輸送型問題の迅速な解法

前　田　活　郎 *

は　し　が　き

ＯＲの中でもＬＰは特に応用範囲が広く，また早くから幾多の研究と種々の応用が研究された関係上，一番よく知られているようである．輸送型の問題はＬＰの中の特殊な型であり，その名の示す通り物資の輸送に関係するＬＰから発展したものであるが，必ずしも輸送の問題にかぎらず，作業計画，配置計画等多くの類型に適用できる．

Hitchcock によって始められた輸送型の問題はその後多くの人々の努力によって，一般のシンプレックス法に比較すると，遥に少い計算で簡単に最適解がえられるようになった．

すなわち最初の feasible solution は Houthakker の方法によって，最適解に近いものを選び，シンプレックス規準は MODI 法あるいは渡辺浩氏による shadow price を使う方法によって求め，解の改良は stepping stone 法（飛石伝いの方法，別名やりくり法）によるといったやり方が使われている．

それでも未知数 500 の程度（発送地 20，到着地 25 の程度）になると，個々の計算は誠に簡単であるにもかかわらず，思いつきが悪くなってくる．しかも毎回えられるシンプレックス規準の値は屡々同じ値の計算を繰り返すことになる．

そこで一般のシンプレックス法の原則である所の，１回当り新しい未知数を１個ベーシスに取り入れるという原則を破って，若干の未知数を一度にベーシスに繰り込み，したがってベーシスから同数の未知数を追い出して，早く最適解に到達できないだろうかという虫の良い考えを調べて見た．輸送型の問題については割に簡単に行えるようである．

1. シンプレックス表

まずシンプレックス計算表の方で考えてみることにする．ある step でシンプレックス規準が most negative なものを g_k，その外に minus なものとして g_j があったとする．

つぎの step でベーシス x_r の代りに x_k がは入ることになったと考える．したがって，

$$a_{rk}>0, \qquad g_k \leq g_j < 0 \tag{1}$$

つぎの step で g_j の所がいくらになるかというと，

$$g_j' = g_j - g_k(a_{rj}/a_{rk}) \tag{2}$$

* 鉄道技術研究所，昭和32年６月16日講演，７月15日原稿受理

ベーシス	S			x_j		x_k	
x_r				a_{rj}		a_{rk}	
Z_j-C_j				g_j		g_k	

で与えられる g_j' になる.

さてここで x_k を採用すると同時に x_j をも採用することが良いかどうかを考えてみる.

つぎの step で g_j' が正か零になるならば, x_kだけ採用すればよいのであって, x_k と同時に x_j をも採用する必要はない. したがって x_k と同時に x_j をも採用するためには g_j' がマイナスであることが必要である.

上の2式から g_j' がマイナスになる条件は,

$$\boxed{a_{rj}\leqq 0} \tag{3}$$

であることが分る.

これは x_k を採用した時に, x_j に対するシンプレックス規準がやはり負であるための条件であり, 同時に採用する場合には, x_j を採用した時に, x_k に対するシンプレックス規準がやはり負でなくてはならない. すなわちどちらから考えても(3)に対応する式が成立していないと, 同時採用の意味が無くなる.

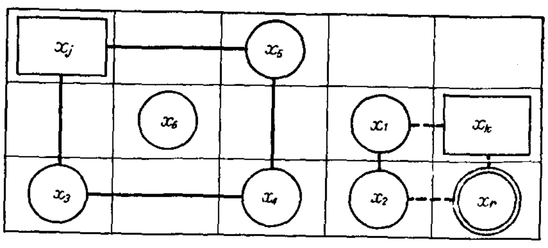
2. 輸送型計算との関連

そこで今度は輸送型の解法とシンプレックス表との関係を見ておこう.

以下輸送型解法の場合に, 便宜上つぎの記号を使うことにする.

- 丸　印; ベーシス変数
- 二重丸印; つぎのstepで追い出されるベーシス変数
- 短 形 印; most negative または negativeの起る所.

今輸送型の解法でつぎのようになったものとしよう.



- 太い実線; x_j に関する飛石伝いの道
- 太い破線; x_k に関する飛石伝いの道

この場合シンプレックス表はすぐに作れる.

元来シンプレックス表の数字は, ある変数を1だけ採用した場合に, ベーシス変数の値をどれ

だけ減少すればよいかを表わしている.

しからば上の輸送型の例なら,

x_k を1採用すると,

$$\begin{cases} x_1;\ \ 1\text{減少} \\ x_2;\ \ 1\text{増加} \\ x_r;\ \ 1\text{減少，その他は変化なし.} \end{cases}$$

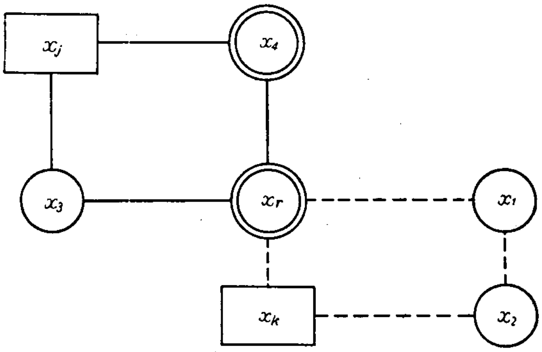
x_j を1採用すると,

$$\begin{cases} x_3;\ \ 1\text{減少} \\ x_4;\ \ 1\text{増加} \\ x_5;\ \ 1\text{減少，その他は変化なし.} \end{cases}$$

そこでシンプレックス表は下のようになる.

ベーシス	S		x_j		x_k	
x_1					1	
x_2					−1	
x_r					1	
x_3			1			
x_4			−1			
x_5			1			

前の a_{rj} に対するものは0で (3) が成立している．また x_j を採用すると考えるならば今度は例えば x_3 が追い出されるとすれば，その行の x_k 列要素はやはり 0，どちらから考えても(3)が成立しており，したがってこのように両方の道が交らないなら，x_k と x_j とを同時に採用してよいことになる.



今迄は (3) の等号が成立した場合であるが，不等号が成立するのは，輸送型問題では

$$a_{rj}=-1 \qquad (4)$$

に限り，それは次のような場合，一般的にいうと，飛石伝いの道で x_j の次を1番目と数えて，x_r が偶数番目に来る時である.

この場合は,

x_k を採用すると考えれば，

追い出される x_r は x_j 回路の偶数番目にあり，したがって $a_{rj}=-1<0$.

x_j を採用すると考えれば

追い出される x_i は x_k 回路に含まれていない，したがって (3) の等号が成立する．

そこで両方を同時に採用してよいことになる．

結局一方を採用した場合に，追い出される変数が，他方の回路の奇数番目になければ，同時に採用してよいことになる．

以上の吟味さえすれば，step の数は減り早く最適解に到達しうる．

3. 実　　例

供給地 m 個，需要地 n 個の問題を $m\times n$ の問題と表わして，以下の実例でどの程度早く最適解がえられるかが分る．

問題の大きさ	普通の方法	本　方　法
10×16	7 step	3 step
16×30	19 step	11 step

もっともこのような方法は決して本質的な解決策でなく，電子計算機による解法の実現を計る方が望ましいと思う．

在庫管理における需要関数の正規分布の当てはめについて

藤　村　　隆*

在庫管理問題で需要分布は普通，正規分布か Poisson 分布で表わせると云われているが，現実には資料の数が少なく，1カ月1個と云うような場合があり，また正規分布よりかなりずれている場合に出逢う．この時には正規分布に補正をして使う必要があり，この方法は余り邦文で発表されていないので，簡単にその手法を誌す．

正規分布はよく使われる分布で，補正法としては資料の数をますことはどの本にも書かれているが，そう云うことができない場合，この補正法は利用の道が多いと考えられる．

n 個の同じ分布を持つ独立な確率変数 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ の和

* 金井重要工業（株）工務部長，昭和32年6月15日講演，7月20日原稿受理