x_k を採用すると考えれば，

追い出される x_r は x_j 回路の偶数番目にあり，したがって $a_{rj}=-1<0$.

x_j を採用すると考えれば

追い出される x_4 は x_k 回路に含まれていない，したがって (3) の等号が成立する.

そこで両方を同時に採用してよいことになる.

結局一方を採用した場合に，追い出される変数が，他方の回路の奇数番目になければ，同時に採用してよいことになる.

以上の吟味さえすれば，step の数は減り早く最適解に到達しうる.

3. 実　　例

供給地 m 個，需要地 n 個の問題を $m\times n$ の問題と表わして，以下の実例でどの程度早く最適解がえられるかが分る.

問題の大きさ	普通の方法	本方法
10×16	7 step	3 step
16×30	19 step	11 step

もっともこのような方法は決して本質的な解決策でなく，電子計算機による解法の実現を計る方が望ましいと思う.

在庫管理における需要関数の正規分布の当てはめについて

藤　村　　隆*

在庫管理問題で需要分布は普通，正規分布か Poisson 分布で表わせると云われているが，現実には資料の数が少なく，1カ月1個と云うような場合があり，また正規分布よりかなりずれている場合に出逢う．この時には正規分布に補正をして使う必要があり，この方法は余り邦文で発表されていないので，簡単にその手法を誌す.

正規分布はよく使われる分布で，補正法としては資料の数をますことはどの本にも書かれているが，そう云うことができない場合，この補正法は利用の道が多いと考えられる.

n 個の同じ分布を持つ独立な確率変数 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ の和

* 金井重要工業（株）工務部長．昭和32年6月15日講演，7月20日原稿受理

$$\xi=\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_n$$

は一つの確率変数であるが，中心極限定理によれば，ある一般的な条件のもとで n が大きくなると，その分布は正規形に近づく．正確に云えば標準化された変数 $(\xi-m)/\sigma$ (m, 平均値：σ, 標準偏差) の分布が正規形に近づく．またさらにある条件のもとでは ξ が連続分布ならば，その確率密度関数 $f(x)$ も標準正規分布 $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ に近づく．

したがって
$$f(x)=\varphi(x)+r(x)$$
とおけば，n が大きくなる時 $r(x)\to 0$ となる．

しかし n が充分大きくなければ，この正規分布による近似度は悪いので $r(x)$ の精密な評価を必要とする．

この方法としては Charlier の方法と Edgeworth の方法がある．前者は単に直交関数系による展開を使う方法で，収束しなかったり，同一精度をうるためには沢山の計算(後者で4次の中心積率迄求めればよい場合でも6次の中心積率迄求めねばならない) を必要としたりするので，二，三項でよい近似がえられる Edgeworth の漸近展開の方法が一番簡単である．

この両者の比較については Harold Cramér; Mathematical method of statistics. (Princeton Univ. Press. 1946) § 17 に詳しく述べられている．

したがって実用上は $r(x)$ を Edgeworth の級数に展開して，その第一項迄 (第一近似) または第三項迄 (第二近似) をとれば充分とされている．

確率変数 ξ が上述の様な性質を持たない時にも，なお記述的な分布のあてはめにおいてEdgeworth の展開が成功する場合が多い．

Edgeworth の級数とはつぎのものである．

$$r(x)=-\frac{\gamma_1}{3!}\varphi^{(3)}(x)+\frac{\gamma_2}{4!}\varphi^{(4)}(x)+\frac{10\gamma_1{}^2}{6!}\varphi^{(6)}(x)+\cdots \qquad (1)$$

γ_1： 母集団のひずみ度，

γ_2： 母集団の超越度，

$\varphi^{(n)}(x)$ ： $\varphi(x)$ の第 n 次微係数，

この $r(x)$ は γ_1 および γ_2 は資料より，$\varphi^{(n)}(x)$ は数表より算出できるから簡単に計算できる．

A) γ_1 および γ_2 の計算

$$\gamma_1=\sqrt{\beta_1}=\mu_3/(\mu_2)^{\frac{3}{2}}=\mu_3/\sigma^3=\{\nu_3-3\nu_2\nu_1+2(\nu_1)^3\}/\sigma^3$$

$$\sigma=\sqrt{\mu_2}=\nu_2-(\nu_1)^2, \qquad \hat{\sigma}=\sqrt{\mu_2\times\frac{f}{f-1}}$$

$$\gamma_2=\beta_2-3=\mu_4/(\mu_2)^2=\mu_4/\sigma^4=\{\nu_4-4\nu_3\nu_1+6\nu_2(\nu_1)^2-3(\nu_1)^4\}/\sigma^4$$

この時 $\hat{\sigma}$ および $\hat{\mu}_3=\frac{f}{(f-1)(f-2)}C$ (C：$\bar{x}$ のまわりの立方和) を使うべきだがその必要

は殆んどない．特に $\hat{\mu}_3$ は必要がない．

(符号は QC テーブル (丸善) 54pによる)

γ_1 および γ_2 の検定には Shephard の修正をした値に対し

$$E(\gamma_1)=E(\gamma_2)=0$$

$$D_2(\gamma_1)=\frac{6}{n} \qquad D^2(\gamma_2)=\frac{24}{n}$$

または集成万能数表，(森北出版) 274 p の検定表を使えばよい．

B) $\varphi^{(n)}(x)$ の計算

$E(x)=\int\varphi(x)$，$\varphi(x)$，$\varphi^{(3)}(x)$ および$\varphi^{(4)}(x)$ は集成万能数表にあるが $\varphi^{(6)}(x)$ は邦文のものでは見当らないのでの Cramér 本から抜萃したものを第1表にかかげる．

なお，その符号はつぎのようになる．

$$E(-x)=1-E(x)$$

$$\varphi(-x)=\varphi(x)$$

$$\varphi^{(\nu)}(-x)=(-1)^{\nu}\varphi^{(\nu)}(x)$$

C) 適合度の検定

適合度の検定は資料の数が少ないので x^2 検定が使えないことが多いが，k 個の階級に分けた場合の自由度はつぎのようにとる．

第一近似 $k-4$

第二近似 $k-5$

計 算 例

第1図はある商品の昭和28年5月から昭和29年12月迄の20カ月間の1カ月単位の受注量のヒストグラムである．

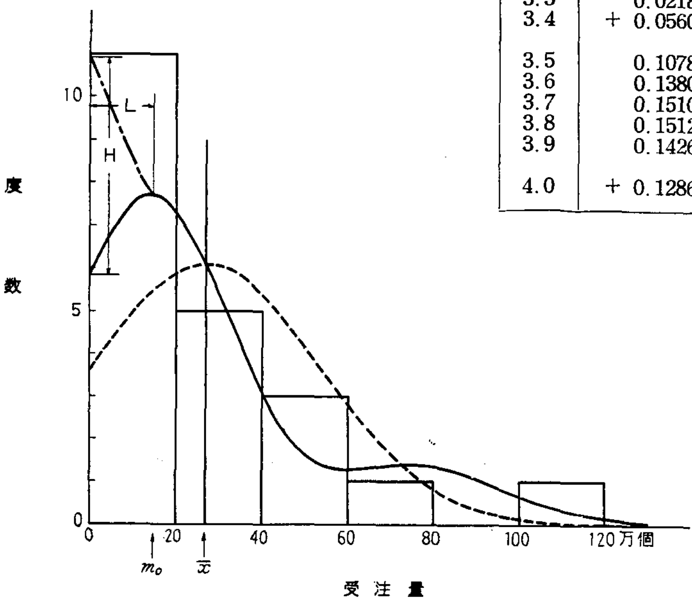
これから計算すると，

$\bar{x}=27$

$\hat{\sigma}=26.2$ $(\sigma=25.5)$

第1表

x	$\varphi^{(6)}(x)$
0.0	− 5.98413
0.1	5.77625
0.2	5.17112
0.3	4.22226
0.4	3.01241
0.5	1.64481
0.6	− 0.28237
0.7	+ 1.11354
0.8	2.29382
0.9	3.23026
1.0	3.87153
1.1	4.19585
1.2	4.21034
1.3	3.94753
1.4	3.45958
1.5	2.81094
1.6	2.07125
1.7	1.30785
1.8	+ 0.58014
1.9	− 0.06467
2.0	0.59394
2.1	0.98987
2.2	1.24885
2.3	1.37883
2.4	1.39654
2.5	1.32421
2.6	1.18645
2.7	1.00761
2.8	0.80970
2.9	0.61102
3.0	0.42546
3.1	0.26242
3.2	0.12712
3.3	− 0.02180
3.4	+ 0.05607
3.5	0.10784
3.6	0.13802
3.7	0.15102
3.8	0.15124
3.9	0.14264
4.0	+ 0.12861



第1図 需要のヒストグラム

$\gamma_1=1.72$ (σ より計算した $\gamma_1=1.87$)

この数値を使って計算した第1図の点線は正規分布，実線は第一近似の補正をしたもので，σ を使っても大差がない．

更に0のところでそれより左の部分が集ったと考えて合理的補正をした場合を破線で示した．

$$H=\frac{2}{L}\cdot\int_{-\infty}^{-1.03}\{\varphi(x)-\frac{\gamma_1}{3!}\varphi^{((3)}(x)\}dx\cdot\hat{\sigma}\longrightarrow 51.4$$

終りに御指導を賜った大阪大学工学部の三根および藤沢先生に厚く感謝します．

最適発注量の問題〔1〕

原野秀永* 松岡由里子*

高級印刷物は原版作成に可成りの費用がかゝり，また印刷する場合に調子をとゝのえるのに時間と材料を必要とする．したがって少量の注文は1枚の価格を高くする結果となり，また再発注の必要を生ずる．しかし必要以上に大量に発注すれば1枚当りの価格は安くなるが，不必要なものを生ずることもありその分丈は損失となる恐れがある．故に最適発注数量が存在することになる．こゝでは第一段階として非常に簡単な場合を述べたが一般的な取扱いについては追って別に発表する．現在当社より発注されているある種の印刷物の購入価格は第1表の通りである．

a) 表は初刷の場合の1枚のコストを，b) 表は再発注の場合のそれを示す．

第1表　印刷物の購入価格

a) 初　刷

数量 (100枚単位)	金額 (1枚当り)
5	155円
6	138
7	125
8	116
9	109
10	103

b) 再発注

数量 (100枚単位)	金額 (1枚当り)
5	123円
6	113
7	105
8	100
9	95
10	92

このデータより購入に当って支払う金額を初刷の場合を $C(x)$ で，再発注の場合を $C'(x)$ で示すと次式の如くなる．

---

* 東京芝浦電気(株)，製造部生産技術課，昭和32年6月15日講演，8月10日原稿受理．