警戒網の能力評価の方法について

多　田　和　夫*

は し が き

目標の接近を探知する手段として古くは物見櫓，遠眼鏡，鳴子，歩哨の類より近くはレーダー，スナイパースコープ，ソーナーに至るまでその種類は実に多種多様である．目標探知のための器材およびこれを操作する人員を総称して探知器とよぶ．こゝでは，探知器を配置して作られる警戒網の能力を評価する方法を論じるのが主眼である．考える空間を2次元に限定し探知器は方向性を持たないと仮定してあるが，探知器が方向性を持つ場合，または3次元空間への拡張は容易である．

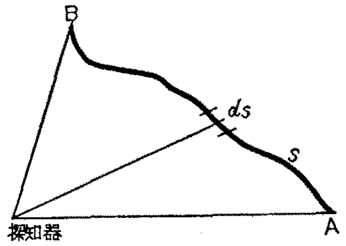
1. 探知器の探知確率

探知器の探知確率を表現する方法は種々あるが，こゝでは探知器の動作特性 $\varphi(r)$ を基礎として探知確率を考えていこう．動作特性 $\varphi(r)$ というのは，探知器から距離 r だけ離れた目標が微小距離 ds だけ移動する場合に，探知器から探知される確率が $\varphi(r)ds$ で表わされるような函数 $\varphi(r)$ のことをいうのである．この $\varphi(r)$ を用いて，目標が地点 A から B へ，経路 AB を経て移動する場合の探知確率をしらべてみよう．(第1図参照) 経路 AB の長さを S とし $s(o\leqq s\leqq S)$ をパラメターとして地点を表示する．今 A よりの距離が s であるような地点に目標が到達してもこれを探知し得ない確率を $Q(s)$ とすれば次の微分方程式が成り立つ．

$$Q(s+\triangle s)=Q(s)[1-\varphi(r)\triangle s]$$

そして初期条件： $Q(0)=1$ の下でのこの解は

$$Q(s)=exp\Big[-\int_0^s\varphi(r)ds\Big] \qquad (1)$$



第 1 図

である．こゝに (1) 式右辺の積分は経路 AB に沿って実行されるものとする．次に極座標の基線を OA とし，経路 AB の方程式を $r=r(\theta)$ とすれば (1) 式の極座標による表現は

$$Q(\theta)=exp\Big[-\int_0^\theta\varphi(r)\sqrt{r^2+r'^2}\,d\theta\Big] \qquad (1')$$

である．こゝで次の事実に注意しよう．それは目標が，探知器より距離 R_A だけ離れた任意の地点を出発点として選べる場合，地点 $B(R_B,\ \theta_B)$, $(R_B<R_A)$ に到達するまでに探知器によって

* 防衛庁陸上幕僚監部幕僚研究室，昭和33年4月19日講演，9月11日受理

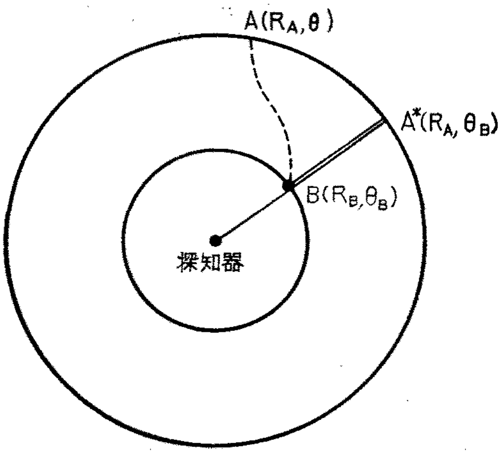
探知される機会を最小ならしめるためには，目標の側として第2図に示した点 $A^*(R_A,\ \theta_B)$ より出発して，経路 A^*B を採ればよいということである(第2図参照)．その理由はつぎの通りである，先ず任意の地点 $A(R_A,\ \theta)$ を出発点として，経路 BA に沿って目標が移動するとき探知器から探知されない確率を $Q(AB)$ で表わせば，(1) 式より

$$Q(AB)=exp\left[-\int_{R_B}^{R_A}\varphi(r)\sqrt{1+(rd\theta/dr)^2}\,dr\right]$$

を得る．こゝで

$$ds=\sqrt{1+(r\,d\theta/dr)^2}\ dr \geqq dr$$

であるから



第 2 図

$$\int_{R_B}^{R_A}\varphi(r)\sqrt{1+(r\,d\theta/dr)^2}\,dr \geqq \int_{R_B}^{R_A}\varphi(r)\,dr$$

したがって

$$Q(AB) \leqq exp\left[\int_{R_B}^{R_A}\varphi(r)\ dr\right]=Q(A^*B)$$

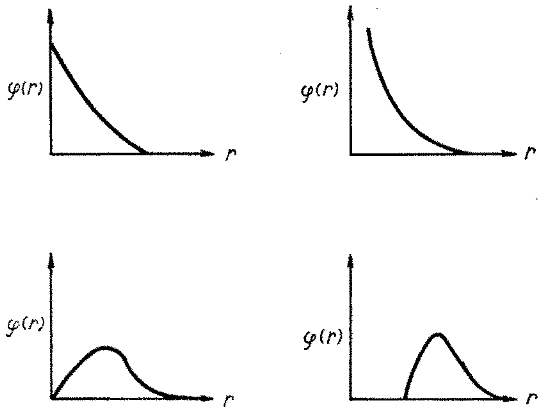
となるからである．この事実は後で利用する．さて以上の議論の中心となっている $\varphi(r)$ を求めるには如何にすればよいか．それには種々な方法があろうが一例を示せばつぎの通りである．先ず探知器を中心として半経 $r_1,\ r_2,\cdot\cdot\cdot$ の円を描き，この円周上にそれぞれ長さ $s_1,\ s_2,\cdot\cdot\cdot$ を持つような経路を定める．これ等の経路上を，対象とする目標を移動せしめて

$$Q(s_i)=exp\,[-\varphi(r_i)s_i]$$

を実測すれば

$$\varphi(r_i)=-\log Q(s_i)/s_i \qquad i=1,\ 2,\ \cdot\cdot \tag{2}$$

が得られるわけである．記録から $\varphi(r)$ を求めることは殆んど不可能である．それは，発見されなかった場合の記録がないのが普通だからである．$\varphi(r)$ の形をスケッチすると第3図のようになる．$\varphi(r)$ の形は探知器と目標との相対的性能に応じて種々変化する．併し乍らいずれにしても探知可能最大距離には自ら制限がある．



第 3 図

2. 警戒網における探知確率

以下の議論では直角座標を用いる．先ず各種の探知器を結合して得られる警戒組織を簡単のために警戒網とよぶことにしよう．定められた閉曲線 $y=F(x)$ があって，目標がこの曲線の内部に侵入することを防止するために警戒網が構成されているのである．曲線 $y=F(x)$ は警戒線とよばれる．今 n 個の探知器（必ずしも同一種類である必要はない）が地点 $(\xi_i,\ \eta_i)$ $i=1,2\cdot\cdot,n$ に置かれているとし，それぞれの地点にある探知器の特性が $\varphi_i(r)$ で与えられているとする．今特定の地点 $P_0(x_0,\ y_0)$ にある目標が警戒線上の特定の地点 $P_1(x_1,\ y_1)$ へ移動せんとするとき，警戒網から探知される確率を最小ならしめるためには如何なる経路をえらべばよいかと考えてみよう．そのため先ず任意の経路を考え，その方程式を $y=y(x)$ とすれば，y はつぎの条件を充さねばならない．

$$y_0=y(x_0),\qquad y_1=y(x_1) \tag{3}$$

今目標がこの経路に沿って移動するとき，それが地点 $(\xi_i,\ \eta_i)$ にある探知器から探知されない確率は地点 P_0, P_1, および経路 y の函数と考えられるからそれを $Q_i(P_0,\ P_1,\ y)$ と書けば

$$Q_i(P_0,\ P_1,\ y)=exp\Big[-\int_{x_0}^{x_1}\varphi_i(\sqrt{(x-\xi_i)^2+(y-\eta_i)^2})\sqrt{1+y'^2}\,dx\Big]$$

$$i=1,\ 2,\ \cdot\cdot n$$

となることが (1) 式より直に判る．各探知器の探知は独立事象であるから，この目標がいずれの探知器からも探知されない確率を $\Omega(P_0,\ P_1,\ y)$ と書けば

$$\Omega(P_0,\ P_1,\ y)=exp\Big[-\int_{x_0}^{x_1}\sum_i\varphi_i(\sqrt{(x-\xi_i)^2+(y-\eta_i)^2})\ \sqrt{1+y'^2}\ dx\Big] \tag{4}$$

が成立することゝなる．そこでもし y が所望の経路であるならば，それは (3) 式で規定される条件下に (4) 式 の値を最大にするようなものでなければならない．このような y を求めることは変分の問題である．さて

$$\Omega^*\equiv\Omega(P_0{}^*,\ P_1{}^*,\ y^*)=\max_{P0}\ \max_{P1}\ \max_{y}\ \Omega(P_0,\ P_1,\ y) \tag{5}$$

としよう．こゝに y^* は上述の変分問題の解，P_1 の変域は警戒線 $y=F(x)$ の上，P_0 の変域は警戒網の可探圏の外縁上であるとする．このようにして得られた Ω^* は可探圏外にある目標が自由にその経路をえらび得るとした場合，いずれの探知器からも探知されることなく警戒線に辿り着くことができる確率の最大値を示している．この意味から Ω^* に応ずる目標の経路 y^* を安全経路と名づけることは妥当であろう．一方警戒する方の立場からいえば，もし目標が最も賢明な策として安全経路を採ったとしても，確率 $1-\Omega^*$ でこれを探知し得る筈である．もし目標が賢明でないならば探知の確率は更にこの値を上廻るであろう．この意味から $1-\Omega^*$ はその警戒網にかけ得る最小限度の期待を表わしていると考えられる．以下これを警戒網の最小期待度とよぶ．

陽には表わされていないが Ω^* および $1-\Omega^*$ が $(\xi_i,\ \eta_i)$ の函数であること勿論である.

さて以上専ら理論的な面からのみ考察したが，これ等の理論を実際に適用して警戒網の最小期待度を解析的に求めることは殆んど不可能であり，数値計算を行うにしてもその計算量は膨大である．そこでこれに代る実用的な方法を考えてみよう．そのため先ず可探圏外から接近してくる目標が任意の地点 $P(x,\ y)$ に達するまでにこの警戒網から探知されない確率は

$$\widetilde{\Omega}(P)=exp\Big[-\sum_i\int_{r_i}^{\infty}\varphi_i(t)\ dt\Big] \qquad (6)$$

但し　$r_i=\sqrt{(x-\xi_i)^2+(y-\eta_i)^2}$

を超えないことに注意しよう．この理由は次の通りである．すなわち前節において，目標が探知器に向首して移動する場合に探知確率が最小となることを注意として述べておいた．総ての探知器が同一直線上に置かれ，しかも目標がこの直線上を移動する場合に限って，目標は同時に総ての探知器に向首し乍ら移動することができるのであり，そしてこの場合に目標が探知されない確率が (6) 式で与えられるからである．このようなわけで $\widetilde{\Omega}(P)$ は目標が可探圏外から地点 P に到達するまでに探知されない確率の上界を与えることゝなる．$\widetilde{\Omega}(P)$ はつぎの手順で容易に求めることができる.

(イ) 先ず各探知器の位置 $(\xi_i,\ \eta_i)$ を中心として，適当にえらんだ R_1, R_2, ・・を半径とした同心円群を描く.

(ロ) つぎに各探知器の動作特性 φ_i に応じて計算した

$$\Phi_i(R_j)=\int_{R_j}^{\infty}\varphi_i(t)\ dt$$

の値を相当する円周上に記入する.

(ハ) 点 P を通るこれ等の円の総てについて，$\Phi_i(R_j)$ を加え合せて

$$exp\,[-\sum_i\Phi_i(R_j)]$$

を計算すると，これが $\widetilde{\Omega}(P)$ である.

警戒網の最小期待度の下界を求めるには，警戒線上の点 P_1 について

$$\min_{P_1}\ (1-\widetilde{\Omega}(P_1))$$

を計算すればよい．この作業は透明紙を利用すれば至極容易である．かようにして得られた最小期待度の下界を以て警戒網の能力を判定しようというのである.