文　献　抄　録

MACQUEEN, J. AND MILLER, R. G. Jr.: OPTIMAL PERSISTENCE POLICIES *Oper. Res. 8, 362—380 (1960)*

家を買うことに興味をもっている投資家がいるとする．先づ彼は家を探しにかかるかどうかをきめる．もし探すときめて，やがてかっこうな家をみつけたとする．彼はその家を買うか，あるいはもっと望ましいものを求めて見送るか，どちらかにきめなければならない．もし後者にきめれば，もちろん，探す時間と労力と経費が余計にかかるわけである．したがって彼は，もっとよい投資対象がみつかる可能性とそれを探すに要する費用とを考え合せて，いつ探すのを打切ったら最適であるかを計画する必要がある．この論文は例えばこのような多段決定過程の問題を解いている．

search process の stage が $n=0,1,2,\cdots$ と進行し，decision maker が各段で状態変数 x_n の値をみてから決定をくだすとする．状態変数の値が x のときに

$g(x)$……'stop' という決定をくだしたときの return

$c(x)$……やめないで次をさがすという決定をくだしたときの，次の段までにかかる費用

$P_x(y)$……次の段で状態変数の値が $\leqq y$ となる確率

$V(x)$……最適政策を用いたときの expected return

とすると明らかに

$$V(x)=\max\left(g(x),\int V(y)\,dP_x(y)-c(x)\right)$$

が成立する．適当な条件のもとに，この函数方程式が唯一つの解をもつことを証明している．

特別な場合として $g(x)=x$, $c(x)\equiv c$ で，各段で search を打切る正の確率をもつ場合は，例えば

$$V(x)=\max\left(x,\ V(x)F(x)+\int_x^\infty V(y)\,dF(y)-c\right)$$

のようになるが，F が連続・単調増大ならばこの解は

$$V(x)=\max(x,x^*)$$

ただし，x^* は

$$(*)\qquad x^*=\left[\int_{x^*}^\infty y\,dF(y)-c\right]\Big/\int_{x^*}^\infty dF(y)$$

の唯一つの根である．すなわち最適政策は，もし初期状態 x_0 が $>x^*$ だったらはじめから全然 search に入らない．もし $x_0\leqq x^*$ だったら，はじめて $x>x^*$ になったときに search を打切る．(*) の式は無関心点 x^* が，$x>x^*$ になるまで search を持続(persist)することの additional gain が，ちょうど，それに要する additional cost とつり合う：

$$E[y|y<x^*]-x^*=c\left(\int_{x^*}^\infty dF(y)\right)^{-1}$$

ようにとられていることを示す．具体例として random-selection problem, 駐車場をさがす問題, quiz-show の問題などを挙げて説明している．

（坂口　実）

BECHHOFER, R. E., ELMAGHRABY, S. AND MORSE, N.: A SINGLE-SAMPLE MULTIPLE-DECISION PROCEDURE FOR SELECTING THE MULTINOMIAL EVENT WHICH HAS THE HIGHEST PROBABILITY *Ann. Math. Stat.* **30** *(1959) 102—119*

不公平な roulette の 36 の賭け数のどれが最も出やすいか？　テレビの k 個の番組のうちどれが一番聴視率が高いか？　このような問題を multiple-decision selection problem として解いている．

先づ定式化：$(X_{1j},X_{2j},\cdots,X_{kj})$ $(j=1,\cdots,N)$ を未知確率ベクトル $p=(p_1,\cdots,p_k)$ をもつ多項母集団からの任意標本とする．X_{ij} は j 番目に，事象 E_i $(i=1,\cdots,k)$ が起ったら 1，起らなければ 0 である．p_i を大きさの順に並べて $p_{(1)}\leqq p_{(2)}\leqq\cdots\leqq p_{(k)}$ とする．$\theta^*(>1)$ および $P^*(>1/k)$ が与えられたときに，いつも

$$P_{rob}\{\text{正しい決定}|p_{(k)}/p_{(k-1)}\geqq\theta^*\}\geqq P^*\qquad(1)$$

になるような selection procedure を求めよ．

常識的な手法は次のものであろう：$Y_i\equiv\sum_{j=1}^N X_{ij}$ $(i=1,\cdots,k)$ を大きさの順に並べて $y_{(1)}\leqq y_{(2)}\leqq\cdots\leqq y_{(k)}$ とする．$y_{(k)}$ に対応する事象を select せよ．もしそれが 2 個以上あったら，それらを等確率で確率化してえらべ．

問題は (1) をみたすためには N をどれ程大きくとったらよいか，である．θ^*, k, N を固定したとき左辺の確率を最小ならしめる p を least favorable configuration(略して l. f. c.) とよぶと，それは N に無関係に

$$p_{(1)}=p_{(2)}=\cdots=p_{(k-1)}=1/(\theta^*+k-1),$$
$$p_{(k)}=\theta^*/(\theta^*+k-1) \tag{2}$$

なことが示される．そこで

l. f. c. に対する (1) 左辺の確率 $\geqq P^*$

を満足する最小の N にとればよいことになる．

l. f. c. に対する (1) 左辺の確率を，k を 2, 3, 4, N を 1～30，θ^* を 1～10 に対して計算して表示してある．この計算は式は易しいが運算は大変なもので高速電子計算機によらなければならぬ．実際

$$\sum\frac{1}{s}\cdot\frac{N!}{y_{(1)}!\cdots y_{(k)}!}p_{(1)}{}^{y_{(1)}}\cdots p_{(k)}{}^{y_{(k)}}$$

(ただし s は $y_{(k)}$ の tie の数で，$\sum$ は $y_{(k)}\geqq y_{(i)}$ $(i=1,\cdots,k-1)$ なるすべての $y_{(1)},\cdots,y_{(k)}$ にわたる和)

に (2) を代入したものが，l. f. c. のときの正しい決定の確率だが，例えば $k=3, N=4$ のときはこれは

$$\theta^{*2}(\theta^{*2}+2)^{-4}\{\theta^{*2}+8\theta^*+18\}$$

になり，$k=4, N=20$ のときには { } 内は 15 次多項式でその 5 つの係数は 11 桁の数となるのである．そこで N が大きいときの近似法についてもくわしい説明がある．(坂口　実)

GUPTA, S. S. AND SOBEL, M.: ON SELECTING A SUBSET WHICH CONTAINS ALL POPULATIONS BETTER THAN A STANDARD

Ann. Math. Stat. **29** (1958) 234～245

同じ型の分布をもつ k 個の母集団があるときに，それらを一つの標準母集団とくらべて，'標準以上の' 母集団を与えられた信頼度(例えば 95 %)で撰別したい．

例えばそれぞれ平均 μ_i，分散 $\sigma_i^2(i=1,\cdots,k)$ の k 個の正規母集団の中から平均 μ_0，分散 σ_0^2 の正規母集団を標準として，$\mu_i\geqq\mu_0$ のものを信頼度 P^* でえらび出すにはどうしたらよいか？ $\mu_i(i=1,\cdots,k)$ はもちろん未知母数であって，各母集団 π_i からの任意標本(大いさ n_i)にもとづいて撰別するのである．A) $\sigma_i(i=1,\cdots,k)$ および μ_0 が既知の場合 B) σ_i は既知，μ_0 が未知の場合，C) σ_i が未知しかし共通，μ_0 が既知の場合，D) σ_i が未知しかし共通，μ_0 が未知の場合についてその手法を求めている．例えば B) で $\sigma_0=\sigma_1=\cdots\sigma_k=\sigma$ の場合は，$\pi_i(i=0,1,\cdots k\,;\,\pi_0$ は標準母集団) からの標本平均を $\bar{x}_i$ として

$$\bar{x}_i\geqq\bar{x}_0-d\sigma/\sqrt{n_i} \tag{1}$$

のような π_i だけをえらべばよいのである．ここに d は

$$\int_{-\infty}^{\infty}\{F(d+u)^k f(u)\}du=P^* \tag{2}$$

$$\left(f(u)\equiv(2\pi)^{-1/2}e^{-u^2/2},\ F(u)\equiv\int_{-\infty}^{u}f(t)\,dt\right)$$

を満足する数である．d の値を $P=1(1)50$，$P^*=0.75$～0.99 に対して計算して数表にしてある．

(2) を得る理由は次の通り：$\mu_i\geqq\mu_0$ なる母集団が全部で $\pi_1',\cdots,\pi_{k_1}'$ であるとする(k_1 はもちろん未知)と，これらに対して(1)の同時成立の確率は

$$\prod_{i=1}^{k_1}Prob\{\bar{x}_i'\geqq\bar{x}_0-d\sigma/\sqrt{n_i'}\}$$
$$=\prod_{i=1}^{k_1}Prob\left\{\frac{\sqrt{n_i'}}{\sigma}(\bar{x}_i'-\mu_i')\geqq\sqrt{\frac{n_i'}{n_0}}\frac{\sqrt{n_0}}{\sigma}(\bar{x}_0-\mu_0)+\frac{\sqrt{n_i'}}{\sigma}(\mu_0-\mu_i')-d\right\}$$
$$=\int\prod_{i=1}^{k_1}\left\{1-F\left(u\sqrt{\frac{n_i'}{n_0}}+\frac{\sqrt{n_i'}}{\sigma}(\mu_0-\mu_i')-d\right)\right\}f(u)du$$

(' のについているのは π_i' に対応することを示す)．ここで $\mu_0=\mu_i'$ にとればこれは最小になり，($\mu_i'\geqq\mu_0$ なる故)，さらに k_1 を k にすればより小さくなる．このときの確率を P^* にとったのが (2) に他ならない．他の A)～D) の場合にも (1) と同様の手法が得られる．さらに母集団が Γ 型分布で scale 母数の小なるをよしとして撰別する場合，また母集団が二項分布で，母数の小なるをよしとして撰別する場合についての手法を求めている．(坂口　実)

DRUCKER, P. F., LONG-RANGE PLANNING——CHALLENGE TO MANAGEMENT SCIENCE

Manag Sci Apr. 1959, pp.238～249

ここでは長期計画とは何か，なぜそれが必要かということについて答えようとしている．

はじめに長期計画の考え方で，一般に完全に間違って信じられているものをいくつかあげて，そのようなものは長期計画でないことを指摘しながら，逆に長期計画を説明している．すなわち，

(1)　**それは予測ではない**　人間は未来を予言したり，思うようにしたりできるものではない．ごく短い期間はともかくとしても．たとえば，これは昨日の新聞の見出しを見て 10 年前その中のどれを予測できたか考えて見るとよい．

未来というものはいつもこんなもので，それを見通そうと考えることばかげている，予測できないからこそ長期計画が必要なのである．

（2） 長期計画は将来くだす決定を扱っているのではなく，**現在くだす決定の将来性を扱っている**のである．

（3） もっとも共通的に誤解されている点として，長期計画が危険を除こうとする行為でもなく，危険を最小にしようとすることでもないことを指摘しておかねばならない．そんなことをしようとすれば無限の危険と破滅を招くだけである．**危険を犯すことこそ経済活動の真髄である**．

このような論議のあと，長期計画を次のように定義している．すなわち，**企業に関して現在くだす(危険のともなう)決定を組織的に行うところの継続的な process であり，その際，それらの決定の将来性についてできるだけの知識を動員し，それらの決定を実行するのに必要な労力を組織的に結集し，それらの決定の結果をフィードバックさせ，期待される結果と比較測定することである**．

長期計画といっても何も特別新しいものではない．しかし，従来やってきたやり方を変えなければならないいくつかの新しい局面がある．たとえば

（1） 企業計画や経営管理における決定に関係する期間の長さが急速に長くなったことである．今日では10年～20年先の事態に賭けて，ほとんどの経営者がその製品開発，研究，市場開発を行っている．

（2） 技術革新が速いことと，危険をともなうこと．

（3） 企業とそれをとりまく経済と社会の複雑さが増し，しかも仕事の専門化により，共通の視野，理解，言葉がないと，トップの決定はそれ自身正しくても有効な行動とはならない．

（4） 決定はトップだけではできない．もちろん最終の決定権と責任はトップが持たなければならないが，今日の組織は非常に専門化された知識をもって自治的に責任ある判断を下す専門家の組織である．このような組織がうまく機能を果すには，二つのことが必要である．一つは組織全体がその方向，目標，期待される結果が何であるかを知っていることで，もう一つはトップの方で組織の中の人達の決定，約束，努力内容が何であるか知っていることである．これは長期計画だけが与えうるものである．

次いで長期計画に要求されるものが何であるかを説明し，最後に，長期計画は経営科学および経営科学者に対して大きな機会と試練を提供していることを指摘している．いままでの経営科学はあまり長期計画に役立っていなかったが，今後，それを簡単かつ効果的にするために必要な知識と考え方を提供する能力において正しく評価されるようになろうと．

（大前義次）

BARLOW, R. & HUNTER, L. OPTIMUM PREVENTIVE MAINTENANCE POLICIES, *Jour. Oper. Res. Soc. Amer.*, *8 No. 1, 1960, pp. 99～100.*

予防保全方針として二つの典型的な場合が考えられる．一つは比較的単純な機器の保全に対するものであり，もう一つは複雑なシステムに対するものである．前者では故障の際行われる修理が大型機器でのオーバホールに当っている．後者の複雑な computer のようなものでは部品故障の発生いかんにかかわらず，ある累積動作時間の後に予防保全が行われる．

二つの保全方針に対して次のように定義がなされる．

方針 I：故障がなければ，t_0 時間動作後に予防保全を行う．

方針 II：故障発生のいかんにかかわらず，t^* 時間の動作後に系に対する予防保全を行う．

ここでは系の有効さを評価する measure として極限能率(Limiting Efficiency)を用いている．すなわち $[0,\ T]$ 時間中稼働している期待時間の割合を Eff_T とし，Eff_∞ を次のように定義する．

$$Eff_\infty=\lim_{T\to\infty} Eff_T=\frac{E(U)}{E(U)+E(V)}$$

ここで U：稼働時間の長さ

V：計画保全と突発保全に要する時間の長さ

方針 I のもとでの最適値 t_0 は次式を満足するものとして得られる．

$$g(t_0)\int_0^{t_0}[1-F(t)]dt-F(t_0)=\frac{T_s}{T_e-T_s},\quad T_e>T_s$$

ここで $g(t_0)$：動作開始後 t_0 時間後に系が故障する条件付確率

F：系の故障発生の分布函数

T_e：突発的保全に要する期待時間

T_s：計画保全に要する期待時間

もし $T_e=T_s$ ならば $t_0=+\infty$ すなわち計画保全は考えられない．$T_e<T_s$ ならば Eff_∞ は $t_0=+\infty$ で最大となる．Eff_∞ は次式で与えられる．

$$Eff_\infty\begin{cases}\dfrac{\mu}{\mu+T_e} & \text{ただし}\quad T_e\leqq T_s\\ \dfrac{1}{1+(T_e-T_s)g(t_0)} & \text{ただし}\quad T_e>T_s\end{cases}$$

ここで μ は故障発生までの期待時間である．

方針IIについて考える．そこで t 時間中の故障発生数がポアソン分布に従うものとする．この場合の最適保全間隔 t^* は次式を満足する値として決定される．

$$\int_0^{t^*} t\,g'(t)\,dt=\frac{T_s}{T_m}$$

ここで T_m＝最小修理を行うに要する期待時間

この場合の Eff_∞ は次式で与えられる．

$$Eff_\infty=\frac{1}{[1+T_m\,g(t^*)]}$$

以上の検討では，T_m, T_e, T_s を時間として取扱ったが，これが期待修理費であれば，上の解は最小費用解を示すわけである．　(大前義次)

BASHRIN, G. P.: THE CONGESTION TIME LIMIT DISTRIBUTION FOR A FULLY AVAILABLE GROUP OF TRUNKS, Теория Вероятностей и ее Применения, *5*, *246—252*, *1960*

パラメータ λ のポアソン到着，窓口 n 個の queue で現実に行列を作らず，あふれた客はそのまま立去る場合を取扱う．サービス時間は指数分布であるとする．つまり Erlang が取扱った，古典的な即時式完全線群(入線無限)の場合である．そしてこの場合，サービスの measure としては呼損率，つまり n 個の窓口が全部塞っている確率が使われることもよく知られている．ただ，Erlang の解いたのは，いわゆる定常状態の解であって，これは理論的には $t\to\infty$ のときに達成されると考えられる．従って，現実には t が有限のところで用いるのだから，そこに若干の誤差がある．近年，有限時刻における queue の研究が盛んになって，ポアソン到着，指数分布サービスの場合は窓口1つのときには，ほぼ完全に解かれているが，窓口 n 個のときには理論的に美しい解法はあっても，具体的には求められていない．窓口1つの場合でも結果の式は複雑で，現実に用いるためには数表化・図表化が望まれる．この論文は，t が十分大きいところでの近似を与えることを目的としたもので，実用化しやすいように電子計算機(BESK)による数表がつけられている．

基本的な考えは，Erlang の方程式系に対応する各状態間の推移確率を stochastic matrix の形で与え，この matrix についていろいろな量を計算し，それらで，近似的に Erlang 式(呼損率)を表現する．それには中心極限定理を用いる．t が十分大きいときの呼損率，つまりその時刻までに窓口が全部塞っていた時間の総延べ時間の全体の時間 t に対する割合は，極限の呼損率，つまり Erlang 式による値の廻りに標準偏差 $\sigma_n/\sqrt{t}$ の正規分布をする．この σ_n の値が P_n (Erlang の呼損率)とともに，$n=5, 10, 15, 20, 30, 40$ に対し，λ をパラメータとして与えてある．〔原題: БАШРИН, Г. П.; О предельном распределении времени занятости полнодоступного пучка линий〕　(森村英典)

MANGELSDORF, T. M., WAITING LINE THEORY APPLIED TO MANUFACTURING PROBLEMS, ANALYSIS OF INDUSTRIAL OPERATIONS, *Richard D. Irwin, Inc, 1959 pp. 257～294*

ここでは待合せの問題として，工場における機械割当の問題と機械配置の問題を詳細に取扱っている．

前者は machine interference の問題とも呼ばれている．たとえばある1人の作業員の仕事が機械から機械を見て歩き，それらに原料を投入する仕事であるとする．この場合，受持ち機械台数は原料投入に要する時間がどれだけかかるかがわかれば決ってくる．しかしさらに彼の仕事として，機械が軽微な故障をしたとき修理も行うものとすると，もはや問題は簡単ではなくなる．それは1台の機械にかかっているうちに他の機械が手直しを必要とする事態が起きても待っていなければならないからである．このような場合，機械の待合せを少くするためには，1人の受持ち台数をより少くすればよい，しかしそうすると作業員の手空き時間の割合が多くなる．そこで機械割当の問題は機械の待ち時間が多くなるか，あるいは反対にそれを少くするために持ち台数を減らすか，そのバランスを取る問題となる．ここではサービスを要求するものの到着がポアソン分布に従うとし，サービス時間の分布が指数型の場合と，一定の場合について，縦軸に servicing constant, $k=\dfrac{\text{機械当りの calling rate}}{\text{サービス率}}=\dfrac{\text{サービス時間}}{\text{運転時間}}$ を，横軸に費用の比$=\dfrac{\text{休止中の機械の費用}}{\text{作業員の費用}}$をとり，最適な

機械割当を求める図表を与えている．またサービス時間の変動とか，費用の比の変化が最適機械割当にどのような影響を与えるかを検討し，その影響が意外に小さいことを指摘している．

次に機械配置の問題であるが，これは machine balancing と呼ばれている．いま注文生産の工場について考えてみると，工場に，多数の自動旋盤，グラインダー，ミーリング，ドリルがあるが，引受けた製品を作るためにどの機械かが足らないということが起きてくるかも知れない．もしある機械が不足すると，そこで生産が停滞することになる．この場合の図表として，横軸に平均サービス時間の倍数として平均待ち時間をとり，縦軸に到着率×平均サービス時間をとって，サービス時間が指数分布に従う場合の機械台数との関係を与えている．またもう一つの図表は，縦軸に到着率×平均サービス時間をとり，横軸に費用の比$=\dfrac{\text{待たされた注文にもとづく費用}}{\text{機械遊休にもとづく費用}}$をとって，最適機械台数を与えるものである．またこの適用例もいくつか示している．ここで経済計算として，生産の待ち時間や機械遊休時間にもとづく費用を考慮するにとどまらず，設備投資の問題が含まれてくることを注意しなければならない．さらに，待ち時間にもとづく費用という場合，その評価の問題はむずかしい問題である．これらに対して特に「費用の決定について」という項を設けて実際的な注意を与えている．　(大前義次)

JAISWAL, N. K.; BULK- SERVICE QUEUING PROBLEM, *Oper. Res., Vol. 8, 139—143, 1960*

客はポアソン到着としてやって来て先着順に待っている． service epoch と称する時点があって，そのとき先頭から s 人をまとめてサービスする(もし s 人以下しかいなければいる人数全部)． service epoch 間の時間間隔はある定められた確率分布をもっている．こういう queue の問題は病院設計の問題として起り Bailey (*Journ. Roy. Stat. Soc., B*, ***16****, 80—87, 1954*) で論じられ，後 Dowton (同誌 ***17****, 256—261, 1955* 及び ***18****, 265—274, 1956*) に引継がれた．彼等が用いた方法は Kendall の imbedded Markov chain の考えであって，平衡状態における問題でポアソン到着を仮定する限りは大体解決されているといえよう．ここに紹介する論文では，これを初等的に取扱うことを目標にしたものであって，具体的な結果としてはほとんど新しいものを含んでいない．この著者の考えは Luchak (*Oper Res.*, ***4****, 711—732, 1956*) の導入した一般分布(客によって phase 数の異る Erlang 分布)を service epoch 間の分布として採用することにより，Luchak 同様，平衡状態の一次方程式を作り，それを母函数を用いて解くという最も普通の方法を使おうというのである．Bailey, Dowton の場合は一般な分布であるから，この論文を数学的な意味では含んでいるが，その結果はラプラス変換の零点によって表わされ，実用性に乏しい． special case でも多項式の零点を必要とし，そのため平均値などについて簡単な数表を作ってその穴を塞ごうとした．この論文では state probability についてはその母函数，待ち時間についてはそのラプラス変換しか求めていない．僅かに epoch 間の分布が k-phase の Erlang 分布のときだけ Bailey 等の結果と一致することを確めているに過ぎない．従って，導き方が初等的という点以外のこの論文の新しい点は Luchak の意味の一般分布について母函数を計算したということに止るであろう．ただ著者は，この方法で time dependent な場合を別の論文で取扱うと述べているので，この研究の真の意味はむしろそちらにあるものと思う．　(森村英典)

《編集後記》 すでに御通知申上げた通り，来る 61 年の正月から，本学会が正式に IFORS のメンバーに加入することが認められ，名実共に日本の OR を代表する立場に立つこととなった．早速，IFORS の方から，世界中の OR に関する文献の抄録をつくる仕事の一端を，になわせられることとなって，すでにアブストラクター・グループの編成も終っている．

このように，学会の活動が，本格的に世界的になりつつあることは，まことに喜ばしい．本号は，去る 6 月東京で開催された第 32 回 ISI 総会の折に，学会へお招きした Lindley, Wold, Hamaker, Rao の 4 氏のセミナーの内容の特集号のような形になったが，このような形式は会誌として初めてのことで，会員各位にも賛否いろいろの御意見があることと思われるが，各国の OR の情況を推察するために，いささかお役に立とうかというので，編集委員会でこの企画が取り上げられた次第である．