貨車輸送の一問題

森　村　英　典*

はしがき

貨車を列車に仕立てて輸送する際，その仕分け，集結をするために必要となる操車場をどこに配置すればよいかという問題は，操車場配置論とよばれているが，いまのところ満足すべき解答は与えられていないようである．この問題を本質的に解くためには，操車場で消費される貨車中継時間が，十分満足される精度で評価されなければならないが，これが集結方法の如何によって，どのように変化するかということが，まだ十分に把握されていないためであろう．一方，もしそれができ，操車場間を直行する列車の総滞留時間が評価され，それを用いて，最適な操車場の位置が定められたとしても，局所的な制約の問題，つまりこのようにして定められた操車場の間隔は果して区間列車の運行限度以内かという問題もからんでくる．そういった意味で，経済的または運用上の観点から見て，区間列車はどの程度運行可能か，という問題を取扱っておく必要があると思われる．この小文は，それに対する1つのモデルを与えることを目的とする．ある時期，ある箇所での貨車の流動状況を示す資料に基いて，1つの数値的分析例を述べるが，これはむしろ，モデル構成上の知識を与えるためのものであって，実際に用いて，効果があったという報告ではなく，単に，実際に用いられ得ると思われるモデルを構成したという報告である．なお，この小文の大部分は，国鉄から日本鉄道技術協会に委託された研究の一環として行われ，数値解析の部分については特に詳しく，同協会の報告書中[1]に述べられているが，ここではその報告書ではあまり触れなかったモデル構成の考え方を中心に述べることとする．

1.　区間列車の運行

操車場または組立駅以外の駅(中間駅とよぶ)に着く貨車は，原則として，最寄りの組立駅までは直通列車によって輸送され，その組立駅から，区間列車に組立てられて送られる．中間駅についた区間列車は，その駅着の貨車を切離し，その駅発の貨車（発生車とよぶ）を連結して出発する．その際，連結作業は1回で行えるものとする．現実の操車では，解放作業の手間を省く目的で，連結時に時間的余裕がある場合には，連結作業を何回も行って各駅行の貨車が一まとめになるように，発生車を列車内に適当に組込むという作業を行う場合もあるそうであるが，これは裏返せばここで述べようとするモデルと全く同じであって，解放と連結という言葉を単に入れ換え

* 東京工業大学，昭和34年4月26日講演，昭和34年8月5日受理

たに過ぎないし，区間全体での操車回数という立場からは全然差異を生じないので，ここでの議論では，連結作業はすべての各駅において1回ずつということに統一する．さて，到着貨車を切離すとき，それが列車内に一まとめにはいっていれば，解放作業は一度ですむけれども，何個所かに点在していれば，その点在個所数だけ，解放作業を繰返さなければならない．それで，この解放作業回数は，解放作業のはんざつを示す測度と考えられる．もし，ある駅では，本線列車の通過等の関係から，何回以上の解放作業は著しく困難であるとか，あるいは，費用がいくらになるから損だとか，そういった制限値が見出されるならば，この方向から区間列車の運行許容限界が割出されるであろう．

いま，ある中間駅についた列車のうち，全く駅順整理を施されず，何駅行もごちゃごちゃにはいっていると考えられる部分の貨車数（その部分の列車長）を l としよう．この中に，その駅着の貨車が α 両あるとするならば，この α 両が l 両の中で作るかたまりの数は，特定の種類のものの α 個が，総数 l 個の中で作る連の数に他ならない．常識的に考えて，その際，連の理論の基本的仮定であるところの一様性を疑うような材料は何もない．われわれは，現実の操車に際しても，果してこの仮定が満足されているか否かを，調査検討する必要があるとは思っているけれども，費用，時間等の点から，この検討は未だ行っていない．けれども，直観的には全く無理のない仮定だと考えられるので，無理にその検討をしなくとも，これから誘導する諸式の結果やそれから導かれる他の量を検討するなどして間接的に検討することで，多分間に合うことだとも思われる．

さて，総数 l 個のうちに，ある特定の種類のものが α 個あって作る連の数の分布は，A. Mood[2] によって求められている．特に，その平均値は

$$\frac{\alpha(l-\alpha+1)}{l} \tag{1}$$

で与えられる．この l や α は，ある日のある列車について定る量であって，確率変数と考えられるから，いま問題にしようとする解放回数の期待値はこの α と l について更に平均をとって

$$E\left\{\frac{\alpha(l-\alpha+1)}{l}\right\} \tag{2}$$

となるわけである．

2. 期待解放回数の評価式（D式）

前節の方法に基いて，期待解放回数に対する1つの評価式が得られる．この場合，区間列車の組立て方については，次の3つのモデルを考えることとする．

(1) 組立駅でも，中間駅でも，駅順組成は一切しない（第1法とよぶ）．これは，連結回数は各駅で高々1回，とするわれわれの仮定の下では，upper limit を与えるものと考えられる．

(2) 組立駅では駅順組成を行い，中間駅では，(列車全部の駅順組成をし直すということはしないが）発生車については，同一行先の貨車はすべて1個所にまとめられているとする（第2

法とよぶ).これは，われわれの仮定の下での lower limit を与えるものと考えられる.

(3) 組立駅では駅順整理を行うが，中間駅では発生車もごちゃごちゃのままとする（第3法とよぶ).これは，現行の輸送方式をモデル化したもので，前2者の中間に位すると考えられる.

以下，上記の3つの場合について，1列車当りのある駅の解放回数 C の期待値と分散とを評価しよう．なお今後組立駅を 0 駅，以下順次中間駅を 1, 2, ··· 駅と称し最後の N 駅は次位組立駅を意味するものとする．また各文字右下の添字は今の意味での駅番号を示すものである.

(1) **第1法の場合**

L_j： j 駅到着時の列車長.

ただし，輸送力列車につなぐべき貨車を，けん引定数の関係で，区間列車に臨時につないだ，というような場合は，その分の貨車数を除く.

α_j： j 駅解放貨車数.

とおけば，L_j, α_j は (1) の l, α に相当することは明らかである．したがって (2)，または L_j と α_j とが独立であることを仮定して (2) から容易に導かれる次の (3) 式によって，評価される.

$$E(C_j)=E(\alpha_j)\left\{1+E\left(\frac{1}{L_j}\right)\right\}-E(\alpha_j^2)E\left(\frac{1}{L_j}\right) \tag{3}$$

L_j と α_j との独立性は，常識的には概ね予想されることであるが，実際例（僅か10例程であるが）によっても大体確められている．また，分散についても Mood の式を用いれば，

$$Var(C_j)=E\left\{\frac{\alpha_j(\alpha_j-1)(l_j-\alpha_j+1)(l_j-\alpha_j)}{L_j^2(L_j-1)}\right\} \tag{4}$$

と評価される．L_j と α_j との独立性を仮定してこの式を変形することもできるが，極めて複雑な式になるし，後に触れるように，漸近的性質を用いる方が有用とも考えられるので，ここでは，これ以上の変形は行わない.

(2) **第2法の場合**

v_{ij}： 各列車に i 駅で連結した貨車中，j 駅行が1両もない確率

とする．もちろん発生車が全くないような駅では，すべての j に対して $v_{ij}=1$ である．実際の中間駅では $v_{ij}\fallingdotseq 1$ の場合が多い．さて j 駅に到着した列車の構成を見ると，この中には0駅から $j-1$ 駅までの間の各駅から発生した，高々 j 個のかたまりがある．そして，それぞれのかたまりの中で，j 駅行があれば j 駅における解放回数は1だけ増え，なければ増えない．したがって

$$E(C_j)=\sum_{i=0}^{j-1}(1-v_{ij}) \tag{5}$$

となる．同様に，各かたまりの中で j 駅行があるかないかは，1つのベルヌーイ試行であるから，駅相互間の独立性を用いて，

$$Var(C_j)=\sum_{i=0}^{j-1}v_{ij}(1-v_{ij}) \tag{6}$$

となるであろう.

(3) 第3法の場合

l_j ： j 駅到着時における，0 駅以外（中間駅）発の貨車数　（到着時，中間駅発列車長）

β_j： 上記 l_j 内にある j 駅解放貨車数

とおき，前2項を組合わせればよい．すなわち

$$E(C_j)=1-v_{0j}+E\left\{\frac{\beta_j(l_j-\beta_j+1)}{l_j}\right\} \tag{7}$$

$$=1-v_{0j}+E(\beta_j)\left\{1+E\left(\frac{1}{l_j}\right)\right\}-E(\beta_j^2)E\left(\frac{1}{l_j}\right) \tag{8}$$

$$Var\,(C_j)=v_{0j}(1-v_{0j})+E\left\{\frac{\beta_j(\beta_j-1)\,(l_j-\beta_j+1)\,(l_j-\beta_j)}{l_j^2\,(l_j-1)}\right\} \tag{9}$$

が得られる．ここで，(8)式は β_j と l_j との間の独立性が仮定された場合であるが，現実には，β_j などが 0 のことも多く，資料不足というような意味からも，独立性を云々することが困難であるのに反し，l_j, β_j の値の小さいときには，$E\{\cdots\}$ のかっこの中の値は，付表に示されるから，それを用いて(7)式による計算をすることの方が，より簡単であろう．

以上述べた推定方式は，1 列車 1 列車に注目するもので，実際の資料を適用する場合には，$E(\alpha_j)$，$E(\beta_j^2)$，$E\left(\frac{1}{L_j}\right)$，$v_{ij}$ 等の値としては，各列車毎に算定した数値の算術平均等を推定値として用いるわけである．そのためには，各区間列車の細かい運行方法を知っている必要がある．たとえば，769 列車は，金谷，菊川，袋井の3駅には停車せず，一方 795 列車は，用宗，焼津，藤枝，島田の各駅を通過する（いわゆる半ローカル的性格）というようなことがわからなければならない．このことを裏返していうと，いま全く白紙の状態で，静岡一浜松間に区間列車を何本運転するかを考えようというような場合，どういう列車を運行するかということを，相当細かい点にまで立入って仮定しないと，以上の方式（便宜上D方式とよぶ）による評価はできないということであって，操車場配置論の立場からみると，甚だ不便である．しかも，D方式による数値計算は相当厄介である．この2つの難点を救うために，次の近似法が考えられた．

3. 期待解放回数の簡略評価式（A式）

前節では，1列車1列車に注目して，その中での車の数の平均値等を求めた．しかし，旬間または月間にわたっての一様性を仮定すれば，この間の全列車を仮想的に全部並べてしまい，それを適当に区切って，各々の列車にすると考えて，旬間または月間の j 駅における総解放回数C_j^*に注目すれば，前節同様，連の理論が適用できて，しかもその結果は簡単である．前節の場合（たとえば第1法）では，$E(C_j)$ を求めるために，まず l_j, α_j を固定したという条件の下での条件付平均値を (1) 式によって求め，次にその条件について更に平均するというやり方であったが，今度の場合は，l_j, α_j に当る量が，考えている旬間または月間についてただ1つしか定って来ない，換言すれば確率変数ではないのであるから，上のように二重に平均する必要はない．したがって(1)式をそのまま用いて，

$$E(C_j^*)=\frac{\alpha_j(L_j^*-\alpha_j^*+1)}{L_j^*} \tag{10}$$

となる．ここに＊を付したものは，旬間または月間総計を意味する．(10)式を用いる推定方式においては，L_j^*, α_j^* が旬間または月間総計の資料のみから算出でき，しかも列車の細かな運行方式には無関係である．したがって，計算の手間は，各列車番号毎に，(2)式または(3)式を用いて $E(C_j)$ を求め，更にそれを加え合わせて j 駅における1日平均解放作業回数を推定するというD方式に較べれば，はるかに簡単であって，多くの場合計算の手間は数パーセント程度に激減するであろう．しかも資料をとることの難易まで考え合わせれば，その労力の違いは更に甚しくなるであろう．けれども，この方式（便宜上A方式とよぶ）は，時刻変動，曜日変動等による影響を無視している点等に若干粗い評価と見られる点があるし，更にある特定の番号の列車の運行について考察するために，その解放回数を推定するというような目的のためには全く無力である．もし，時刻や曜日によって影響があるとすれば，それは当然一かたまりになろうとする傾向となって現われるであろうから，A方式による評価は，D方式による評価よりも over estimate となることが予想される．しかしながら，A方式による評価が，D方式によるそれと比較して，大差がないならば，旬間総計等を問題にしたり，操車場配置の目的で考えたりする限りにおいては，A方式による方がよいであろう．このことを見るためには，実際の資料に基いて，A方式，D方式の両方で評価した値を比較してみるのが適切であろう．後に示すように，われわれの取扱つた資料に関しては，この両者にあまり差がないと云える．

いま述べたA方式は，第1法および第3法後半部に適用すべき評価式であって，第2法および第3法前半部に適用するためには，また異った評価式が与えられる必要があろう．つまり，D方式のこれらの場合の推定方式は，個々の列車番号に注目したのであるが，個々の列車についての知識を必要としないという点がA方式の特長なのであるから，旬間または月間の資料のみからv_{ij}を推定する方式を与えようというのである．

列車構成の時刻・曜日的変動を無視し，云い換えれば，j 駅における発生車中に含まれる j 駅行貨車数の割合は，時間的に一様であることを仮定し，しかも各列車につながる両数（けん引数，ただし区間列車本来の目的以外の連結貨車数は除く）も同一であるとすれば，v_{ij} は次の式 (11) によって推定されるであろう．この際，発生車の発生のしかたの時間的変動については，何等の仮定もしていないということを注意しておこう．つまり，j 駅発の区間列車が，夕刻頃に固って発車しようと，日曜日に全部運休になろうと，要するに旬間または月間の列車本数が規定本数でありさえすればよいわけである．

$$v_{ij}=\left(1-\frac{b_{ij}}{B_i}\right)^{B_i/n} \tag{11}$$

ここで，

b_{ij} ： i 駅発 j 駅行貨車数（旬間または月間）

B_i : i 駅発貨車数，すなわち $B_i=\sum_{j=1}^{N} b_{ij}$

n : 期間中の総列車本数，

とした．実際の場合には，この時間に関する一様性が少し崩れるであろうから，それに伴って，v_{ij} も若干の変更を要するであろうが，それに対する知識は，個々の線区の具体的な調査によってのみ得られるであろうし，A方式はそういう細い調査を必要としない点に特長があることを思い合わせると，これ以上細かい知識を仮定するモデルは作る必要はないと思われる．ただ，具体的な調査例が積重ねられた上で，かなり広範囲の線区に適用し得るようなものが見つかれば，それに応じて(11)式は時刻変動などを考えた上での評価式に書直されるかもしれない．また(11)式は，B_i がかなり大きいときは，一様性についての仮定もより尤もらしくなるので，割合正確であるが，そうでないときは式の形から云って，誤差が大きくなることが覚悟されるべきであろう．このような理由により，B_i の比較的大きい値は，組立駅のような比較的大きな駅の場合に出てくるであろうから，A方式による評価としては，第3法が（現実の operation のモデルであるという点の他に，評価誤差の見地からも）適切な評価であると云えると思う．

以上述べて来たことを総括して，操車場配置を考えるときには，区間列車の運転許容限界をみるために，その総解放回数をA方式第3法によって評価するのがよく，更に細かい operation をも問題にするときには，D方式で検討しなおすという方法をとるのがよいと云えるであろう．

4. 簡略評価式の近似評価

前節のように，旬間または月間総解放回数 C^* に注目すると，たとえば(10)式において，L_j^* や α_j^* は十分大きく，こういう場合には，Mood にしたがって $e_j=\alpha_j^*/L_j^*$ とおくと，

$$E(C_j^*)\sim\alpha_j^*\left(1-\frac{\alpha_j^*}{L_j^*}\right)=L_j^*e_j(1-e_j) \tag{12}$$

$$Var(C_j^*)\sim\frac{\alpha_j^{*2}}{L_j^*}\left(1-\frac{\alpha_j^*}{L_{j*}}\right)^2=L_j^*e_j^2(1-e_j)^2 \tag{13}$$

となり，更にこのことから，変動係数 $C(C_j^*)$ は，

$$C(C_j^*)=\frac{\sqrt{V_{ar}(C_j^*)}}{E(C_j)}\sim\frac{1}{\sqrt{L_j^*}} \tag{14}$$

となる．(12)，(13)式は，j 駅における解放貨車数の到着貨車数に対する比（解放率とでも名づけられよう）e_j を計算しておけば，後は容易に，解放回数の平均値と分散が求められることを示している．また一般に，L_j^* は第1法に用いるときはもちろん，第3法に用いるときでもかなり大きい数値である．(後の実例では，300～600 位の値をとることが多い)．たとえば $L_j^*=400$ とすると，$C(C_j^*)\sim1/20$となり，C_j^* の極限分布が正規分布であることと考え合わせると，平均値から15%以上離れた数値になることの確率は1%以下であるということを，(14)式は示している．このことは，総解放回数については，平均値のみで話を進めることに，十分根拠があるということを意味する．

5. 若干の数値例と考察

本節では，昭和32年10月11日から20日まで静岡—浜松間下り全列車による，連結・解放車数記録に対して，上記の諸式を適用してみた結果を，簡単に述べることとする．

現行の運転方式そのままに，区間列車（列車番号700番台，小区間列車除く）7本を対象に，用宗—天竜川間10駅における，1日当り総解放回数を，D方式によって計算した結果は，第1表に示す通りである．静岡における駅順組成に要する費用の評価をした上でなければ，確実には云えないけれども，第1法が第3法の2倍以上ということは，静岡における駅順整理の意義があることを示していると思える．

第1表　D式による評価

	第1法	第2法	第3法
総解放回数	125.5	52.1	56.7

第3節で述べたように，A式とD式とを数値的に比較してみると，第2表のようになる．

第2表　A式とD式との比較(第1法による期待解放回数)

	A式	D式	A/D
用宗	5.7	5.5	1.036
焼津	19.8	19.1	1.037
藤枝	11.4	11.1	1.027
島田	10.0	9.5	1.053
金谷	7.7	7.6	1.013
菊川	4.4	4.4	1.000
掛川	49.1	37.6	1.350
袋井	3.7	3.7	1.000
磐田	16.5	15.5	1.065
天竜川	9.2	8.5	1.082

これはA方式を採用することに対する，肯定的な裏付けの一資料と思える．

浜松を中間駅と考え，次位の組立駅は，その次の高塚であると想定したときの，期待解放回数をA方式によって求めた結果が第3表である．第1法の，(a)，(b)，(c)は運行方式についての仮定であって，それぞれ次のようなものとする：

(a) 高塚以遠行（次の組立駅の前まで）も含めて，全部各駅停車の区間列車を用いて，輸送する．

(b) 高塚以遠行は直通列車により，それ以外は，各駅停車による．

(c) 前項において，全部の区間列車を半ローカルとする．その際，一方のクラスのものは用宗，焼津，藤枝，島田，掛川，浜松に停車し，他は通過する．また他方のクラスのものは，島田まで停らず，金谷—浜松間各駅停車とする．

第 3 表　浜松を中間駅としたときの期待解放回数

浜松・中間駅	第 1 法		第 3 法	
	(a)	249.8	6 本	85.5
	(b)	213.4	8 本	98.0
	(c)	201.4	10 本	108.9
浜松・組成駅		156.1		66.7

また，第3法においては，上の(a)運行のみを考え，列車本数を6，8，10と変化させた．第3表の最下段には，浜松を組成駅とする場合の算定値を併せ記してある．これと上の値とを較べてみると，浜松を組成駅とすることに，かなり意味がありそうに思えるであろう．このことを，もっとはっきりいうためには，解放作業に伴う経費又は時間が，各駅毎に評価されているか，それらの upper bound が与えられるかしている必要がある．残念ながら，これらの評価方法はまだ得られていないので，これ以上立入ることは出来ない．

この節で例示した数値も，わずか1例を対象としたものであり，しかも現実との check や費用の評価方法など，当然なされなければならないことも多く残されたままであるが，区間列車の運行を考える際に，必ず大きな因子となるであろう解放回数は，一見相当粗いとみえる簡単な評価式（A方式第3法）によって，その平均値を求めるだけで，大凡の役には立ちそうだとの予想がついた，とは云えるであろう．

列 / 行	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
2	1																					
3	1.333	1																				
4	1.5	1.5	1																			
5	1.6	1.8	1.6	1																		
6	1.667	2.0	2.0	1.667	1																	
7	1.714	2.143	2.28	2.143	1.714	1																
8	1.75	2.25	2.5	2.5	2.25	1.75	1															
9	1.777	2.333	2.667	2.777	2.667	2.333	1.777	1														
10	1.8	2.4	2.8	3.0	3.0	2.8	2.4	1.8	1													
11	1.818	2.453	2.909	3.182	3.273	3.182	2.909	2.455	1.818	1												
12	1.833	2.5	3.0	3.333	3.5	3.5	3.333	3.0	2.5	1.833	1											
13	1.846	2.538	3.077	3.462	3.692	3.769	3.692	3.462	3.077	2.538	1.846	1										
14	1.857	2.571	3.143	3.571	3.857	4.0	4.0	3.857	3.571	3.143	2.571	1.857	1									
15	1.867	2.6	3.2	3.667	4.0	4.2	4.267	4.2	4.0	3.667	3.2	2.6	1.867	1								
16	1.875	2.375	3.25	3.75	4.125	4.375	4.5	4.5	4.375	4.125	3.75	3.25	2.375	1.875	1							
17	1.882	2.647	3.294	3.824	4.235	4.529	4.706	4.765	4.706	4.529	4.235	3.824	3.294	2.647	1.882	1						
18	1.889	2.667	3.333	3.889	4.333	4.667	4.889	5.0	5.0	4.889	4.667	4.333	3.889	3.333	2.667	1.889	1					
19	1.895	2.737	3.368	3.947	4.421	4.769	5.053	5.211	5.263	5.211	5.053	4.789	4.421	3.947	3.368	2.684	1.895	1				
20	1.9	2.7	3.4	4.0	4.5	4.9	5.2	5.4	5.5	5.5	5.4	5.2	4.9	4.5	4.0	3.4	2.7	1.9	1			
21	1.905	2.714	3.429	4.048	4.571	5.0	5.333	5.571	5.714	5.762	5.714	5.571	5.333	5.0	4.571	4.048	3.429	2.714	1.905	1		
22	1.909	2.727	3.455	4.091	4.636	5.091	5.455	5.727	5.909	6.0	6.0	5.909	5.727	5.455	5.091	4.636	4.091	3.455	2.727	1.909	1	
23	1.913	2.739	3.478	4.130	4.696	5.174	5.565	5.870	6.087	6.217	6.261	6.217	6.087	5.87	5.565	5.174	4.696	4.13	3.478	2.739	1.931	1
24	1.917	2.75	3.5	4.167	4.75	5.25	5.667	6.0	6.25	6.417	6.5	6.5	6.417	6.25	6.0	5.667	5.25	4.75	4.167	3.5	2.75	1.917
25	1.92	2.76	3.52	4.2	4.8	5.32	5.76	6.12	6.4	6.6	6.72	6.76	6.72	6.6	6.4	6.12	5.76	5.32	4.8	4.2	3.52	2.76
26	1.923	2.769	3.538	4.231	4.846	5.385	5.846	6.231	6.538	6.769	6.923	7.0	7.0	6.923	6.769	6.538	6.231	5.846	5.385	4.846	4.231	3.538

参　考　文　献

1) ヤード配置その他に関する研究報告書，昭和34年3月，日本鉄道技術協会，第5章 (107～144).

2) A. M. Mood : The distribution theory of runs, *Ann. Math. Stat.*, 11, 367～392 (1940).