文献抄録

BLACHMAN, N. M.: PROLEGOMENA TO OPTIMUM DISCRETE SEARCH PROCEDURE, *Naval Res. Logist. Quart.* *6(1959), 273—282.*

目標がn箇の場所のうちのどれかに現れる．現れたらそこにずっといる．i番目$(i=1, \cdots\cdots, n)$の場所に現れる確率がp_i，出現時刻は$(0, T)$での一様分布$(T\gg 1)$とする．場所iの看視(look)は時間t_iを要し，もしそこに目標物がいれば確率P_iで検出(detect)できる．目標が出現してからそれを検出するまでの時間のおくれを最小にするような search procedure を求めよ．

T……search の継続時間

T_{ij}……場所iの$(j-1)$度目の看視の開始時刻から，j度目の看視の開始時刻までの時間

J_i……時所iの看視の全数

とする．どんな search procedure も$\{T_{ij}\}$で規定される．目標の出現から発見までの expected delay は

$$\sum_{i=1}^{n} p_i\left\{t_i+\sum_{j=1}^{J_i}\frac{T_{ij}}{T}\left[\frac{1}{2}T_{ij}+\sum_{k=1}^{J_i-j}(1-P_i)^k T_{i,j+k}\right]\right\} \quad (1)$$

となる．$\{\ \}$内は目標が場所iに現れたときの expected delay，$[\ ]$内の第2項は非検出の可能性にもとづく additional delay である．J_iを固定して(1)をまず条件

$$\sum_{j=1}^{J_i} T_{ij}=T \qquad (i=1, \cdots\cdots n)$$

のもとに最小にし，つぎに条件

$$\sum_{i=1}^{n} J_i t_i=T$$

のもとに最適のJ_iを求めている．Tが充分大きいときは最適のT_{ij}，J_iは

$$T_{ij}=T/J_i=\text{indep of } j \qquad (2\leqq j\leqq J_i-1)$$

$$J_i\propto\left\{\frac{p_i}{t_i}\left(\frac{1}{P_i}-\frac{1}{2}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$(1)\text{の最小値}=\sum_1^n p_i t_i+\left[\sum_1^n\left\{p_i t_i(1/P_i-1/2)\right\}^{\frac{1}{2}}\right]^2$$

になる．もしもP_iがt_iの函数のときは，t_iを動かして上式をさらに最小にしようとすると，微分方程式

$$\frac{dP_i}{dt_i}=\left(P_i-\frac{1}{2}P_i^2\right)\Big/t_i$$

を得る．　　　　　　　　　　　　　　　　(坂口　実)

AUMANN, R. J.: LINEARITY OF UNRESTRICTEDLY TRANSFERABLE UTILITIES. *Naval Res. Logist. Quart.*, *7(1960), 281—284.*

大ていのn-人ゲーム理論は，player がゲームの rule で規定された payoff を受けとった後に，さらに side-payment をなすことをも考えている．そしてこのとき，効用(utility)が無制限に譲渡可能(unrestrictedly transferable)なことを仮想している．もちろん，譲渡可能なのは効用ではなく commodity であって，それに効用が player により附与されているわけである，ここの所を数学的にハッキリさせよう．

ゲームの可能な outcome をp，play が終って sidepayment の結果 player iの得た money をx_i，彼の効用函数を$u_i(x_i, p)$とすると，無制限に譲渡可能な効用とは数学的には，各pに対して

(i)　$u_i(x_i, p)$がx_iにつき単調

(ii)　$\sum_1^n x_i=0$ ならば $\sum_1^n u_i(x_i, p)=\sum_1^n u_i(0, p)$

を満足することである．

［定理］ $n\geqq 3$ ならば，(i)(ii)を満足する効用函数は 'linear in money' である：$u_i(x, p)=k_i(p)+c(p)x$ とかける．

が証明されている．定理は$n=2$では成立せず．例えば$u_1(x, p)=u_2(x, p)=x^3+k_i(p)$．(坂口　実)

MICKEY, M. R.: A METHOD FOR DETERMINING SUPPLY QUANTITY FOR THE CASE OF POISSON DISTRIBUTION OF DEMAND. *Naval Res. Logist. Quart.*, *6(1959), 265—272.*

需要の分布が未知だが過去の data から推定され得るような場合の在庫管理の問題を考える．xをあ

る期首における initial stock, $u(x)$ を starting stock, Y をその期の需要量とすると，予めきめた一定値 α に対して

$$P_r.\{Y>u(X)\}\leqq\alpha \qquad (1)$$

が，需要分布に入っている未知の母数値の如何に拘らず，常に成立するように函数 $u(x)$ を定めたい.

inventory process が定常で，X と Y とが独立にそれぞれ平均値 $k_x\lambda$, $k_y\lambda$ の Poisson 分布をする場合を考える．k_x, k_y は既知で λ は未知である(つまり平均値の比がわかっている)．$X+Y=z$ が与えられたときの X の条件つき分布は，母数が z および $p\equiv k_x/(k_x+k_y)$ の二項分布であることを利用すると，われわれの問題は次のように解けることが示されている．すなわち $x=(0,1,2\cdots)$ に対して

$$\sum_{j=0}^{x}\binom{Z}{j}p^j(1-p)^{Z-j}\leqq\alpha \qquad (2)$$

のような最小整数Zを $Z(x)$ とかくと

$$u(x)=Z(x)-x-1$$

が(1)の解である.

(仮題) 過去6ヵ月間に，航空機の翼4枚に対してある部品の需要が0であった．これから先3ヵ月間に翼6枚に対して，95% 安全 level において，その部品をどれ程供給すればよいか？

(解) X と Y とが独立に Poisson 分布をすることがわかっているとする．λ を翼1枚1月当りの平均需要とすると，X, Y の平均値はそれぞれ 24λ, 18λ．すると $p=24/(24+18)=4/7$．$x=0$, $\alpha=0.05$ を(2)に入れると $Z(0)=4$．故に $u(0)=Z(0)-0-1=3$ である． (坂口 実)

SHUBICK, M. AND THOMPSON, G. L.: GAMES OF ECONOMIC SURVIVAL

Naval Res. Log. Quart., **6** *(1959) 111～125*

会社の財産が1ずつ random に増減してゆく．1だけ増える確率は p, 減る確率は $q=1-p$ とする．配当 (dividend) をすれば株主は喜ぶが，財産が減るから破産の確率が大きくなる．k 期後の配当は現在の株主にとって $a^k(0<a<1)$ に割引されるものとする．会社が将来にわたる(破産するまで)全配当の現在価値を最大ならしめるためには，どのような配当政策をとればよいか？ これは在庫管理型の DP の問題になる.

$f(x)$ =現財産が x (正整数とする)のとき，最適配当政策を用いて得られる全配当

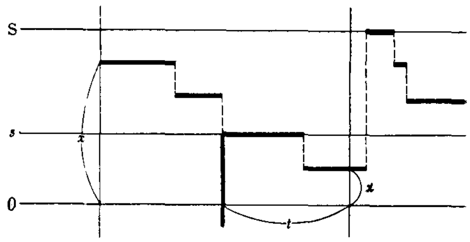
とすると容易に

$$f(x)=\max\left[\max_{y=0,1,\cdots,x-1}\{y+a(pf(x-y+1)+qf(x-y-1))\},x\right]$$

$(x\geqq1)$, $f(0)=0$ が得られる．この解は p, a だけに依存して求まる.

最適配当政策を $y^*(x)$ としよう．この意味は，現財産が x のときに $y^*(x)$ を配当するのが最適選択だというのである．配当政策について若干の規格化のもとに，最適配当政策は，ある非負整数 z が存在して

$$y^*(x)=\begin{cases}0, & 0\leqq x\leqq z\\ x-z, & x\geqq z\end{cases}$$



になることが証明されている.

すなわち財産が z 以下ならば全部残しておき，以上ならばいつも z だけ残しておくことになる．水準 z の値の計算例があげてある．それによると

a	0.7	0.995	0.99	0.995
p	0.99	0.99	0.55	0.55
z	1	4	7	10

である.

以上は‘1人 game’であったが，今度はもう一つの会社を想定して，それぞれ資本をもって survival game をやると考える．すなわち両者がそれぞれ i, j という手を出せば財産がそれぞれ a_{ij}, b_{ij} だけ増減する．一方の会社が破産したら他方は毎期当り δ を永久に得るものとする．もっとも簡単な

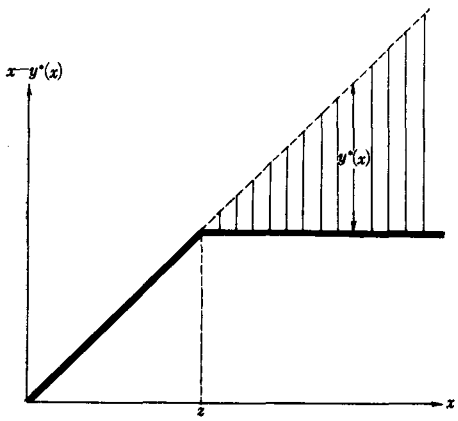
$$A=-B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

の場合について簡単な解析がある． (坂口 実)

BECKMANN, M. J.: AN INVENTORY POLICY FOR REPAIR PARTS

Naval Res. Logist. Quart., **6** (1959), 209~220

費用は一定な注文費用 k と，比例的な在庫保持費用および信用損失(比例係数それぞれ h, g)とする．需要が平均値 λ の Poisson 過程で起り，s-S 注文政策をとり，かつ delivery time も確率変量で，outstanding order の経過時間 t のとき時間 Δt の間に配達される確率が $\mu(t)\Delta t+o(\Delta t)$ であるとする．(図は在庫高の増減を示す一つの標本線図である)



$u(x)$ =ある時刻において，在庫が x で outstanding order がないとき，s-S 注文政策を用いて得られる全(割引)費用．

$v(x,t)$ =ある時刻において，在庫が x かつ時間 t だけ以前に outstanding order があるとき，s-S 注文政策を用いて得られる全(割引)費用．

α =割引率，すなわち時間 t 後の費用は $e^{-\alpha t}$ に割引される．

とする．$f(x)\equiv hx\ (x>0)$, $\equiv -gx\ (x<0)$ とおくと

$$(\alpha+\lambda)u(x)=f(x)+\lambda\min[u(x-1),\ k+v(x-1,0)] \qquad (1)$$

$$(\alpha+\lambda+\mu(t))v(x,t)-\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}=f(x)+\mu(t)u(S)+\lambda v(x-1,t) \qquad (2)$$

を得る．この連立方程式を解いて $u(S)$ の値を求めてある．解法の大筋は，s が reorder point であるから(1)において

$$\min[u(x),\ v(x,0)+k]=\begin{cases} u(x), & x\geqq s+1 \\ v(s,0)+k, & x=s \end{cases}$$

でなければならぬから，(1) から $u(S)$ が $v(s,0)$ の函数として求まる．(2) を積分して $t=0$ にやると $v(s,0)$ が求まる． (坂口 実)

MAHALANOBIS, P. C.: NEXT STEPS IN PLANNING *Sankhya, Vol. 22, Parts 1 & 2, Jan. 1960, pp. 143~172*

これは 1959 年 1 月 20 日に著者が National Institute of Science of India の開設記念日に当って講演したものである．

インドは第 1 次 5 年計画(1951~1955)では OR を用いなかったが，第 2 次(1956~1960)からは著者により全面的に OR が採用された．5 年計画ではあるが 10~15 年をみてをり，またはっきり社会主義を採用することになった．そしていよいよ 1961 年 4 月から第 3 次 5 年計画が始まることになるが，その前に回顧と展望を行ったものである．

内容は以上の序のほか工業開発の回顧・第 2 次 5 年計画の成功・計画の弱点・失業者の増加・保健・教育・社会主義化計画・教育上の改革・国家役務・科学と研究となっている．

工業開発の回顧では鉄鋼生産を中心とした西欧・日本・ソ連・中国・インドの歴史が述べられている．500万トン/年になると工業的な転換期になるといい，日本が約 90 年前の明治維新から保健・初等教育・科学教育・工業化を進めたこと．初等教育の義務・無料化は英本国より早いことを指摘している．またインドは織物生産で世界 2 位だが鉄鋼生産は 100 万トンより少し多いだけ．保健・教育・科学が著しく遅れていると述べている．

第 2 次 5 年計画の成功では旧来の考え方を打破して，鉄鋼・重機械・電気・化学工業の建設が失業・貧困化を救う唯一の道として鉄鋼生産を約500万トン，原子力・重機械および重電気工業・石油資源開発・石油精製等を決め広汎で複雑な製造工業開発のスタートを切ったこと．第 2 次計画で外資不足に悩まされたが，国内資源の豊なインドでは開発が進めば解決されるとしている．資本蓄積の方法として富裕税・消費税が創設されたこと．また公共企業にも収益を認めている．

計画の弱点では経済開発と保健・教育の間に密接な関連のあることを指摘している．

失業者の増加では 1953~1957 年の 5 年間に失業者が 2 倍以上になったこと．職業紹介が成功するのは 100 人に対して 2 人以下で，地位 1 つに対して 35(教育)~75(事務)の求職者がある．サンプル調査

によると失業者数は1000～2000万にも上り，就労時間が正規の半分の者まで含むと2500～3000万にも上ること．大学卒の10% が失業していること．これは第2次の実質投資990億ルピーの規模では不足で第3次では1,000億ルピーにする必要があると述べている．

保健の項では保健・教育・研究は国家開発の結果であるがまた同時に源泉であると述べ，人口3億8千万のインドで医師が7万(大学卒が3.3万，残り3.7万は免状所持)で5700人に1人，そのうえ都市集中がひどく，地方在住が1万以下，平均3万人に1人となり，地方によっては5～10万人に1人になるという．独立後西欧の皮相的模倣により廃止した準医師制度の復活を提案している．また病院建設の標準化，さらにプランだけになるかもしれないがと断って小さな村単位の保健サービス，産児制限指導の必要性を強調している．

教育の項では文盲が1951年の国勢調査で83.5%，1953年のサンプル調査で81.5%もある．事実，特に初等教育が弱点であること，また大学卒が英国の模倣として一般教養で職業教育でないうえ，理科方面が少いことを述べている．最大の弱点は教育組織と経済開発に関する国家需要間に有機的な関係がないことである．

社会主義化計画という中ではインドの社会主義がソ連・中国と異っていること．第1に国内資源を十分に活用して急速な経済開発を行う．第2に富・収入・権力の不同を積極的に除去する．第3にすべての人にあらゆる機会を均等に与えるようにすること等を目標にしている．インドで所得税を収めるのは500万，平均5人の家族構成だから2500万として，人口の1%にも足りない．教育も金がかかるので一部に独占されている．したがって公共企業でも私企業でも一部の人々に独占されている．独立以前に一部特権階級が特権を失うのを恐れて独立に熱意を示さなかったのと同じことが見られる．教育の機会均等が第一である．

教育上の改革として，まず第3次計画で大学教育の水準で授業料の免除，教育費の補助，完全に能力による進学許可制度，夜学・通信教育の検定試験の拡充強化を提案している．そしてこれに要する費用を年5～6億ルピーと見ている．第3次計画で年5% の割で国民所得増(最低の安全限度)をみるなら余剰所得年最小60億ルピーとなるからこれは実現可能であるとしている．この他試験のやり方についても近代統計学の応用として論じている．

国家役務として，以上の提案の代り卒業後または適当な時期に1～2年国家のため生産的・建設的な仕事に就労するよう要請している．これはいろいろな家庭出身の学生に同志精神を植えつけるのが目的であるとしている．

科学と研究では，進歩する学問の知識をやたらにつめ込むことが教育でないと述べ，科学教育の重要性を強調している．科学的活動をすべて官営にせよというのでなく，科学的な組織に責任を与えその成果が上るよう機能化せよと説いている．そして科学者が国家発展におけるリーダー・シップをとるべきであり，イニシアティブをとるべきだ，と強調して結んでいる．

この論文はいわゆるORの論文ではない．ORとは何かを述べているわけでもなく，ましてORのテクニックでもない．内外の豊富な資料を土台にした国家計画の論文である．しかし，1960年5月28日のISI記念講演会で述べた論文の参考文献にもこれを挙げているし，また最近東京大学小宮助教授がこの論文を基にして，LPによるモデル化を試みたこと(東京大学経済学論叢)も有名である．わが国でも長期計画，成長率論争のやかましい折から参考になる点も少くないので(附表は紙面の都合で削除したが貴重な資料である)紹介することにした次第である．

(矢部　真)

編集後記

会誌に『Journal of ORSJ』と『経営科学』と2つあるわけは，学術的権威を重んずるものを，各国共通語である英文の方に，実務的なものを和文の方に掲載する方針から決められたものである．このことは，案外会員のみなさんに徹底していないのではあるまいか…….

日本のORも導入されて10年を経て，最近は次第に本来の“実際に使われる”姿に変りつつあることは，まことに喜ばしいが，まだどうもORはむずかしいもの，高尚なものと思われすぎているようである．特に会誌に関しては上のような考えから，折角和文の会誌が発行されているのにもかかわらず，難解な論文ばかりであるのは残念である．そろそろ，実際の体験からにじみ出たような記事ができるだけたくさんのるようになって欲しいものである．

編集委員の交替の時機に当って，あえて苦言を呈する次第である．

*　*　*