後に引かれた運行が，消されない最初の運行に，全く一致するまで続けるこうして1) が解決される．

上述の方法で得られた運行図——逆に循環する図と呼ばれている——のS_0の到着時刻をそのまま出発時刻として前とは逆に同じ操作を行い，得られる運行図が2) で求めるものに他ならない．

この方法で得られる運行量の最大性については普通のネット・ワークの理論を適用し，カットを定義して証明してある．

最後に，ある線区についての適用例があり，その考察が述べられている．

ただ単に与えられた条件のもとで，1)，2)の間題を解決するだけではなく，その条件を如何に変えたとき，1)，2) の解決が最も効果的に行われるかを調べられるのは勿論で，それが飽和状態に近いあるいはすでに飽和している線区の問題を解決する対策を立てる上に非常に重要な資料を与える．

なおこの論文はフランス国鉄ORグループの研究によるもので，同グループの同じ論文

"Débit maximum entre deux triages"

はフランスOR学会賞を受けている．それは，実際的な効果と共に，フローの古典的なアルゴリズムの一般化，および“プライマル・デュアル”のアルゴリズムによる最大流れのリニヤー・プログラミングの解決という点で，理論的な貢献もなしていることが高く評価されている．　(中西俊男)

NEWMAN, D. J.: A MODEL FOR 'REAL' POKER *Oper. Res.,* ***7*** *(1959) 557～560*

'real' poker とはめめしい制限がなくて幾らでもかけられる poker game である．rule は次のようである：まず player I，IIに手札として[0, 1]での一様分布から独立にとった random number x,y が渡される．Iはxのみを知って(yを知らずに)金額β $(0\leqq\beta<\infty)$ をかける．IIはyのみを知って，game を降りる (fold) か，またはIの賭けに応ずるか (see) のどちらかをえらぶ．もし前者ならばIIの負けで彼の ante 1が没収される．後者ならば手札を見せ合って高い手札のものが相手から ante＋賭金＝1＋βをもらう．

この game での両 player の手は，Iにとっては，[0, 1]から[0, ∞) への函数$\beta(x)$をきめることである．IIにとっては，[0, ∞) から[0, 1]への

函数 $y_0(\beta)$ をきめることである．これは相手の賭金 β に対して fold と see との境界値を指示するものである．

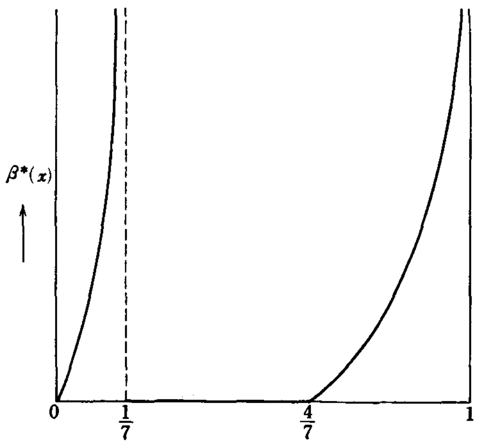
[定理]この game の値は $^1/_7$ である．I，IIの最適戦略はそれぞれ

$$\beta^*(x)=\begin{cases} \text{方程式 } 3\left(\frac{2}{\beta+2}\right)^2-2\left(\frac{2}{\beta+2}\right)^3=1-7x & \\ \text{の唯一つの根}, & 0\leqq x<1/7 \\ 0, & 1/7\leqq x\leqq 4/7 \\ (12/7(1-x))^{1/2}-2 & 4/7\leqq x\leqq 1 \end{cases}$$

$$y_0^*(\beta)=1-\frac{6}{7}\cdot\frac{2}{\beta+2}, \qquad 0\leqq\beta<\infty$$

で与えられる．

この解で数7が本質的に関係してくるのは著者も言っているように不思議である．またIの最適戦略は (0, 1/7) でたくみにはったりする．例えば



$\beta^*(0.142815)=200$

(註: $1/7=0.142857$)　　　(坂口　実)

DRESHER, M. : GAMES OF STRATEGY : THEORY AND APPLICATIONS *Prentice-Hall Inc., Englewood Clifs, N. J., 1961*

ポーカー遊びなど術策をつかう game の数学的理論とそれの軍事的戦略の問題への応用とを示した書物である．数学的程度は簡単な微積分と代数を知っていれば充分なように配慮されている．

全巻180頁が11章に分れ，第1~7章に規準型および展開型有限 game，それから正方形上の無限 game の定義，解法がある．以後の4章：8. 凸支払函数をもつ game, 9. games of timing—duels, 10. tactical air game, 11. separable な支払函数をもつ無限 game，の中に軍事的戦略に関するつぎの3問題への応用が解説されている．

(i) strategic air war における一つの重要な問題は target selection の問題（別名 Colonel Blotto game）である．攻撃軍(I)，防備軍(II)がそれぞれ火力 A, D を n 個の標的に配分する．各標的を射落すことの価値をそれぞれ $(0<)\ k_1<k_2<\cdots<k_n$ とし，配分が $\|x_1,\cdots,x_n\|$, $\|y_1,\cdots,y_n\|$ のときIの利得が $\sum_{i=1}^{n} k_i \max(0,\ x_i-y_i)$ であるとする．Iの混合戦略は領域 $x_i\geqq 0\ (i=1,\cdots,n)$, $\sum_1^n x_i=A$ での一つの確率分布である．意味は明らかであろう．IIのそれも同様．したがって問題は

$$\max_F\ \min_G \iint \sum_1^n k_i \max(0, x_i-y_i)\, dF(x_1,\cdots,x_n)\, dG(y_1,\cdots,y_n)$$

を求めることになる．この問題の最適戦略は，IIが火力を high-valued targets すべてにすきまなく割かねばならぬ (no spot principle) のに対し，Iは気ままな bluffing ができるのである．

(ii) 最適 timing をきめる種類の問題として決闘の例をくわしく説明してある．他の例として missile 発射の scheduling (target prediction) の問題もある．

(iii) 空間および時間に兵力を配分する問題に tactical air war がある．これは配分型の N 段決定問題である．$N=3$ の具体例につき解をくわしく計算してあるが，ここでもまた最適戦略は，強い player は兵力を各使命にもれなく配分し，弱い player はハッタリをやって兵力を集中的に使うことになるという principle の成立を見る．　　　(坂口　実)

WEISS, L. : CONFIDENCE INTERVALS OF PREASSIGNED LENGTH FOR QUANTILES OF UNIMODAL POPULATIONS *Naval Res. Logist. Quart., 7 (1960), 251~256*

母集団分布に関する唯一の情報が，それが連続な分布函数をもつ unimodal 分布であることであるとき，母集団の q-quantile の信頼区間（信頼係数 β 以上）は，よく知られたように

$(x_{(i)},\ x_{(j)})$

ただし $x_{(i)}$, $x_{(j)}$ $(i<j)$ は順序統計量で

$$x_{(1)} \leqq x_{(2)} \leqq \cdots\cdots \leqq x_{(n)},$$

かつ i, j は

$$\frac{n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!}\int_q^1 ds\int_0^q r^{i-1}(s-r)^{j-i-1}(1-s)^{n-j}dr \geqq \beta$$

のようにとられている．

この信頼区間は長さが確率変数なので困ることもあろう．そこで指定された長さ Δ をもつ信頼区間を2標本法でつくることを考える．1標本法ではこれが不可能なことはよく知られている(Dantzig, *Ann. Math. Stat.*, 1940).

β, Δ, q は問題から与えられた数である．

$$\alpha w=\beta, \quad r>\max(q,\ 1-q)$$

のように (0, 1) 内の3数 α, w, r を勝手にえらぶ．

不等式

$$1-[mr^{m-1}-(m-1)r^m] \geqq w$$

をみたす最小正整数 m をもって第1標本の大きさとする．次に

$$\gamma \equiv \min\left(r-q,\ r-(1-q),\ \frac{r-(1-q)}{\text{range}}\frac{\Delta}{2},\ \frac{r-q}{\text{range}}\frac{\Delta}{2}\right)$$

をとり

$$\frac{n!}{([nq])!(n-[nq]-1)!}\int_{\max(0,\ q-\gamma)}^{\min(1,\ q+\gamma)} y^{[nq]}(1-y)^{n-[nq]-1}dy \geqq \alpha$$

かつ，nq は整数でない

のような最小正整数 n を求める．これが第2標本の大きさである．第2標本の sample q-quantile を z とすると，z を中心とする長さ Δ の区間が求める信頼区間である．　(坂口　実)

EDMUNDSON, H. P., : THE DISTRIBUTION OF RADIAL ERROR AND ITS STATISTICAL APPLICATION IN WAR GAMING *Oper. Res., Vol. 9 (1961), 8—21.*

各成分が独立に $N(o, \sigma^2)$ 分布をするような n 次元 random vector の長さの分布を計算している．これは例えば爆撃の誤差の理論に必要である．各成分の分散 σ^2 は共通と仮定しているが，そうでない場合でも $(\sigma_1^2\cdots\sigma_n^2)^{\frac{1}{n}}$ を共通分散としたものが相当よい近似を与えることが注意されている．

各成分を $X_i(i=1,\cdots,n)$ とすると $\sum_1^n X_i^2/\sigma^2$ が χ_n^2 分布をするから

$$R_n=\left(\sum_1^n X_i^2\right)^{1/2}$$

の分布は容易に出せる．密度函数は

$$f_n(r) \equiv P_r\{R_n=r\} = \left\{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)2^{\frac{n}{2}-1}\sigma_n\right\}^{-1} r^{n-1}e^{-r^2/(2\sigma)^2},$$

分布函数は

$$F_n(r) \equiv P_r\{R_n \leqq r\} = \frac{2}{\Gamma(n/2)}\int_0^{r^2/(2\sigma^2)} t^{\frac{n}{2}-1}e^{-t}dt,$$

さらに

$$E(R_n)/\sigma = \sqrt{2}\,\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)$$

$$V(R_n)/\sigma^2 = n-2\left\{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\right\}^2$$

である．定数表

n	$E(R_n)/\sigma$	$V(R_n)/\sigma^2$	$\{V(R_n)\}^{1/2}/\sigma$
1	0.7979	0.3634	0.6028
2	1.2533	0.4292	0.6551
3	1.5958	0.4535	0.6734

を得る．

最後に $n=3$ として，原子 rocket を使用する war gaming における爆発点分布を計算した例を述べている．　(坂口　実)

SCARF, H. E., : SOME REMARKS ON BAYES SOLUTIONS TO THE INVENTORY PROBLEM *Naval Res. Logist. Quart., Vol 7 (1960), 591—596.*

需要分布に一つの未知母数を含むような場合の在庫管理は adaptive control の DP で解析されるが，その場合の最小総費用は普通，2変数——すなわち，initial stock x と未知母数の充足統計量 s——の函数である．一般に DP で変数が2個以上になると大変面倒であるが，つぎに示すような特別の場合には実質的に1変数の *DP* の問題に帰するのである．

費用は注文費用・在庫保持費用・信用損失の3種で，何れも比例的とする．比例係数をそれぞれ c, h, p とする．需要分布は未知母数 w を含む Γ 分布で密度函数が

$$\phi(\xi|w)=w^a\xi^{a-1}e^{-w\xi}/\Gamma(a)$$

とする(a は既知の定数). いま w の先験的分布がやはり Γ 分布, すなわち密度母数が

$$f(w)=\lambda^b w^{b-1}e^{-\lambda w}/\Gamma(b)$$

とする. すると過去$(n-1)$期間の全需要が s のとき第 n 期の需要が ξ となる条件つき確率は, 密度函数が

$$\phi_n(\xi|s)$$
$$=\int_0^\infty \phi(\xi|w)\cdot\left\{\frac{f(w)\,w^{(n-1)a}s^{(n-1)a-1}e^{-ws}dw}{\int_0^\infty f(w)\,w^{(n-1)a}s^{(n-1)a-1}e^{-ws}dw}\right\}$$
$$=\frac{1}{s+\lambda}\left(\frac{\xi}{s+\lambda}\right)^{a-1}\left(1+\frac{\xi}{s+\lambda}\right)^{na+b}\Big/B(a,(n-1)a+b) \qquad (1)$$

となる(被積分函数の第2因子は, s が与えられたときの w の事後確率密度). そこで

$C_n(x, s)$…第 n 期首において initial stock x, 過去$(n-1)$期間の全需要が s のとき, 以後最適注文政策を用いたときの全損失

とおくと容易に

$$C_n(x,s)=\min_{y\geq x}\Big[c(y-x)+L_n(y|s)$$
$$+\alpha\int_0^\infty C_{n+1}(y-\xi,s+\xi)\phi_n(\xi|s)d\xi\Big] \qquad (2)$$

が成立する. ここに α は割引率, $c(y-x)+L_n(y|s)$ は starting stock を y としたときの第 n 期中の損失で

$$L_n(y|s)$$
$$\equiv\begin{cases}\left[h\int_0^y(y-\xi)+p\int_y^\infty(\xi-y)\right]\phi_n(\xi|s)d\xi, & y\geq 0\\ p\int_0^\infty(\xi-y)\phi_n(\xi|s)d\xi, & y\leq 0\end{cases}$$

を表わす. $\phi_n(\xi|s)$ がその定義式(1)から明らかなように実質的に1変数の函数であるから, 従って(2)も, 見かけは2変数の DP 方程式のように見えるが, 実質的には1変数である. (2)に対する最適政策は, 適当な数列$\{a_n\}$に対して

$$y_n^*(x,s)=\max((\lambda+s)a_n, x)$$

(すなわち定水準政策)となることが示される.

(坂口　実)

DERMAN, C. AND SACKS, J.,: REPLACEMENT OF PERIODICALLY INSPECTED EQUIPMENT *Naval Res. Logist., Quart., Vol 7 (1960), 597—607.*

劣化する設備に対する最適取替周期を求める問題はいろいろの model について扱われているが, この論文では, 得られた情報を有効に利用しなければ最適政策にならないという型の model をやる.

時間間隔 $(t-1, t)$ において生じ時点 t において観測された劣化の量を X_t とする. $\{X_t\}_1^\infty$ は同一分布(分布函数 $F(x)$)の独立・非負確率変数列とする. L を与えられた正定数として, $\sum_{t=1}^n X_t>L$ になったらそのとき設備はダメになる(fail). 故に作動寿命 Z は

はじめて $\sum_{t=1}^n X_t>L$ ならば $n-1<Z\leq n$

となっている.

時点 $t=1,2,\cdots$ のみで取替え得る(もし欲するなら). ダメになる前に取替えれば費用 c, ダメになってから取替えれば費用がかさんで $c+A\,(A>0)$ かかるとする. だから成るべくダメになる前に取替えたいが, 余り早く取替えても損である. この兼ね合い如何というのが問題である.

取替周期(replacement cycle)の長さ N が

$$N=\min(\nu, [Z]+1)$$

ただし, ν は随意停止規則(optional stopping rule: $\nu=s$ ときめるかどうかは $X_1, X_2, \cdots X_s$ に依存する)

のような取替政策の中で

$$E\left\{\frac{1\text{取替当りの取替費用}}{N}\right\}$$

を最小にするものを求めんとする.

[定理]　$1-F\left(L-\sum_{t=1}^n X_t\right)\geq c/(nA)$

を満足する最小の n を ν^* とおく. ν^* が最適な随意停止規則である.

換言すれば, はじめて

$$\sum_1^n X_t\geq L-F^{-1}(1-c/(nA))$$

になったら取替えるのが, 上記の意味で最適取替政策である. この定理が semimartingale についての一つの補助定理(それは直観的には明らかだが証明は易しくない)を援用して証明されている. 最後に $F(x)$ が未知の場合の Bayes 的接近についてもふれている.

(坂口　実)

BELLMAN, R.,: ADAPTIVE CONTROL PROCESSES, A GUIDED TOUR

Princeton University Press, New Jersey, 1961

本書は Hughes 航空機会社での講義ノートに手を入れてまとめたもので，約250頁，18章に分れている．内容は標題から予想されるのとは違って，制御過程の数学的接近法，すなわち dynamic programming の綜合的解説である．各章の題をあげると

1. feedback control と変分法； 2. 動系と変換；3. 多段決定過程と DP；4. DP と変分法；5. DP の計算面；6. Lagrange 乗数；7. 2点境界値問題；8. sequential machine と logical system；9. uncertainty と確率過程；10. 確率的制御過程；11. マルコフ型決定過程；12. 擬線型化；13. 学習過程；14. ゲーム論と追跡モデル；15. adaptive process；16. adaptive control process；17. 通信理論の一つの見方；18. 逐次近似.

DP が概念的に自然で簡単で，計算も多くの場合易しく，制御過程で起る拘束条件つき極値問題に対しては，殆んどすべての場合に使える手法であることを繰返し説明している．上に列挙した各章標題からもわかるように，著者の DP に関する過去の著書から内容において特に新しいものはない．例によって各章末にくわしい参考文献があげてある．それから各章の冒頭には leading saying がある．例えば 13. 学習過程のところには

Ask, and it shall be given you;
Seek, and ye shall find;
Knock, and it shall be opened unto you.

(新約聖書，マタイ伝Ⅶ 7)とある.

(坂口　実)

SIMULATION DES PROGRAMMES D'EXPLOITATION D'UNE FLOTTE AERIENNE, GROUPE DE RECHERCHE OPERATIONNELLE D'AIR FRANCE *5e Année 1er Trimestre 1961 No. 18*

標題の通り，エール・フランスが航空路線のダイヤを組むにあたって行ったシミュレーションである．問題は次の点にある．Orly (パリー) の空港で，団体客が遅刻する，エンジンに不備な点をみつけて，他の航空機と交替する等の原因によって航空機の離陸がおくれる．次の寄港地迄の飛行中におくれをとり戻すこともあろうが，又逆にもっとおくれてしまうかも知れない．寄港地につけば，又点検，補修にその前の飛行時間に比例して時間をとられるだろうし，又ここでも団体客が遅刻するかもしれない．こうしていくつかの寄港地をまわって一航空終って Orly に舞い戻った航空機は，飛行時間数に応じた規定の補修を行わなければならない． そこで Orly の空港では，時として飛行可能の状態にある航空機が無いため，定刻に離陸させることが出来なかったり，あるいは欠航のやむなきに到るということになる．

さて，そこで，どのようなダイヤを組んだらこのような事態を最小限にくいとめることが出来るだろうか？ エール・フランス・オペレーションズ・リサーチ・グループでは提案されたダイヤを I.B.M 705 によってシミュレートして≪実際≫どのようになるか調べることにした．各種のおくれは，一様乱数を実際の≪統計≫によって変換したものをもちいている．

実際のシミュレーションには更に複雑な点を考慮に入れなければならない．それは航空機種も，航空路線も一種類ではないという点にある．又更に航空機の状態も，かならずしも一定飛行時間で点検補修に入るものとは限らず，許容しうる幅がもうけてあり，その中にあるものも，航空機数のたりないときには使用することにしている．

従って，シミュレーションは各便について一定の方式による航空機の選択を行うサイクルと，これで飛行をするサイクルの2つにわけられる．発表されたフロー・チャートは次に示すものである．

航空機は2種類でA：短距離用，B：長距離用. 航空路線も同じく2種類でA：短距離便，B：長距離便で長距離便に長距離用航空機，短距離便に短距離用航空機を使用しなければならないということはないがどちらかと云うとその方が望しいことはフロー・チャートのに示されている選択法にも見られる通りである．又航空機の状態は四つにに分けられ D_1, D_2, D_3 及び D_4 によって示される.

D_1：標準補修時間に達していないもので，所定の離陸時刻に準備のできているもの.

D_2：許容補修時間に達していないもので，所定の離陸時刻に準備のできているもの.

D_3：許容補修時間には達していないが，所定の離

陸時刻に Orly に未帰還のもの.

D_4: 許容補修時間に達したもの. フローチャート 1 中優先権云々とあるのは. あらかじめ第○便用と先約ずみであることを云っている.

フローチャート 1 によって航空機の選択がなされるとフローチャート 2 の飛行サイクルに入る. こうしてその航空の記録をとりながら各便についてシミュレーションを行うのである.

エール・フランス・オペレーションズ・リサーチ・グループでは, 1958 年 Vickers Viscount の場合について行ったシミュレーションの結果に自信を得て, Caravelle を用いた航空便のダイヤはこのシミュレーションを使って検討されたものである.

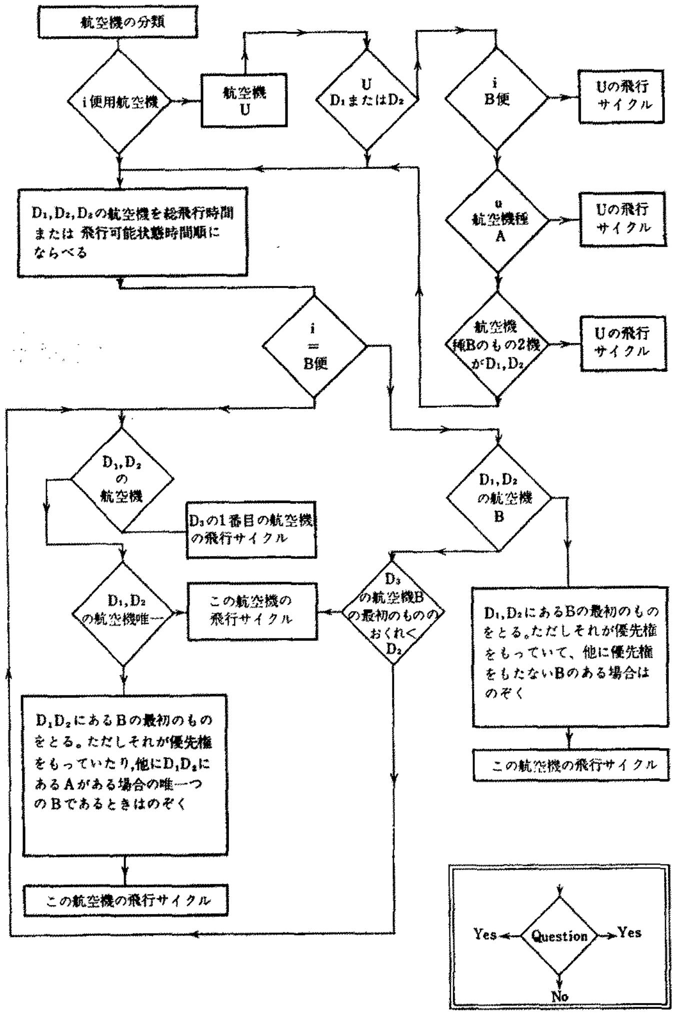
シミュレーションは 10 ～ 20 週分行ってかなりよい結果を得ている. Vickers Viscount の場合に, はプログラム所要時間が数ヵ月, インストラクション 2500, 航空機数 11 $(=5A+6B)$ 一週間のダイヤが含むオペレーションの数は 150 であり Caravelle の場合にはもうすこし一般化してインストラクション 8300, 10 週 250 便で計算時間は 45～60 分印刷に同じぐらいの時間がかかったと報告されている.

(柳井　浩)

《海外交換雑誌》

1) SANKHYÃ ; THE INDIAN JOURNAL OF STATISTICS 1961. VOL. 23, NO. 2
2) ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ, 1961, ТОМ VI, ВЫПУСК 3
3) BULLETIN OF THE RESEARCH COUNCIL OF ISRAEL, SECTION F, MATHEMATICS AND PHYSICS, 1960. VOL. 9 F, NO. 1～4
4) ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И ТЕПЛО ВОЗНАЯ ТЯГА 8, 1961
5) РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ ; ЭЛЕКТРОТЕХИНИКА И ЭНЕРГЕТИКА, IX, ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ТРАНСПОРТА, СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА И БЫТА. NO. 7., 1961

航空機選択サイクル　　第i便



選択された航空機 : l　　飛行サイクル　　第i便