# 線路上への落石および その防護についての確率論的考察

阿　部　俊　一*

## 1.　考察の概要と目的

自然現象によって，岩石が線路上に転落し，危険な列車事故の原因となることは，特に，飯田線や土讃線においてよく知られている．たとえば昭和23～32年度の10年間に，落石による国鉄の列車脱線事故は合計34件起っており，この中には，多数の犠牲者を出した30年1月の飯田線の重大事故が含まれている．

この種の事故防止には普通，落石防止林，金網，柵，擁壁，落石覆などが造られており，特に危険な箇所には警備員が配置されている．

ここでは，実際の現象を抽象化したいくつかの仮定にしたがって「落石現象の確率モデル」を構成し，それによってある高さから落石が起った場合，落下点（線路または金網，柵，擁壁などの防護施設上）における落石の総重量と総運動エネルギーの期待値および分散を算出し，またある区間の過去の落石データを極値分布論によって解析し，たとえば10年に1回起ると期待される最大落石の大きさを推定する．最後に落石が転落の途中で跳躍する場合の最大跳躍高さを力学的に計算する．

これによって，現状の大勢のように落石被害を築造物によって防止しようとする際，それらの大きさ・強度の決定や，経済的にして有効安全な配置法についての示唆を得ようとする．

## 2.　落石データの実例

この問題を考える前提として与えられる限りのデータは次のようなものである．ここには飯田線平岡駅附近で昭和28年の初めに起ったものについての記録を第1表に例示する．

この表のたとえば No. 3 は28年1月12日に豊橋起点 107 キロ 900 メートルの地点に，6メートルの高さから，216～392リットルの大きさで，合計5個の落石があったことを示している．28年全体では，上の 300 メートルの区間（107 キロ 700～108 キロ）に97 件，合計 182 個の落石が起っており，この中，最大のものは 576 リットルであり，この他，64～216 リットルのものが少くとも12個，216～512 リットルのものが少くとも9個含まれている．

このようなデーターから，落下点における総落石重量や総運動エネルギーを求めようとすると

* 国鉄技術研究所計画管理研究室．昭和33年11月17日講演，昭和34年8月15日受理

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

| No. | 年 | 月 日 | 場 所 キロ | 場 所 メートル | 個 数 | 高 さ (メートル) | 大きさ (リットル) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 28 | 1/ 3 | 107 | 830 | 1 | ? | 27 |
| 2 | 〃 | 〃 | 〃 | 850 | 3 | 10 | 0.5, 0.6 |
| 3 | 〃 | 1/12 | 〃 | 900 | 5 | 6 | 216～392 |
| 4 | 〃 | 〃 | 〃 | 820 | 3 | 10 | 27～ 50 |
| 5 | 〃 | 〃 | 〃 | 830 | 2 | ? | 12 |
| 6 | 〃 | 1/24 | 〃 | 900 | 2 | ? | 6 |
| 7 | 〃 | 1/25 | 〃 | 850 | 4 | ? | 8～ 80 |
| 8 | 〃 | 〃 | 〃 | 〃 | 4 | ? | 5 |
| 9 | 〃 | 〃 | 〃 | 700 | 2 | ? | 6 |

き，われわれは次の諸点に疑問を感じる．たとえば上の表の No. 3 について，

(1) 5個の石全部が高さ6メートルのところから転落したものであるかどうか．また5個の中どれか1個が先に転落しはじめたとすると，その1個はどれであろうか．またあとの4個はどれがどの位置から転落したものであろうか．

(2) 落下の高さに不明なものが多く，また1つ1つの落石の大きさや高さについての記録がないが，これをどうして cover するか．

(3) 個数は正確であろうが，落下の高さや石の大きさの記録には誤差が入ってはいないだろうか．

以上3点の中，(3)は改良調査できるとしても，(1)と(2)は現象の性質上如何ともしがたい．そこで，以上のことを考慮しながら，次に述べるような仮定をおいて，問題を追求することにした．

## 3. 確率モデル（仮定）

(1) 傾角 $\theta$，高さ $H$，斜長 $L$ の斜面に落石の原因となる「浮き石」が重量的に random に分布しているとする．

(2) 簡単のため，浮き石の単位重量を想定し，すべての落石（または浮き石）の重量はこの単位の整数倍とする，（註：余り小さな石は落石としてとり上げる必要がないので，この単位は実際的な考慮から適当に定められる．この仮定は落石重量を4捨5入することを意味している．以下の議論はこの単位のとり方とは無関係である．）

(3) ある高さから1単位重量（以下これを 1kg と略記する）以上の石が落下をはじめると，この最初の落石（以下これを初期落石という）は場合によっては，落下の途中，連鎖反応的に浮き石との衝突を起し，落石重量が増加する．（註：浮き石の分布密度が小さく，連鎖反応を殆んど起さない場合を含めて扱われる．）

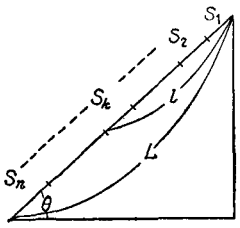
(4) 浮き石は他の 1kg 以上の落石の衝突によって，必ず転落するものとする．（註：したがってこれを浮き石の定義と考えてもよい．この定義は必ずしも実際的ではないが，ある石が浮き石がどうかの判定は落石の危険を大きく見込むようにする．）

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

(5) 転落する $k$ kg の石1個は独立に転落する 1 kg の石 $k$ 個と同等とする．(註：これは運動エネルギーが質量に比例すること，および大きい落石程連鎖反応を起す力が大きいことに対応する.)

## 4. 落石重量の期待値と分散

図のように斜面 $S$ を等間隔の $n$ 個の section に分割し，これを上から順に $S_1$, $\cdots$, $S_k$, $\cdots$, $S_n$ とおく．また $S$ 内の浮き石の総重量を $N$ kg とすれば，任意の $S_k$ 内の微少面積 $\Delta S$ 内に $i$ kg の浮き石が存在する確率は，仮定により $\binom{N}{i}p^iq^{N-i}$ (ここに $p=\Delta S/S$, $q=1-p$) である．さて今 1 kg の落石が $S_1$ の下端から $S_2$ 内に突入したとすると，この初期落石の $S_2$ における通過面積を$\Delta S$と考えれば，$\Delta S$ 内に存在する浮き石はあらたに落石となって，初期落石と共に $S_3$ に突入し，各々 $S_3$ 内で，さらに連鎖反応的に落石を誘発する．このとき，分割の数 $n$ を十分大きくとり，$S_i$ 内で誘発された落石が同じ $S_i$ 内でさらに連鎖反応的に落石を誘発することは無視できるようにする．かくして，一般には，$S_i$ の下端から $S_{i+1}$ に突入する落石重量を $X_i^{(1)}$ とおくと，$X_i^{(1)}$ $(i=2, \cdots, n,\ X_1^{(1)}=1)$ は確率変数であり，明らかに




第 1 図

$$P(X_2^{(1)}=i+1)=\binom{N}{i}p^iq^{N-i} \tag{4. 1}$$

また，$X_2^{(1)}$ の期待値を $\mu$, 分散を $\sigma^2$ とおくと，

$$\mu=E(X_2^{(1)})=\sum_{i=0}^{N-1}(i+1)\binom{N}{i}p^iq^{N-i}\cong 1+Np \qquad (N\text{は十分大}) \tag{4. 2}$$

$$\sigma^2=E[\{X_2^{(1)}-E(X_2^{(1)})\}^2]\cong Npq\cong Np. \tag{4. 3}$$

一般に，$X_k^{(1)}$ の期待値および分散は (4.1) についてのモーメント母函数を使って

$$E(X_k^{(1)})=\mu^{k-1} \qquad (2\leqq k\leqq n) \tag{4. 4}$$

$$E[\{X_k^{(1)}-E(X_k^{(1)})\}^2]=\frac{\mu^{k-2}(\mu^{k-1}-1)}{\mu-1}\sigma^2=\mu^{k-2}(\mu^{k-1}-1) \tag{4. 5}$$

[(4.2), (4.3) より

同様な方法で，$i>j\geqq 2$ に対して $X_i^{(1)}$ と $X_j^{(1)}$ の共分散

$$Cov.(X_i^{(1)},\ X_j^{(1)})=E(X_i^{(1)}X_j^{(1)})-E(X_i^{(1)})E(X_j^{(1)})=\mu^{i-2}(\mu^{j-1}-1) \tag{4. 6}$$

が得られる[1].

さて，1 kg の初期落石が $S_1$ から $S_n$ の下端まで落下する時の通過面積内にある浮き石の重量の期待値を $\beta$ とすると，$p_1=n\Delta S/S=np$ より，明らかに

$$\beta=Np_1=n\cdot Np \quad \text{すなわち} \quad Np=\beta/n \tag{4. 7}$$

である．(4.7) を (4.2) に代入して

1) W. Feller : An Introduction to Probability Theory and its Applications, 旧版, 第11章 第6節参照.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

$$\mu=1+\frac{\beta}{n} \tag{4. 8}$$

(4.8) を (4.4), (4.5) に代入し，$0<l\leqq L$ に対して

$$\frac{k}{n}\to\frac{l}{L}$$

となるように，$n$, $k\to\infty$ ならしめると，1kg の初期落石が距離 $l$ だけ転落した時の全落石重量 $X(1,\ \beta,\ l)$ の期待値および分散は

$$\mu^{k-1}=\left\{\left(1+\frac{\beta}{n}\right)^{n}\right\}^{\frac{k-1}{n}}\to e^{\beta\frac{l}{L}}$$

より

$$E(X(1,\ \beta,\ l))=e^{\beta\frac{l}{L}}, \tag{4. 9}$$

$$Var(X(1,\ \beta,\ l))=e^{\beta\frac{l}{L}}(e^{\beta\frac{l}{L}}-1), \tag{4.10}$$

また，$l>l'>0$ に対して (4.6) より共分散は

$$Cov,\ (X(1,\ \beta,\ l),\ X(1,\ \beta,\ l'))=e^{\beta\frac{l}{L}}(e^{\beta\frac{l'}{L}}-1). \tag{4.11}$$

以上はいずれも初期落石の重量が 1kg の場合であるが，それがもし $i$kg であれば，仮定(5)から (4.9), (4.10) に対応して

$$E(X(i,\beta,l))=ie^{\beta\frac{l}{L}}$$

$$Var,\ (X(i,\beta,l))=ie^{\beta\frac{l}{L}}(e^{\beta\frac{l}{L}}-1)$$

が得られる．

浮き石の分布密度が非常に小さく，落石が殆んど連鎖反応を起さない場合には，以上の各式で $\beta=0$ とおけばよい．

## 5. 落石運動エネルギーの期待値と分散

落石が斜面に沿って転落する時の加速度を $g'$ とすると，$g'$ は斜面の状態と傾角 $\theta$ によって定る定数であると考えられる．

ここでも，初期落石を 1kg とし，それが距離 $l$ だけ転落したときの運動エネルギー $Y(1,\ \beta,\ l)$ の期待値と分散を求めよう．このため，$0=x_0<x_1<\cdots<x_m=l$ なる分点 $x_k(=0,\ \cdots,\ m)$ をとり，区間 $(x_k,\ x_{k+1})$ であらたに誘発された落石の重量は，前の記号で表わすと，$X(1,\ \beta,\ x_{k+1})-X(1,\ \beta,\ x_k)$ であるから，これが $l=x_m$ までの距離 $(l-x_{k+1})$ を転落するときに得る運動エネルギーは近似的に

$$g'\cdot(l-x_{k+1})\{X(1,\ \beta,\ x_{k+1})-X(1,\ \beta,\ x_k)\}$$

で与えられる．全体ではこの和をとり，その期待値を求め，$\max\ (x_{k+1}-x_k)\to 0$ なるように $m\to\infty$ ならしめればよい．このとき，(4.9) を使うと，結局，求める期待値は

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$E(Y(1,\ \beta,\ l))=g'\left\{l+\int_0^l (l-x)\frac{d}{dx}e^{\beta\frac{l}{L}}\cdot dx\right\}$$

$$=g'\int_0^l e^{\beta\frac{x}{L}}dx=\frac{g'L}{\beta}\left(e^{\frac{\beta l}{L}}-1\right). \qquad (5.\ 1)$$

同様に運動エネルギー $Y(1,\ \beta,\ l)$ の分散を求めるために

$$Z(x)=X(1,\ \beta,\ x)-E(X(1,\ \beta,x))$$

とおくと，$Z(0)=0$ であり，また当然

$$E\{Z(x)Z(y)\}=Cov.\ (X(1,\ \beta,\ x),\ X(1,\ \beta,\ y)) \qquad (5.\ 2)$$

である．この記号によって総運動エネルギーの分散を近似する式は

$$g'^2E[\{\sum_{k=1}^{m}(Z(x_k)-Z(x_{k-1}))\ (l-x_{k-1})\}^2]$$

$$=g'^2E[\{\sum_{k=1}^{m}Z(x_k)\cdot(x_k-x_{k-1})\}^2]$$

$$=g'^2\sum_j\sum_k E\{Z(x_j)\cdot Z(x_k)\}\ (x_j-x_{j-1})\ (x_k-x_{k-1}),$$

ここで (5.2) と (4.11) を使い，$m\to\infty$ とすると，結局

$$V_{ar}\ (Y(1,\ \beta,\ l))=2g'^2\int_0^l e^{\beta\frac{x}{L}}\int_0^x (e^{\beta\frac{y}{L}}-1)\,dydx$$

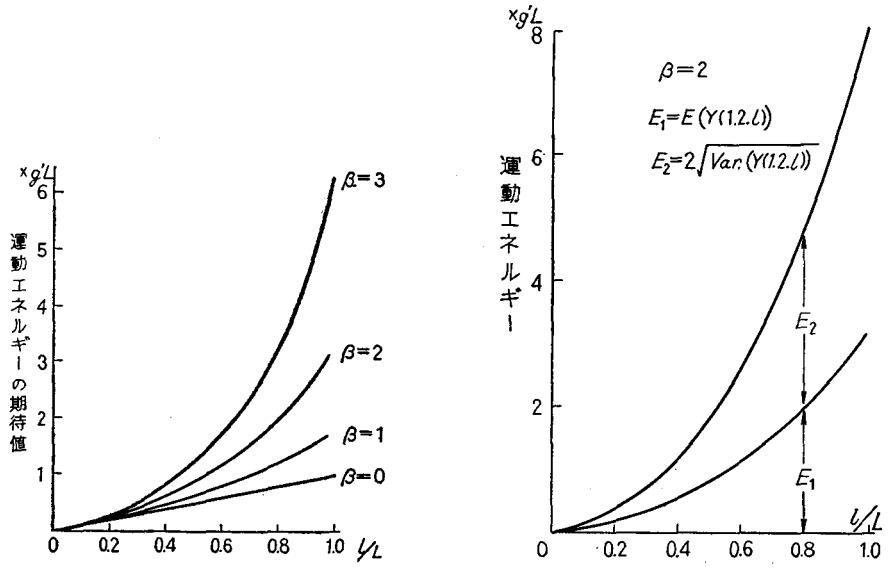
$$=\left(\frac{g'L}{\beta}\right)^2\left(e^{\beta\frac{2l}{L}}-\beta\frac{2l}{L}e^{\beta\frac{l}{L}}-1\right) \qquad (5.\ 3)$$

次に初期落石が $i$ kg であれば，(5.1)，(5.3) に対応して

$$E(Y(i,\ \beta,\ l))=i\cdot\frac{g'L}{\beta}\left(e^{\frac{\beta l}{L}}-1\right)=iE(Y(1,\ \beta,\ l)) \qquad (5.\ 4)$$

$$Var\ (Y(i,\ \beta,\ l))=i\,Var\ (Y(1,\ \beta,\ l)) \qquad (5.\ 5)$$

が得られる．(5.1)，(5.3) を図示すれば，第2図を得る．




第 2 図

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

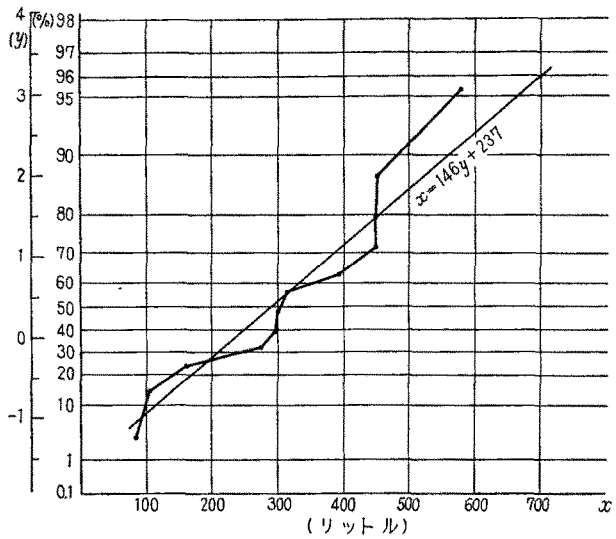
## 6. 最大初期落石の推定

4. と 5. で一般に初期条件として $i$ kgの石が転落しはじめ，距離 $l$ だけ転落した時の落石の全重量および全運動エネルギーの期待値と分散を求めたが，この解析の結果を防護施設建設の参考に供するためには，この初期落石 $i$ として，最大どれ位までを考えるべきかが問題となる．この時，2. で述べたように，1つ1つの落石の重量の分布は与えられたデータからは分らないが，幸いなことに，1回に転落した数個の落石の中の最大なものについては記録があるので，この石に着目する．

先ず，2. で述べた区間における最近6年間の落石データを6カ月ごとの 12 個のグループに分け，各々から最大落石を選び出して，これを大きさの順に並べると

86, 105, 160, 273, 294, 300, 315, 392,
448, 448, 450, 576 (リットル単位)

となる．これは極値の性質を持つデータであるから，極値確率紙にプロットすると，第3図が得られる[2]．標本の大きさが僅か12であり，体積の測定値自身にもある程度の誤差があることを考えれば，この適合はかなりよいと考えられる．そこで，これらのデータから極値分布 $F(x)=\exp(-e^{-\alpha(x-u)})$ のパラメータとを推定する．このように標本の大きさが小さい時，特に $2\leqq n\leqq 6$ の時は，最良線型不偏推定法が見出されていて[3] $n=12$ の場合にも利用できるようになっているが，$n$ が小さい時，上と殆んど同じ効率を持つ次の方法[4]




第 3 図　半年最大落石の分布

2) sample size が小さいので，大きい方から $i$ 番目の順序統計量 $x_i$ を plot する縦軸の位置は，$y_i=\alpha(x_i-u)$ として $E(y_i)$ によつた。

3) J. Lieblein の論文，Jl of Research, N. B. S., 57, (1956). pp. 288～302.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$\frac{1}{\hat{\alpha}}=(\bar{x}-x_n)/(C-\bar{y}_n) \qquad \hat{n}=(Cx_n-\bar{x}\bar{y}_n)/(C-\bar{y}_n)$$

を使用しよう．但しここに $C$ は Euler の定数，$x$ は標本平均，$x_n$ は標本値の中の最小のもの，$\bar{y}_n$ は $y_n=\alpha(x_n-u)$ とおいた時の $E(y_n)$ を示す．今の場合，$n=12$, $\bar{x}=321$, $x_n=86$, $\bar{y}_n\fallingdotseq -1.06$, $C\fallingdotseq 0.577$ であるから

$$\frac{1}{\hat{\alpha}}=146, \qquad v=237,$$

したがって $x=146y+237$ が適合直線として得られる．これからたとえば10年に1回起るものと期待される大落石の大きさは $y_1=3.57$ に対応する $x=748$（リットル）であることがわかる．ここで$y_1=3.57$ とは分布 $[\exp(-e^{-y})]^{20}$ をもつ $y$ の期待値であり，10年間の最大値は半年最大値20個の中の最大値になることによる．同様にして，10年間における各半年最大値の中の2番目の最大値の期待値は $y_2=2.55$ に対応する $x=609$（リットル）である．

このようにして，データを基にして計算される最大落石が，必ずしも，初期最大落石ではないことは明らかであるが，それは初期落石となる可能性をもつもので，それを初期最大落石とみなせば，処置を安全側にとることになるので，実用上の不都合は生じない．

## 7. 落石の最大跳躍高さ

落石を柵や擁壁で防止する際，それらの高さをどれ位にすべきかを定めるためにこの問題をとり上げる．

傾角 $\theta$ の斜面上を球状の落石が転落し，斜面上に任意の角をなして存在する平面石と衝突し，場合によっては落石の跳躍がおこるものとする．このとき，落石の斜面上の運動の加速度を $g'$，重力の加速度を $g$，岩石の反撥係数を $e$，落石の転落距離を $l$ とすると，可能な最大跳躍高さ $y_{max}$（鉛直方向）は

$$y_{max}=\frac{g'}{g}l\left(\frac{1+e}{2\cos\theta}\right)^2 \tag{7. 1}$$

と計算される．したがって全巾 $L$ の斜面の下端では，最大跳躍高さは

$$\frac{g'}{g}L\left(\frac{1+e}{2\cos\theta}\right)^2 \tag{7. 2}$$

を越えることはない．何故なら $l\leqq L$ で跳躍が起るからである．また斜面の下端で落石の跳躍が

$$\frac{g'L(1+e)^2}{2[2g\cos^2\theta+(1-e^2)g'\cos\theta+(1+e^2)g'\sin\theta]} \tag{7. 3}$$

となる場合があることが示されるので，柵は少くともこの高さは必要である．

たとえば，$\theta=45°$, $g'=g/5$, $L=30\text{m}$, $e=0.2$ とすれば，(7.2) は 4.2m, (7.3) は3.3m となる．したがって 4.2m の柵が安全である．

必要な柵の高さを正確に求めることは理論上は可能であるが計算が面倒になるようである．

---

4) この方法は $n$ が大きくなると Lieblein の方法に劣る．しかし同様な方針による処理法は truncated adta に対して非常に効率がよくなることを見出した．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

## 8. このモデルによる結果についての考察

3.のモデルについて，4.と 5. で得られた結果について考察する．

(i) **$\beta$ の推定** (4.9) によれば初期落石の重量は1kg であるが，距離 $l$ だけ転落した後に全重量の期待値は初期落石の $e^{\beta\frac{l}{L}}$ 倍となる．斜面上で初期落石の発生する位置は random である筈だからさらにこれを $l$ について平均すると，

$$\frac{1}{L}\int_0^L e^{\beta\frac{l}{L}}\,dl=\frac{1}{\beta}(e^{\beta}-1),$$

これは斜面の下端では落石の総重量は平均して初期落石重量の $(e^{\beta}-1)/\beta$ 倍になることを示す．

ここで $\beta$ は，実用上は，実在の斜面上での実測によってきめることができるであろうが，2. であげた飯田線の例では，1回の落石で平均約3個の石が転落していることから，大まかに

$$\frac{1}{\beta}(e^{\beta}-1)=3$$

とおくことによって，$\beta$ の大体の値を知ることができる．実際今，考えている期間内での落石の回数を $n$，この中，$i$ kg の初期落石の度数を $n_i$ とすれば，$n=\sum n_i$，また同じ期間内の全落石個数を $n'$，この中 $i$ kg の落石の個数を $n_i'$ とすれば $n'=\sum n_i'$，従ってこの期間内での全落石重量は $\sum i\cdot n_i'$ であり，この期待値は初期落石からの期待値として $\sum i\cdot n_i(e^{\beta}-1)/\beta$ とも計算される．この両者を等しいとおいて，

$$\sum i\cdot n_i(e^{\beta}-1)/\beta=\sum i\cdot n'_i,\quad \text{すなわち}\quad \frac{n}{\beta}(e^{\beta}-1)\sum i\frac{n_i}{n}=n'\sum i\frac{n_i'}{n'},$$

ここでさらに初期落石の平均重量 $\sum i\cdot n_i/n$ と全落石の平均重量 $\sum i\cdot n_i'/n'$ が等しいとおけば結局

$$\frac{1}{\beta}(e^{\beta}-1)=\frac{n'}{n}\quad \text{となり，いまの場合}\ n'/n\fallingdotseq 3\ \text{となるのである．}$$

(ii) **(5.4)，(5.5)について** これも初期落石の転落距離 $l$ の指数函数に関係している．$l$ が大きくなると，それらの値は急激に増加する．初期落石 $i$ が十分大きければ，運動エネルギー $Y(i,\beta,l)$ は，平均 $iE(Y(1,\beta,l))$，分散 $iVar(Y(1,\beta,l))$ の正規分布に従うものとみてよいことは仮定 2.(5) からわかる．したがって，落石止の柵をある運動エネルギー $E_0$ までは耐え得るように設計したとすれば，この柵が上の運動エネルギーに耐え得る確率は標準正規分布によって $\Phi(z)$ と表わされる．但し $z$ は

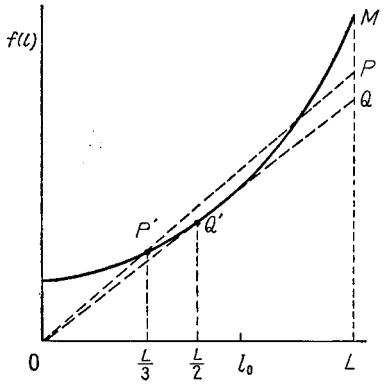
$$z=\frac{E_0-iE(Y(1,\beta,l))}{\sqrt{i\cdot Var(Y(1,\beta,l))}}$$

であり，$i$ は十分大とする．これはある1回の落石に対する柵の安全度であって，$i$ と $l$ に依存する．したがって，一定期間内の安全度は，その期間内の各回の落石についての上のような $\Phi(z)$ の積である．今 6. で推定した10年間の最大初期落石（その分布は $[\exp(-e^{-y})]^{20}$，$y=\alpha(x-u)$）に対して，柵が1に近い確率 $\Phi_0$ で耐え得るように $E_0$ が定められたとすると，それ以下の落石に対する $\Phi(z)$ は非常に1に近くなり，この期間内での柵の安全度は殆んど最大初期落石の場合の

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$\Phi_0$によって定ってしまう．但し，単位重量を岩石1リットルの重量にとってよいものとする．このように柵の安全度を実際的に考えるには単位重量のとり方が問題である．この単位のとり方によって，初期落石に対する分散の大きさが変化するからである．柵の安全度は大きな初期落石によって左右されるので，その時の実状にそうように，この単位をとらねばならない．

(iii) **柵の配置**　第2図のカーブをみると，斜面の下端に1個だけ大きい柵を作るよりも，小さい柵を2段3段に設ける方が有利ではなかろうかということが考えられる．今，柵の建設費がある固定費と，第2図から暗示されるように，設計上想定される運動エネルギーに関係する費用との和として，第4図のように単調増加で下に凸な $l$ の函数 $f(l)$ (2階微分可能とし，$f''(l)>0$) になっているものとする．この時斜面の下端に1箇所だけ柵を作る費用は $f(L)$ であり，図の $LM$ で表わされる．次に柵を斜面の下端と，下端から距離 $l$ の所とに2段に作るとすれば，その費用は $Q(l)=f(l)+f(L-l)$ である．これを極小化するために $Q'(l)=f'(l)-f'(L-l)=0$とおけば $l=L/2$ が根となる．これがこの場合の唯1つの根で費用を極小にすることは $Q''(l)=f''(l)+f''(L-l)$ が仮定によって常に＞0となることからわかる．即ち，第2段目の柵は $L$ を2等分する位置に作ればよい．この時の費用は図では $QL$ であらわされる．さらに柵を3段にする場合は，$L$ を3等分する位置が最小費用を与えることも容易に証明できる．その時の費用は図の $PL$ である．今の場合，柵の数をこれ以上多くしても費用はより大きくなるばかりである．従ってこの図の場合は，斜面を2等分する位置に柵を2段に作るのが最も経済的である．一般には，原点0から与えられた性質をもつ曲線に接線を引き，接点の $l$ 座標 $l_0$ が任意の正の整数 $n$ に対して，$l_0=L/n$ であれば，斜面を $n$ 等分する位置に $n$ 段に柵を作ればよい．またもし $L/(n+1)<l_0<L/n$ なる関係にあれば，$n=2$ の場合の $PL$, $QL$ に相当するような2つの量 $(n+1)f(L/n+1)$ と $nf(L/n)$ とを比較して小さい方をとり，斜面を等分する数が定められる．



第 4 図

## 9. 結　　び

上の考察は，大部分，理想化されたモデルに基くものである．従って，その結果は，さらに複雑多岐な個々の具体的実例を処置するための1つの方向と可能性とを示唆するに過ぎない．実際例については，現場の特殊性を十分調査研究すべきことはいうまでもない．

唯1個の落石が場合によって多数の人命を奪う可能性があるので，モデルや解析の途中入ってくる常数は現実をできるだけ忠実に写すものであることが必要であるが，その決定に尚ある巾がある場合には，結果を安全側に導く決定をしなければならない．しかし，他方調査と解析の繁雑さを回避して，唯徒らに安全測に逃げ込むことに対しても警戒しなければならない．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．