

有界変数の問題と機械計算

—FACOM 128 B の場合—

万代三郎*

堀井良夫**

A. Charnes と C. E. Lemke による計算法の最大の特徴は、さして規模の大きくない手計算に対する適応性にある。O. R. 研究者および数学者は、計算量を減少させ、計算手続きを簡単化するために心をくだいてきた。いわゆるシングレックス法の技法の系列の中にあって、Charnes と Lemke の方法の最大の利点は、この点にあるのである。しかし、多くの研究者が認めるように、この計算方法の手続きは、他のシングレックス法に比してきわめて複雑である。したがって、ソロバンや卓上計算機を用いた手計算は、多くの計算ミスを導入するであろう。このことはこの種の計算の熟練者であっても例外ではなく、問題の規模が大きくなるにつれていよいよその傾向は大きくなるであろう。実際、企業において、これらの点についての配慮および計算結果に対する即時的な要求は機械計算を必要とする。

しかしながら、この問題に対する機械の選定は、若干の問題を提出する。たとえば、高速度の大型電子計算機は、有界変数の問題のような計算方法を必要としない、なぜならば、このような機械は、演算時間は微小であり、また多量の記憶装置を備えているからである。これらの機械は、その特性をいかした product form のような新しい計算方法を創造してゆくであろう。したがって、有界変数の問題に対する機械の選定は、これらの問題に対する配慮を必要とする。われわれは、基本的には、有界変数の問題の機械による計算は、手計算と、高速度の大型電子計算機による取扱いとの中間的な性格をもつものと思う。したがって、FACOM 128 B のような計算機の使用は、この点で長所をもっている。このような計算機を用いたこの方法の機械計算は、つぎのようないろいろな問題を提供する。

- 良くしられているように、この計算方法の手続きは煩雑であり、また、線型体系がそうであるように、繰返し部分に富んでいる。したがってサブルーチン間の呼出しと、その変則的な繰返しの容易さが、その最も重要な局面となる。
- 第 2 の問題は、冗長な手続きをさけるため、人間の判断を表わすなんらかの方法が、プログラムの構造の中に挿入できることが必要である。
- 第 3 の問題は、短時間のコーディングの訓練によってこの体系を巧妙に取扱うことができなければならない。
- この方法は、多量の記憶手段を必要とする。

これらの問題は、すべて FACOM 128 B によってみたされている。この機械を用いたこの問

* 大阪大学 ** 有隣電機精機(株) 1959 年春季学会にて発表,
1959 年 4 月 26 日 10 月 15 日受理

題の解法は、これらの点で長所をもつであろう。計算方法の特色とそれにマッチした性能をもつ計算機によって問題の解を機械上で表現するという観点からみて、有界変数の問題の FACOM 128 B による処理は、一つのぞましい組合せであると考えることができる。

Tableau 1 Extended

	b_j	$b_1 \dots b_m$	$b_{m+1} \dots b_s$	$b_{s+1} \dots b_n$
c_j	対応するスカララー	$c_1 \dots c_m$	$c_{m+1} \dots c_s$	$c_{s+1} \dots c_n$
	B_m	P_0	$P_1 \dots P_m$	$P_{m+1} \dots P_s$
		a	b	
c_1	P_1	ϕ_1	$b_1 - \phi_1$	$P'_1 a^1 \dots P'_m a^1$
				$P'_{m+1} a^1 \dots P'_{s+1} a^1$
c_r	P_r	ϕ_r	$b_r - \phi_r$	$P'_1 a^r \dots P'_{m+1} a^r$
				$P'_{s+1} a^r \dots P'_{n} a^r$
c_m	P_m	ϕ_m	$b_m - \phi_m$	$P'_{m+1} a^m \dots P'_{s+1} a^m$
				$P'_{s+1} a^m \dots P'_{n} a^m$
	$Z(P_i) \rightarrow$	Z_0	$Z(P_1) \dots Z(P_m)$	$Z(P_{m+1}) \dots Z(P_s)$
			$+ \dots + -$	$- \dots + \dots + - \dots +$
				$B^{j_{m+n}} \rightarrow$

表 2 Summary of Computation Procedures

基底へ入 るベクト ル	基底か ら出るベクト ル	θ	P_0^*		$(P_j a^t)^*$		$Z(P_j)^*$		$B^j m+n*$	
			$i \neq r_i$	$i = r_i$	$i \neq r_i$	$i = r_i$	$j \neq k$	$j = k$	$j \neq k$	$j = k$
\bar{P}_k	b_k	$\phi_i + \theta(P'_k a^t)$	$(b_i - \phi_i) - \theta(P'_k a^t)$	$(i=1, \dots, m)$	$P'_j a^t$		$z(P_j)$		$-$	
\bar{P}_r	$\frac{\phi_r}{-P'_k a^r}$	$(i=1, \dots, m)$	$b_k - \theta$	θ	$P'_j a^t - \frac{P'_k a^t}{P'_k a^r} (P'_j a^r)$	$\frac{P'_j a^r}{P'_k a^r}$	$z(P_j) - \frac{P'_j a^r}{P'_k a^r} z(P_k)$	0	$+ -$	$-B^j m+n$
\bar{Q}_r	$\frac{b_r - \phi_r}{P'_k a^r}$				$\begin{pmatrix} j=1, \dots, n \\ i=1, \dots, m \end{pmatrix}$	0	$(j=1, \dots, n)$	$(j=1, \dots, n)$	$+$	
\bar{Q}_k	b_k	$\phi_i - \theta(P'_k a^t)$	$(b_i - \phi_i) + \theta(P'_k a^t)$	$(i=1, \dots, m)$	$P'_j a^t$		$Z(P_j)$		$+$	
\bar{P}_r	$\frac{\phi_r}{-P'_k a^r}$	$(i=1, \dots, m)$	$b_k - \theta$	θ	$P'_j a^t - \frac{P'_k a^t}{P'_k a^r} (P'_j a^r)$	$\frac{P'_j a^r}{P'_k a^r}$	$z(P_j) - \frac{P'_j a^r}{P'_k a^r} z(P_k)$	0	$+ -$	$-B^j m+n$
\bar{Q}_r	$\frac{b_r - \phi_r}{-P'_k a^r}$				$\begin{pmatrix} j=1, \dots, n \\ i=1, \dots, m \end{pmatrix}$	0	$(j=1, \dots, n)$	$(j=1, \dots, n)$	$+$	

$$S = \begin{cases} -1 & (B = -) \\ +1 & (B = +) \\ +2 & (B = +-) \end{cases}$$

$\bar{\theta} = S \cdot \theta$ とおくと、上の表はつぎのようになる、

無断複写・複製・転載を禁

S^*										
\bar{Q}_k or \bar{Q}_k	b_k	$\phi_i + \theta(P'_k a^t)$	$(b_i - \phi_i) - \theta(P'_k a^t)$	$(i=1, \dots, m)$	$P'_j a^t$		$Z(P_j)$		$-S$	
$(S=+1)$ or \bar{P}_k	$\frac{\phi_r}{-S(P'_k a^r)}$	$(i=1, \dots, m)$	$\begin{pmatrix} b_k - \theta \\ \theta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \theta \\ (S=+1) \end{pmatrix}$	$P'_j a^t - \frac{P'_k a^t}{P'_k a^r} (P'_j a^r)$	$\frac{P'_j a^r}{P'_k a^r}$	$z(P_j) - \frac{P'_j a^r}{P'_k a^r} z(P_k)$	0	$+2$	-1
$(S=-1)$	\bar{Q}_r	$\frac{b_r - \phi_r}{S(P'_k a^r)}$		$\begin{pmatrix} b_k - \theta \\ \theta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \theta \\ (S=-1) \end{pmatrix}$	0	$(j=1, \dots, n)$	$(j=1, \dots, n)$	$+1$	S

(注) k : 基底へ入るベクトル番号。 r : 基底から出るベクトル番号。 n_i : ベクトルの基底内の順序番号。

略号

- m* バウンドされた式を除いた式の数.
- n* 変数の数(スラック変数をふくむ.)
- M* 基底に artificial ベクトルがあることを示す記号.
- M̄* 基底に artificial ベクトルがないことを示す記号.
- r* 基底でベクトル番号 *k* と入れかわるベクトルの番号.
- A. No.* 基底内にある artificial ベクトルの数.
- R. S.* ルーチン・ステップ.
- アドレス()
address () { () 内の内容が入っている記憶装置の番地.

紙数の関係から memory layout, coding table を Appendix から省略した.

Appendix 1 インプットの形式

数値部(例)	指数部(例)	
+ 0 01	+07	非正規化数 : 基底にある artificial ベクトルの数
+ 0 00	-19	正規化数 : z_0
+ 0 16	+07	非正規化数 " : 基底にあるベクトル番号(ベクトル番号の負符号はそのベクトルが artificial ベクトルであることをしめす.)
.....	" " : $\phi_i \quad (i=1, 2, \dots, m)$
- 0 20	+07	" " : $b_i - \phi_i \quad (i=1, 2, \dots, m)$
+ 0 24	+07	
+48 0	+01	正規化数 " : b_j
.....	" : B^j_{m+n}
+11 0	+01	" : M の係数($=Z_M(P_j)$)
+ 0 0	-19	" : $Z(P_j)$
.....	" : $P'_j a^i \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (i=1, 2, \dots, m)$
+ 0 0	-19	
		3ステップスキップ
+ 0 1	+07	非正規化数 : ベクトル番号 <i>j</i> (サイン付き)
+ 7 0	+00	正規化数 : b_j
- 1 0	+00	" : B^j_{m+n}
- 1 0	+00	" : M の係数($=Z_M(P_j)$)
- 8 0	+00	" : $Z(P_j)$
+ 2 0	+00	" : $P'_j a^i \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (i=1, 2, \dots, m)$
.....	"
+ 0 0	-19	
		3ステップスキップ

(注) 1) ベクトル番号から $P_j a^t$ までを n 回パンチする。

各ベクトル間は 3 ステップスキップさせる。

$$B^j_{m+n} \begin{cases} + \dots \dots \dots +1 \\ - \dots \dots \dots -1 \\ + \dots \dots \dots +2 \end{cases}$$

2) 3) パーホレーター No. 1 から鑽孔される形式も上の形式にしたがう。したがって上の形式はアウトプットの形式(パーフォレーター)でもある。

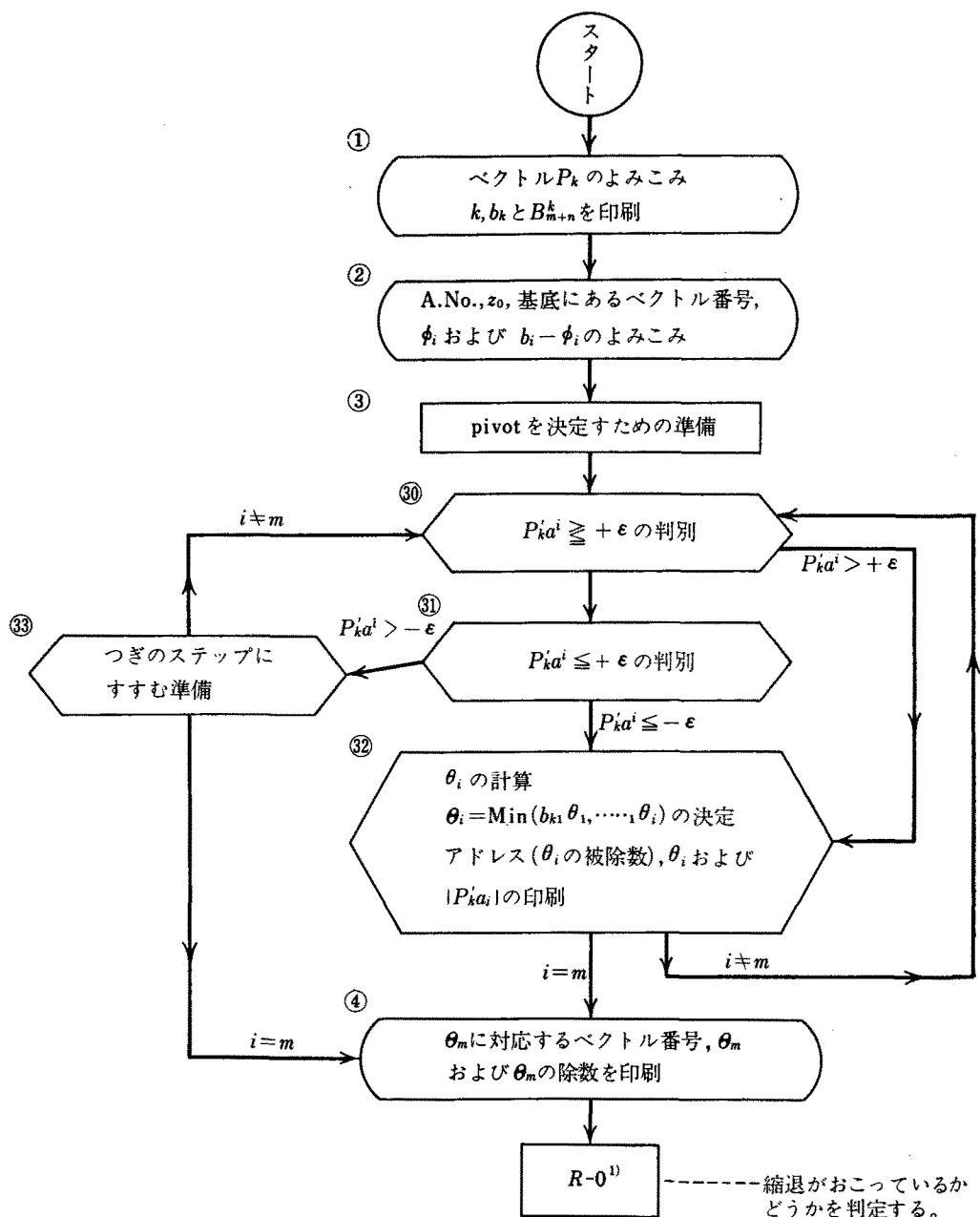
Appendix 2 アウトプットの形式 (印刷機)

	第1印刷記憶 (PS-1)	第2印刷記憶 (PS-2)	第3印刷記憶 (PS-3)
I	基底へ入ったベクトル番号 k	b_k	B^k_{m+n}
II	アドレス (θ_i の被除数)	θ_i	$ P'_k a^t $
III①	基底から出るベクトルで最ものぞましいベクトル番号 r ($\theta \neq b_k$)	Θ_m	$P'_k a^t$
②	0 ($\theta = b_k$)	b_k	+10000000+00
IV①	基底から出ることが確定したベクトル番号 ($\theta = b_k$)	θ	$P'_k a^t$
②	0 ($\theta = b_k$)	b_k	
V	基底にある artificial ベクトルの数	z_0	
VI	つぎに基底へ入るベクトル番号 k^*	$ z(P_k)^* $	

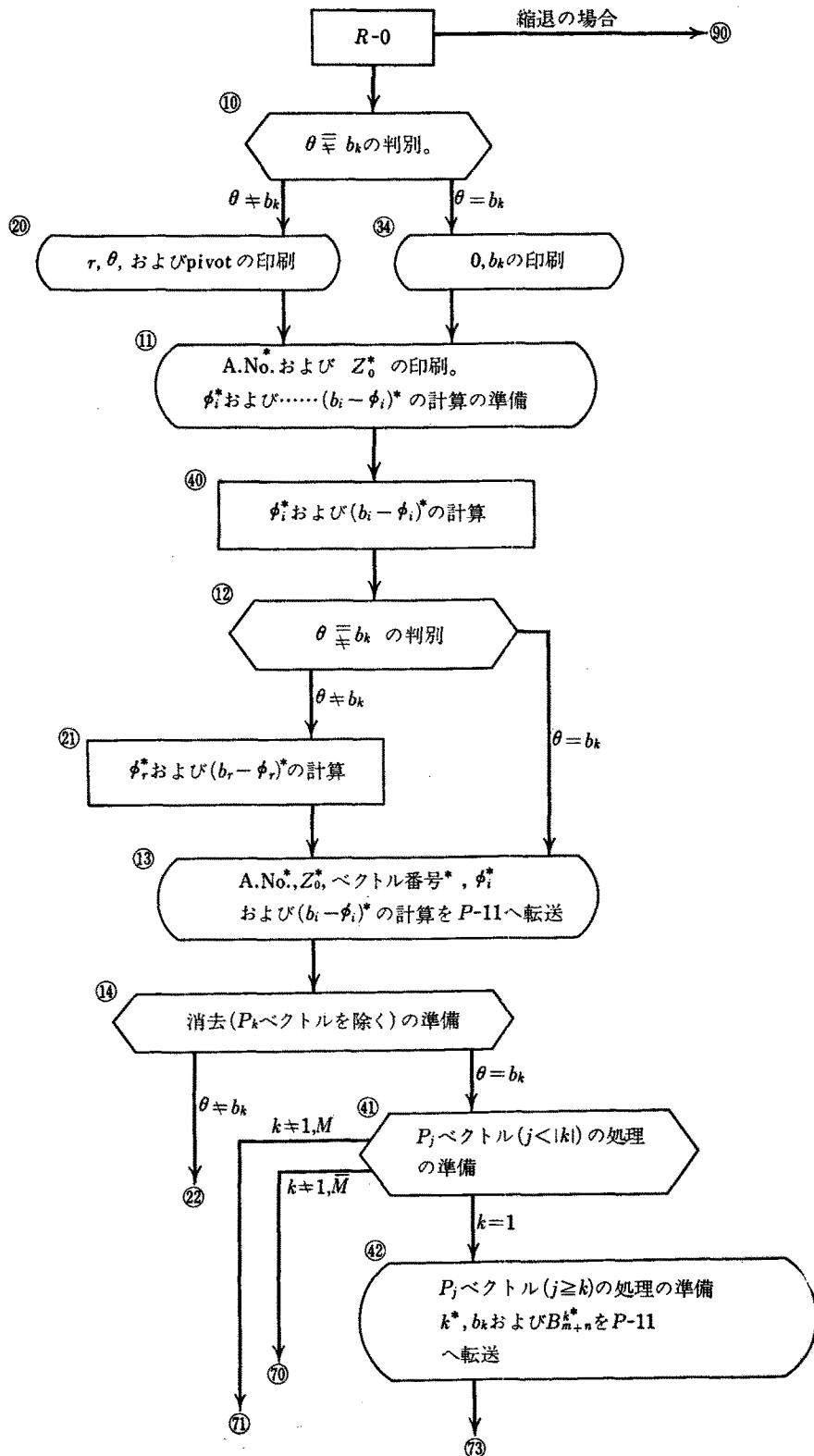
縮退の場合の形式

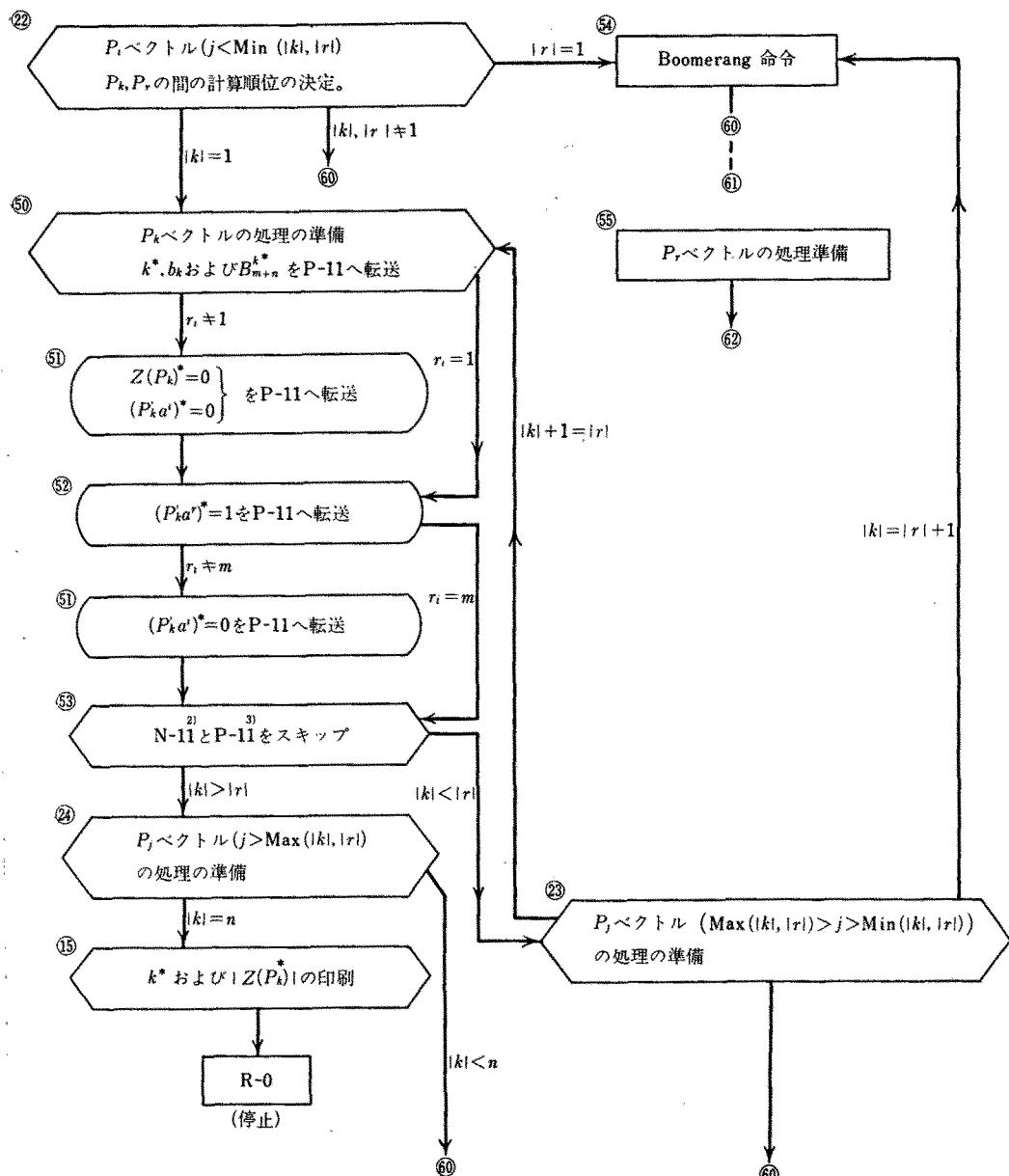
	第1印刷記憶	第2印刷記憶					
		$\bar{P}_j (j \neq k)$			\bar{P}_k		
①	(t=1, 2, ..., α)	B^j_{m+n}	-	+	+-	+	-
		$\text{sign}(B^k_{m+n}) \neq \text{sign}(P'_k a^{t_i})$	$P'_j a^{t_i} / -S(P'_k a^{t_i})$		$P'_j a^{t_i} / -S(P'_j a^{t_i})$	0	
		$\text{sign}(B^k_{m+n}) \neq \text{sign}(P'_k a^{t_i})$			$P'_j a^{t_i} / -S(P'_j a^{t_i})$	0	
②	0	$\theta_m = b$	0	/	0	1	0

Appendix 3 フロー・チャート



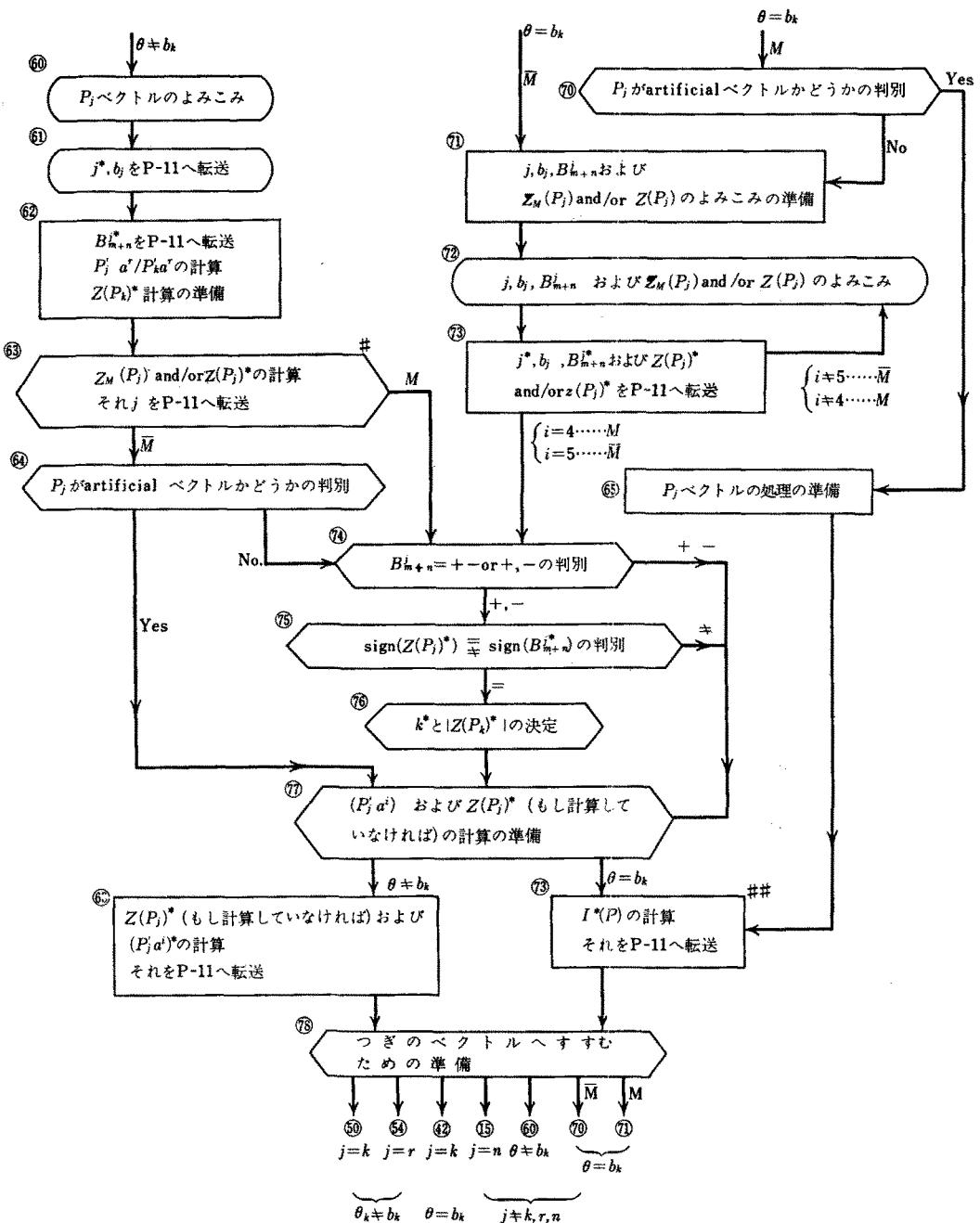
1). 操作台





2) テープ・リーダー No.1

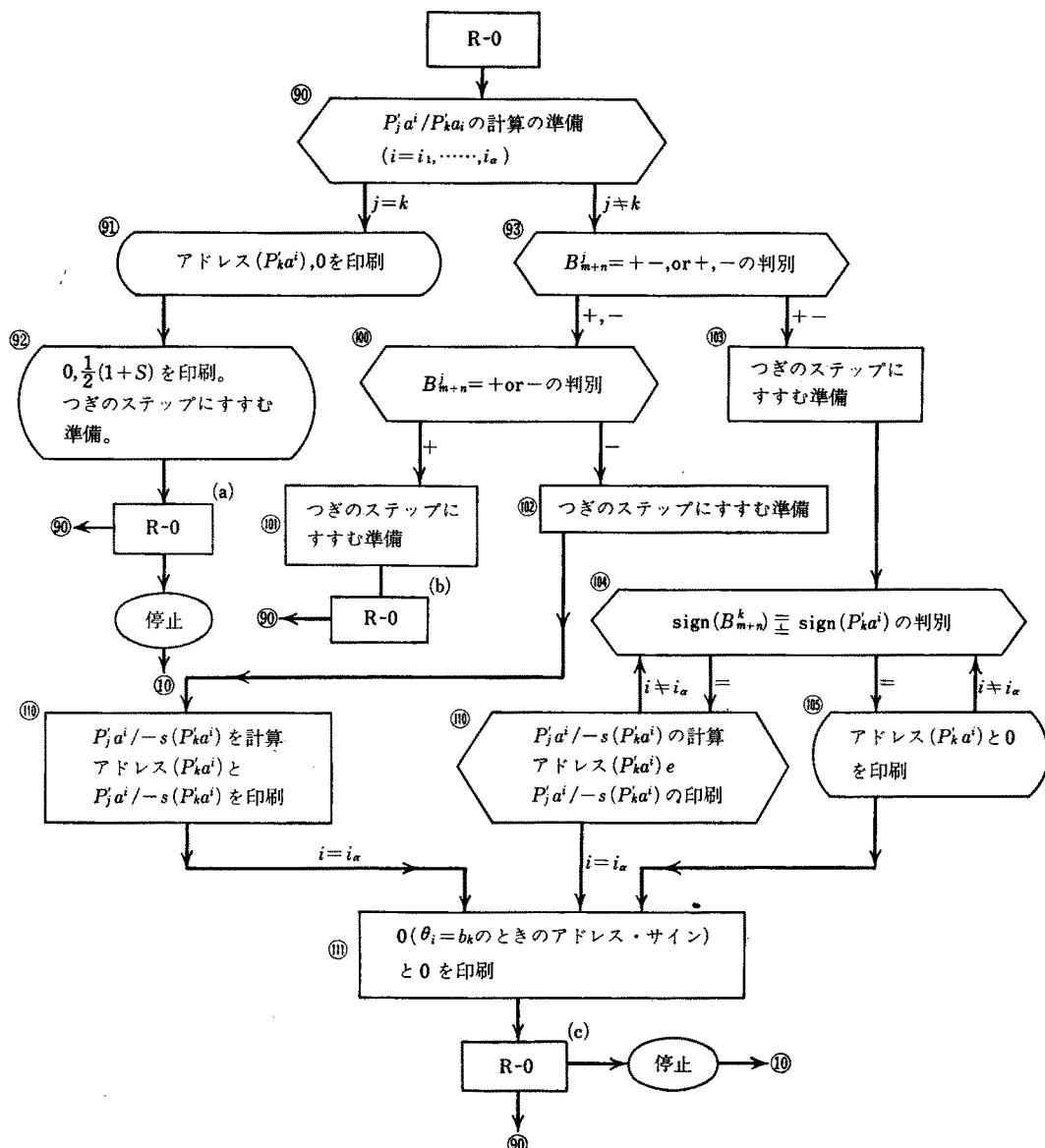
3) パーフォレーター No.1

# M の場合, $Z_M(P_j)^* \rightarrow P-11$ \bar{M} の場合, $Z_M(P_j)^*, Z(P_j)^* \rightarrow P-11$ しかし, $Z_M(P_j)^*$ の計算は名目的である。## $I^*(P)$ はつぎの 3 つのうちのいずれかを示す。

- $j^*, b_j, B_{m+n}^*, Z_M(P_j)^*, Z(P_j)^*, (P'_j a^i)^*$
- $Z(P_j)^*, (P'_j a^i)^*, (P''_j a^i)^*$

- の場合, $Z_M(P_j)^*$ の計算は名目的である。

縮退のサブルーチン



(a), (b), (c) : われわれは $\min(P'_j a^i / P_k a^i)$ をみつけるまで、各ベクトルについて計算を行なわねばならない、この手続に入る前に、アトジス($P'_k a^i$) ($i = 1, \dots, \alpha$) 印刷されたもの、 $\theta_i \neq b_k$) が 240 ($\theta_i = b_k$) を操作台から入れなければならない。