

# Queueing 理論を利用した作業員配置計画について

東洋紡績株式会社  
技術室品質課 関 和 文 椿 常 也

## 1. 緒 言

OR の実際的活用と共に、作業員配置の問題に対しても、従来の経験的、直観的な配置計画から Queueing 理論の利用、或いはモンテカルロ法の活用等によって、作業員の生産性或いは機台稼動率の向上等顕著な効果を挙げている。

今回の報告は、現実の一見煩雑に思われる紡績工程に於ける作業を、Queueing 理論の立場より整理し、機台稼動率を極大とする作業員配置計画の一例である。

一般に機台の稼動率はその機台の停台原因および停台時間の減少によって向上が計られるが、停台の原因については、一応問題を別とし、停台時間の減少を計る為その停台状況によって生ずる所謂機械干渉を最小化する作業員の配置計画について検討を加える事とする。

## 2. 基礎的調査

検討の対象として採り上げた工程は梳毛紡績工程中の Fine Roving 工程であって、此の工程に於いては、作業員を 3 区分し、台持工(機台数台を担当して繊切れその他の作業を行なう。)玉揚工(満管となった機台の玉揚作業を専門に担当する。)および切替工(品種の切替を担当する作業員。)とし、その作業を内容的に区別すれば、次の 3 区分となる。

- (i) 機台側でランダムに事故が発生し、発生と同時に機台が停台する場合。
- (ii) 作業員が機台を見廻り中、必要を認めて機台を停台する場合。
- (iii) 機台を停台する事なく行なわれる作業。

Queueing 理論の対象となる作業は (i) の場合のみであるが、同一工程の作業員によって、以上のように内容的に 3 種の作業が行なわれる場合、機台損失係数に影響する作業は (i) の場合であり、(i) (ii) の作業は機台稼動係数の対象となり、また作業員の稼動係数に関係する作業は (i) (ii) (iii) いずれの場合も同様であって、此の 3 種を区分して夫々の係数を眺める事とする。

Queueing 理論を利用して問題を解決するには作業の発生頻度、或いは作業時間の分布等について知る必要がある。スナップリーディングによって作業の発生頻度は知る事が出来る。作業時間の分布或いは平均作業時間を知るにはタイムスタディー等による事も出来るが、むしろクーパーミラー式によるワークサンプリングの利用が便利である。

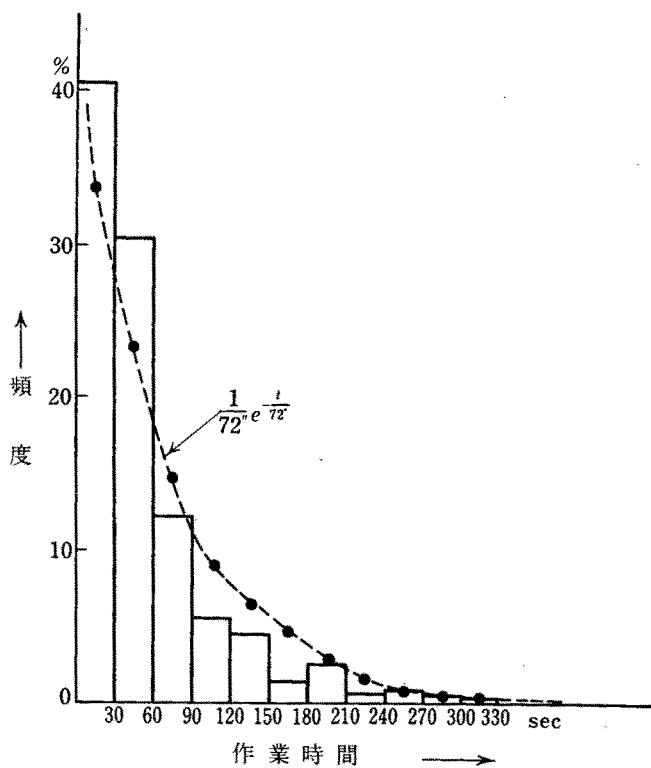
台持工作業内容の調査結果は第 1 表、第 2 表の如くであって、作業時間の分布について指指数分布を適合した結果を第 1 図に示す。

第1表 機台停台中に行なう作業

作業内容	総所要時間	比率	頻度
前粗糸切れ	71.2 min	13.4%	134
裏縫切れ	115.3	21.7	99
捲付き	22.3	4.2	16
前玉斑とり	23.8	4.4	18
裏縫替え	1.8	0.3	5
テンション弛み	3.9	0.7	14
その他の	2.1	0.3	3

第2表 運転中に行なう作業

作業内容	総所要時間	比率	頻度
裏縫斑とり	52.2 min	9.8%	105
木管配置	50.3	9.5	26
木管運搬	5.5	1.0	8
裏縫整理	27.3	5.1	20
遅れ玉整理	22.2	4.1	14
床掃除	30.4	5.7	20
クリヤラー掃除	71.9	13.5	23
その他の	29.0	5.4	43



第1図 台持工作業時間分布

適合の度合を  $\chi^2$  分布により検定すれば

$$\chi_0^2 = 10.44 < \chi^2(9, 0.01) = 21.7$$

である。

事故回復率( $\mu$ )に対する事故発生率( $\lambda$ )の比は、その機台の作業効率を示すものであり、これを機台就業因数( $\lambda/\mu$ )と呼べば、Fine Roving 台持工に於ける  $\mu$  は 1/1.12 分であり、 $\lambda$  は 6.52

(1台1時間当たり事故発生回数)より  $\lambda/\mu$  は 0.121 と算出される。

### 3. 台持工配置に関する検討

#### 1. 台持工単独作業の場合

機台  $m$  台が独立に動いている事が仮定出来、此の  $m$  台中、任意の時間に  $n$  台が停台する確率 ( $P_n$ ) は出生死滅過程を前提とした基礎方程式を解く事によって、次式で与えられる。

$$P_n = \frac{m!}{(m-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$$

今、 $(\lambda/\mu) = 0.121$ ,  $m = 4$  のときの  $P_n$  を算出すれば次の如くである。

第3表によれば  $n = 0$  の場合の  $P_n$  は 58.5% となり、此の数値はそのまま台持工の遊休である確率(作業員損失係数)と考えられる。また作業待合中の機台数の期待値は、

$$W' = \sum_{k=2}^n (k-1) P_k \\ = 1 \times 0.103 + 2 \times 0.25 + 3 \times 0.004 = 0.162 \text{(台)}$$

となるが、機台損失係数に関する停台は、前節で考察した如く、機台側でランダムに発生し、自動的に停台する場合のみで

あり、従って、作業待合中の機台の期待値( $W$ )は、相対的に次の如くなる。

$$W = W' \times \frac{\text{自動的に停台する事故数}}{\text{作業回数合計}} = 0.162 \times 0.424 = 0.069$$

$$\frac{W}{m} = \frac{0.069}{4} = 1.72\% \quad (\%)$$

また、台持工が作業中の機台の平均値( $S'$ )は

$$S' = 1 \times \sum_{k=1}^m P_k = 0.414$$

となるが、 $S'$  中機台を停台して作業している比率は、全作業中、機台が自動的に停台する場合と、機台を停台して作業する場合であり、此の比率を乗じて、事実上停台している台数の期待値 ( $S$ ) を求める事とする。

$$S = S' \times 0.492 = 0.204$$

従って受持台  $m$  台中の平均稼動台数( $R$ )は

$$R = m - W - S = 3.727$$

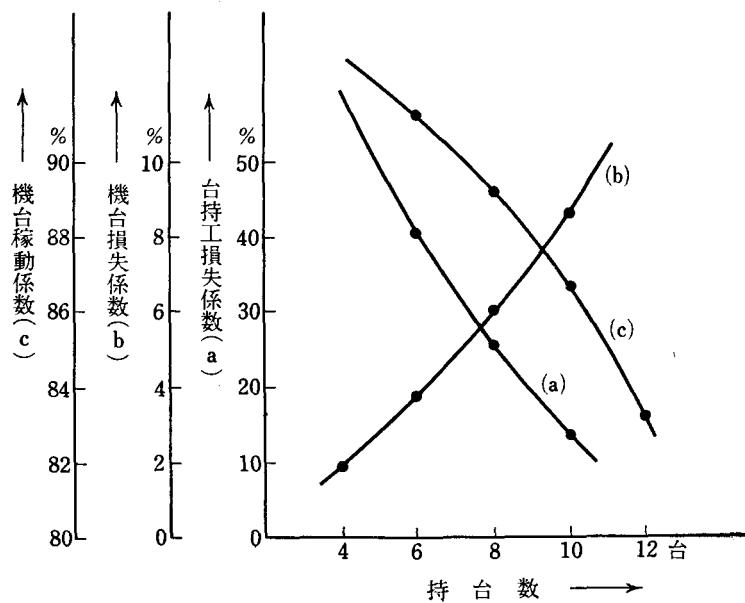
$$R/m = 0.931$$

同様の計算によって台持工の受持台数を逐次増加した場合の各係数の変化を図示する(第2図)。

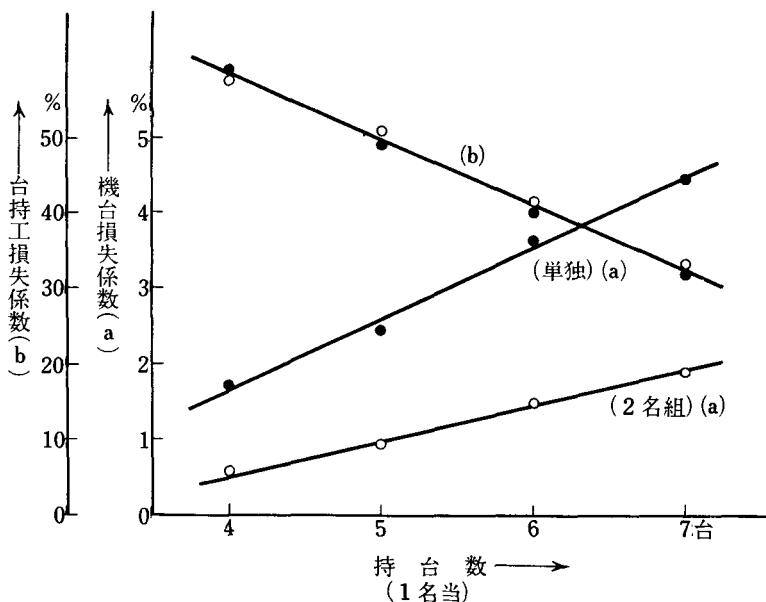
#### 2. 台持工 2 名を組にした場合

作業員の配置に於いて、各作業員の持台を指定して配置する場合と、作業員数名を組にして受持台を与える場合の両方があり、いずれの場合も長短あるが、機台稼動率の点からは、作業員を

組にする方が、手持ち台の減少によって有利となる事が認められる。



第2図 台持工単独作業に於ける持台数各係数との関係



第3図 台持工単独と2名組に対する持台数と係数との関係

今、1名の場合と同様に、組となる作業員数を  $r$  としたときの停台の確率は、

$$P_n = \frac{m!}{n!(m-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \dots \quad (0 < n < r)$$

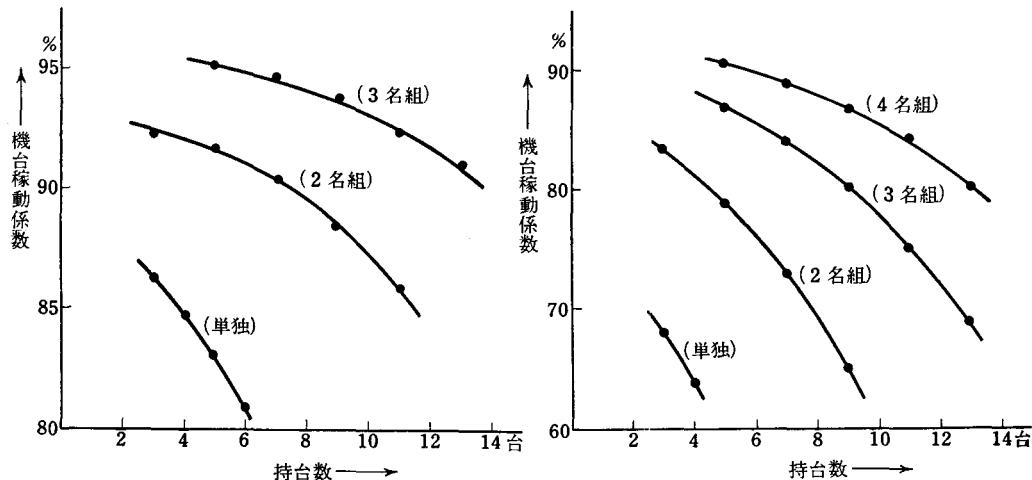
$$P_n = \frac{m!}{r!(m-r)!(m-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \cdots \quad (r \leq n)$$

により与えられ、実測された( $\lambda/\mu$ )から  $r=2$  の場合の計算結果を第3図に示す。

図から得られる顕著な傾向は、台持工損失係数には変化がない一面、機台稼動率は組作業によって相当の向上を見る事である。

#### 4. 玉揚工、切替工配置について

台持工に行なった検討と同様の方式によって、玉揚工、切替工の作業員配置を持台数との関係に於いて検討する事が可能であり、夫々の作業区分に対して、実測された就業因数( $\lambda/\mu$ )を用いて行なった計算結果を図示する(第4図)(第5図)。



第4図 玉揚工持台数と機台稼動係数の関係

第5図 切替工持台数と機台稼動係数の関係

#### 5. 作業員配置に関する総合的検討

台持工、その他の作業員個々については持台数と作業能率との関係が把握されたが、此の関係を基にして Fine Roving 工程作業員(総数 10 名)を夫々の作業に如何に配置するかが最終的目的である。

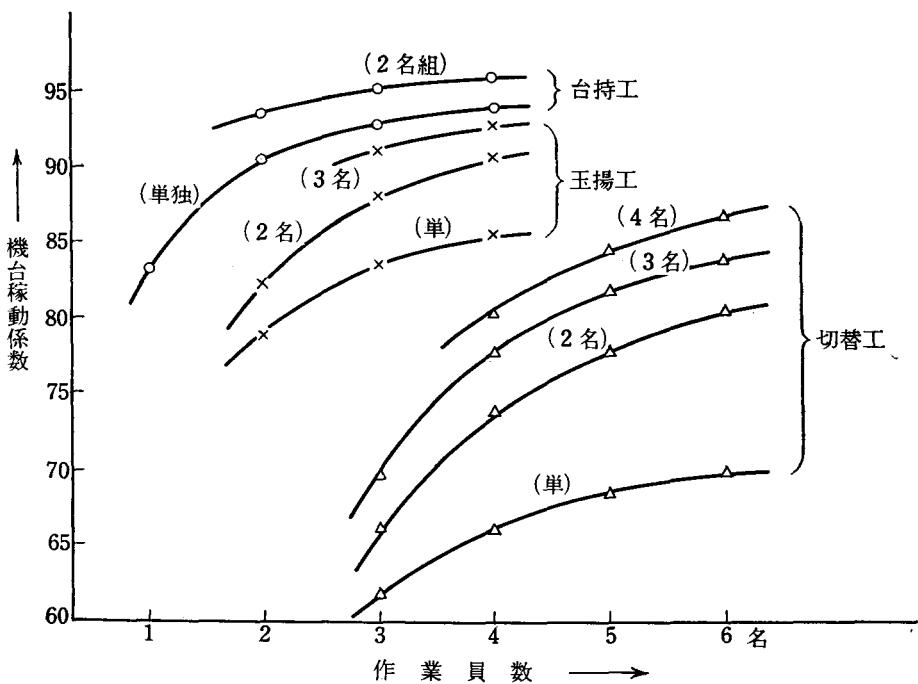
先ず作業区別に作業員を 2~6 名と設定し、その人員により、Fine Roving 13 台を担当させる場合の機台稼動係数を前節の検討結果より求めれば第6図の如くである。

今、機台稼動係数を最高とする配置について検討する為第6図の曲線を夫々

$$y_1 = k_1 x_1^p \quad (\text{台持工})$$

$$y_2 = k_2 x_2^q \quad (\text{玉揚工})$$

$$y_3 = k_3 x_3^r \quad (\text{切替工})$$



第6図 各作業員の人数と機台稼動係数との関係

$$\begin{cases} x_i : \text{作業員数} & y_i : \text{機台稼動係数} \\ k_i, p, q, r : \text{常数} \end{cases}$$

とすれば、各作業員担当の作業は独立に発生すると考えられ、従って総合した機台稼動係数は夫夫の積、即ち  $y_1 \times y_2 \times y_3$  となり、此の値を  $\sum x_i = z$  なる条件の下に  $\max$  とする  $x_i$  を求めればよい。

Lagrange 乗数( $K$ )を導入して、

$$\begin{aligned} Y &= y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 - K(x_1 + x_2 + x_3 - z) \\ &= k_1 k_2 k_3 x_1^p x_2^q x_3^r - K(x_1 + x_2 + x_3 - z) \end{aligned}$$

に於いて  $Y$  が極値をとる必要条件は

$$\frac{\partial Y}{\partial x_1} = k_1 k_2 k_3 p x_1^{p-1} x_2^q x_3^r - K = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x_2} = k_1 k_2 k_3 q x_1^p x_2^{q-1} x_3^r - K = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x_3} = k_1 k_2 k_3 r x_1^p x_2^q x_3^{r-1} - K = 0$$

即ち

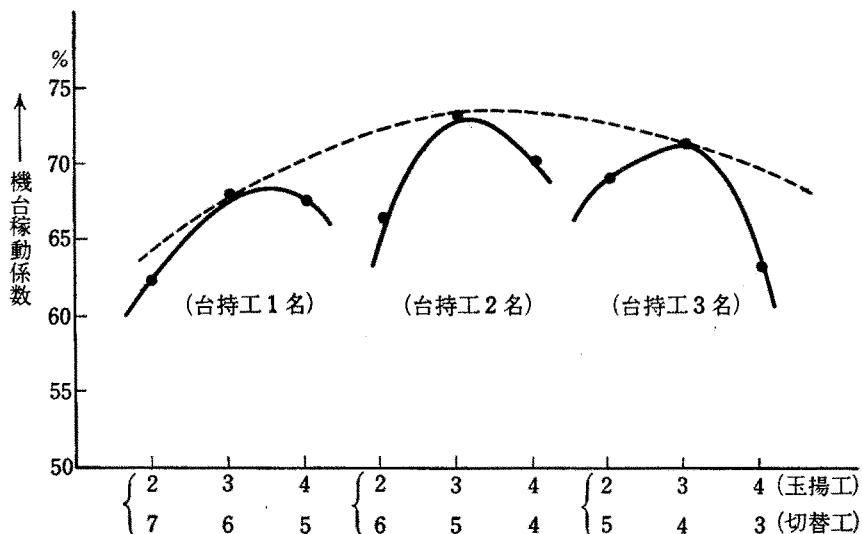
$$\frac{x_1}{p} = \frac{x_2}{q} = \frac{x_3}{r} = \frac{k_1 k_2 k_3 x_1^p x_2^q x_3^r}{K}$$

となり、各作業員を  $p, q, r$  の比率で配置すればよい。今の場合、 $p, q, r$  は夫々 0.091, 0.123, 0.175 と与えられ、 $z = 10$  より  $x_1, x_2, x_3$ (整数値)を求めれば

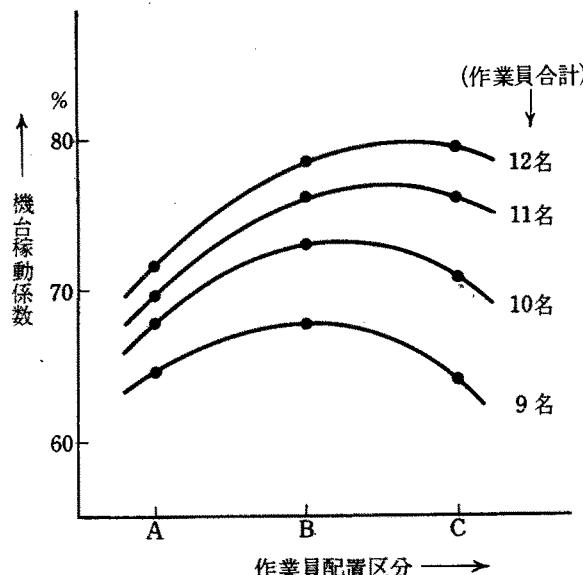
$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5$$

が最適配置となる。

上記計算は各単独作業を行なうとして求めたものであるが、組作業が機台稼動係数の立場から



第7図 作業員配置と総合機台稼動係数の関係



A, B, C はそれぞれ台持工を 1, 2, 3 名とした場合の玉揚工, 切替工の配置を稼動係数最大とした場合の数値を示す。

第8図 作業員合計数を変化した場合の機台稼動係数の変化

は有利であるから、当然与えられた人員はすべて組として作業に当る事とする。

Fine Roving の場合、作業員数及び台数が少數である為、上記理論計算によらなくとも、各組合せに於ける機台稼動係数の算出は可能であり、直接計算の結果は第7図の如くである。

総作業員数 ( $z$ ) の増減と機台稼動係数の関係も簡単に算出可能であり、第8図の如くであって、増員による機台稼動係数の向上は期待した程大きくなく、せいぜい 2~3% であるが、一方減員による低下は 4~5% となり増員の場合の変化よりやや大きい。