

## ◇ 書 評 ◇

Merrill, G., Goldberg, H., Helmholtz, R. H. 共 著

*Operations Research, Armament, Launching.*

D. Van Nostrand Co.Inc. Princeton, 1956 版 508 頁

米海軍の Jupiter 誘導体研究所技術部長の地位にある Merrill の編集した叢書 Principles of Guided Missile Design の中の一冊であり、最初のオペレーションズ・リサーチの部分は 201 頁で、G. Merrill と J. J. Jerger とが執筆している。誘導飛翔体には航空機に搭載して他の航空機を攻撃する空対空のものほかに、空対地、地対空、地対地等の種類があり、その性能も様々である。国防の総合的見地からこのような兵器の計画に OR の考え方が必要であることを述べ、兵器の効果をあらわす尺度として  $E = D/C$  を導入している。ここで  $D$  は防禦しえた（攻撃を加えて敵に与えた）損害を貨幣価値に換算した値、 $C$  はこの兵器に必要な費用（製造ならびに用兵上の費用）で、 $E$

は無次元の量である。

技術的な研究から性能が計算され、命中率等にかかる確率をある程度仮定すると  $D$  が計算される。一方  $C$  も計算出来るから計画している各種の飛翔体について  $E$  が算出されることになる。対空誘導弾の性能計算に基いて命中率の計算をしている部分は技術的に少々興味があるが、OR の手法やあるいは知識として特に紹介に値する程のものではない。OR の兵器行政上に果す役目等にも触れている。

しかしこのような研究の基礎にある考え方が他の分野の OR にも利用されるように考えられ、一般には余り読まれていないと思うので紹介する次第である。

(近藤次郎)

## ◇ 論 文 抄 録 ◇

Richards, P. I., "Shock waves on the highway."

J. Opns. Res. Soc. Am. 4 (1956) pp. 42—51.

通行する車の分布を密度分布のある連続体と考えると、交通の問題は圧縮性流体の類似が用いられることは屢々注意されている処である。高速気流中に発生する衝撃波についてはその前後で密度（圧力）の不連続的な飛躍が生じ、この波は静止大気中を音速以上の速度で進行することが知られている。連続的に高速道路上を進行する自動車の流れの中でその 1 台が何かの事故によつて急停車すると、そこに後方の車が追付いて局所的に密度の高い部分が出来ることが、それは後方に伝播する。また停止信号のため長い行列をつくつて待ち合わせていた密度の高い車輛群は、突然信号が青に

変ると先頭から急に動き出して密度の低下する流れになる。これは密度変化の減少する膨脹衝撃波の現象に似ている。

流れの速度  $V$  と密度  $D$ （単位距離あたりの車輛台数）との間に関係  $V = a(b - D)$  があると仮定する。

この式で  $a, b$  は実験的に定めるべき定数とする。新しい変数  $d$  ( $\equiv D/b$ ) と定数とを用いるとこの関係は

$$V = c(1 - d)$$

である。 $d$  は位置と時刻との函数で無次元化された密度と考える。このとき流体力学の一次元非定常流れの連続条件は

$$\partial a / \partial t + \partial (Vd) / \partial x = 0$$

である。これから解は

$$d = f(x + (2d - 1)ct)$$

の形となる。これから  $t=0$  における密度分布  $d(x, 0)$  を与えれば任意の時刻におけるその値が求められる。

この結果から衝撃波の速度等が得られる。信号の交通量の流れに及ぼす効果についても研究されて面白い結果が得られている。

(近藤次郎)

## B. Klein, "Direct use of extremal principles in solving certain optimizing problems involving inequalities,"

*J. Opns. Res. Soc. Am.* 3 (1955) p. 135

線形・非線形計画、ゲーム理論等における不等式の条件の下での最大化あるいは極値化問題の計算法をまとめてとりあつかっている。その手法の特徴は、与えられた変数を二乗の形の変数に変換することによって、不等式条件を等式条件にかえ、普通のラグランジュ法で直接とくことにある。この場合極値を与える条件が一般に高次の連立方程式になるが、これは either-or 型のより低次の簡単な連立方程式に分解可能となり、その組合せが多い場合でも digital computer によれば解法は容易である。

(i) LP.

$$z = \sum_{i=1}^n p_i x_i \text{ を } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq c_i, x_i \geq 0, (i=1, \dots, m)$$

の下で最小にする問題を考える。 $x_i = u_i^2$ ,  $\sum_j a_{ij} u_j^2 - c_i = v_i^2$  とおいて  $\lambda_i$  をラグランジュ乗数として、 $z' = \sum p_i u_i^2 + \sum \lambda_i (\sum_j a_{ij} u_j^2 - c_i - v_i^2)$  を  $u_i, v_i, \lambda_i$  について微分し、式を整理して元の変数になおすと、これは

$$\text{either } x_i = 0 \text{ or } p_i + \sum_j a_{ij} \lambda_j = 0 \quad i=1, \dots, n$$

$$\text{either } \lambda_i = 0 \text{ or } -c_j + \sum_j a_{ij} x_j = 0 \quad i=1, \dots, m$$

なる一次連立方程式に分解できる。この  $2^{m+n}$  個の組合せのうち可能なものをとると、これはなおいく組か

あるが、そのうちから  $z$  を最大にするものを見つければよい。

(ii) 非線形計画にも以上の手法を応用することができる。

例として; bending stress, shear stress, 最大 deflection が、ある一定値以下という条件の下で重量が最小となるような一様矩形断面の beam の巾と高を求めるという構造力学の問題その他がとかれていさる。

(iii) ゲームの理論

$z(x, y) = \sum_{ij} a_{ij} x_i y_j$  の極値を、 $x_i \geq 0, y_j \geq 0, \sum x_i = 1, \sum y_j = 1$  の下に求め、その中で saddle point を見つければ、それがミニマクス解である。 $x_i = u_i^2, y_j = v_j^2$  と変換し  $z$  の極値点を同様な方法で求め、そのそうちで

$$\begin{vmatrix} (\partial^2 z / \partial u^2)^D & (\partial^2 z / \partial v \partial u) \\ (\partial^2 z / \partial u \partial v) & (\partial^2 z / \partial v^2)^D \end{vmatrix} < 0$$

$$\left( \begin{array}{l} (\partial^2 z / \partial u^2) \text{ は diagonal マトリクス} \\ (\partial^2 z / \partial v^2) \text{ は普通のマトリクス} \end{array} \right)$$

を充すものが saddle point である。

(高橋盤郎)