抗が高まると共に，1915年後は徐々にその哲学の方向を変え，労働組合の承認と団体交渉とによつて，科学的管理法を普及せしめたのみならず，組織労働者との協働計画にまで進展せしめたことである．この点で著者が示しているような協働計画が，どの程度，当時の米国経営の傾向を示しているかについて若干疑問であるが，協働計画そのものの実例がもつ社会的意義の重要性を減少せしめるものではでいであろう．

周知のように，世界恐慌後，経営管理の内容は単に科学的管理法という統一名称の下に把握することが出来ない程多様，豊富となり，又他方では，米国の対労働組合政策も面目を一新し，労働組合はもはや科学的管理法をその主要な関心対象とみることもなくなつた．著者が科学的管理法と労働組合の関係の歴史を1932年で終つているのは，上の理由によるものであろう．

労働者が作業条件や賃金制度の決定に参加するようになつて，はじめて科学的管理法が組織労働者の工場において実施可能となつたという事実は，初期の生産の科学がその中にもつていた労務管理の測面，即ち人間としての労務者という側面を分離してゆく課程であつた．近代の経営管理は科学の合理性を正しい人間関係の上に樹立しようと考察を加えている．科学的管理が労働者の参加をえたという歴史は，上の意味でその合理性を進めるための第一段階である．今日，経営技術の専門化と共に，管理のリーダー・シツプ，提案制度，福利厚生施設，苦情処理機構等が発展して来ているのは，労働者の実質的参加とコミユニケーションを深めるための方策としてである．労働者や管理者を含めた経営従業員の人間的理解と接触とが確立されなければ，科学のもつ合理性も経営管理の真の原理として妥当しないであろう．以上の歴史はまさにこのことの第一歩を示しているものである．

IBMによる線型計画の計算

船木東吾* 西田正夫**福島 洌***

線型計画の計算を I.B.M により処理する方法については，日本科学技術連盟主催の PC セミナーにて鴨志田清氏により詳細に紹介されているところである．ただし，これは Charnes法によるものであつて，機械計算に対しては Dantzig 法の方がむしろより適していると云われている．この Dantzig 法については「経営科学」第一巻第一号に大阪大学小林和夫氏により詳細紹介が掲載され，またこの協会の31年1月28日の研究会の席で大阪大学大沢助教授よりその改訂法である Product Form 法の研究発表がなされた．

Charnes 法によつて機械計算を行う時の難点は毎 Cycle 行列 Card を新しく作つて行かねばならないので Card の消費量が莫大なものになり，従つて処理時間が長くなることであるが，Dantzig の Product Form 法による時は基底行列の変化する列ベクトルだけを用いて計算を進めれば良いので Card の消費量も少くてすみ，勢ひ処理理時間も短かくてすむと云はれている．

我々は Dantzig Product Form 法の機械処理方法を考案し，二，三の例について試行し，Charnes 法によるものと比較検討して見たので，その結果をここに報告申し上げよう．

Dantzig Product Form 法と Charnes 法の I.B.M による計算手続をK回目の Cycle について比較して見ると次の通りになる．

Dantzig 法	Charnes 法
(1) $\beta o_k = U' E_k E_{k-1} \cdots\cdots E_1 E_0$ により βo_k を鴨志田氏配線盤の $\sum$A×B (Aは U' の各成分，Bは E_k の k列の各成分）の操作の繰り返しで求める． (2) 同じ $\sum$A×Bの操作により $\beta o_k P_j$ を計算し，$\beta o_k P_s = \min \beta o_k P_j < 0$ なる P_s を決める．（這入る vector の決定）	(1) $z_j - p_j$ の行の中で，$\beta o_k p_s = \min_j \beta o_k p_j < 0$ なる P_s を決める．($\beta o_k p_j$ の値は前の Cycle で新しい本体行列の一部として計算されている)．

〔註〕 1) $U = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ 或は $= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

2)

$$E_k = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots\cdots & \eta_{0k} & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \eta_{1k} & & 0 \\ \vdots & 0 & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & \eta_{mk} & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix} \\ \uparrow \\ r_k\text{列} \end{array}$$

3) $E_0 \equiv I$

* 住友化学工業 計数課課長 **住友化学工業計数課 ***日本I.B.M.

Dantzig 法	Charnes 法
(3) $Y_k=E_kE_{k-1}\cdots\cdots E_1E_0P_s$により Y_kをC＋A×Bの操作の繰返しにより求める．(CはP_s等の列vector の各成分．AはE_kのk列の各成分．Bは列vectorの$i=r_k$番目の成分)	(2) $p^i\ p_s>0$なるものについてC/A＝Qの操作により $\theta=\dfrac{v_i}{(p^i\ p_s)}$の値を求め $\dfrac{v_r}{(p^r\ p_s)}=\min\limits_i\dfrac{v_i}{(p^i\ p_s)}$ を決める（出るvector rの決定)
(4) y_{jk} (＝Y_kの成分)＞0のものについてC/A＝Qの操作によりv_i/y_iの値を求め，$v_r/y_r=\min\limits_i\ (v_i/y_i)$なる$r$を決める（出るvectorの決定)	
(5) E_{k+1}の$r_{(k+1)}$列の要素：C/A＝Qの操作により， $i=r\quad \eta_{r_{(k+1)}}=\dfrac{1}{y_r}$ $i\neq r\quad \eta_{i_{(\kappa+1)}}=-\dfrac{y_i}{y_r}$ を計算する．	(3) 次のTableauのr行の計算：C/A＝Qの操作により$(p^r\ p_j)\overset{*}{=}\dfrac{(p^r\ p_j)}{(p^r\ p_s)}$の値を求める．
(6) C/A＝Qの操作により$v_r{}^*=\dfrac{v_r}{y_r}$の値を求め新しい基底変数x_sの値として$v_r{}^*$を得る．	
(7) その他の基底変数x_{j_i}の値はC＋A×Bの操作により $v_i{}^*=v_i+\eta_{i_{(k+1)}}v_r$の値を求めることにより得られる．	(4) その他の行(z_j-p_jを含めて)の計算：C－A×B＝C*の操作により $(p^i\ p_j)^*=(p^i\ p_j)-(p^i\ p_s)\times(p^r\ p_j)^*$ の値を求める．

Dantzig 法の特徴とするところはβ_{0_k}及びY_kの算出に際してvectorのinner productの算出を繰返すことにより目的を達することが出来て，大きなMatrix全体を計算しないで済むことである．

即ちβ_{0k}の算出においては先ず行vector U'にmatrix E_kを掛けるのであるが，これは各成分が次の如き行vectorになる．

$$i\neq r_k\quad b_i=a_i$$
$$i=r_k\quad b_{rk}=\sum a_i\eta_{ik}$$

(但し，a_iはUの各成分，b_iは得られるvectorの各成分)

従つて，IBMで計算する場合には$i\neq k$の成分はU'の各成分Cardをそのまま積の成分Cardとし，$i=k$についてのみU' vectorとE_kの中のr_k列のInner Productを計算してCardにPunchさせれば良い．この操作を順次$(U'E_k)E_{k-1}$, $(U'E_kE_{k-1})E_{k-2}$, ……について繰返せば良い．また，Y_kを算出するには先ずE_1P_s求めるのであるが，この結果も列vectorになり，その成分は次の様になる．

(註：$E_0P_s=P_s$)

$$i\neq r_k\quad d_i=c_{i_k}+\eta_{i_k}c_{r_k}$$
$$i=r_k\quad d_r=\eta_{r_k}c_{r_k}$$

(但しc_iはP_sの各成分，d_iは得られる列vectosの各成号)

これはP_s vector cardをC Card, P_s vectorのr番目の成分をACard, E_kの中のr_k列vector cardをB cardとして，C＋A×Bの操作を行へば計算結果の列vectorの夫々の成分を一枚宛のcardにPunchさせることが出来る（$i=r_k$については$0+\eta_{r_k}c_{r_k}=d_r$の形で計算する）．この操作をβ_{0_k}の計算と同様にE_2 (E_1P_s), E_3 $(E_2E_1P_s)$…… と順次繰返せば良い．

この二つの計算はvectorとvectorの操作であるので，Matrix全体を操作することに較べれば簡単であるが，card systemの機械では記憶容量が小さいので，中間に得られる結果を一々Cardにpunchさせる必要があり，然もそれはcycleが進むにつれて多くなるので，1 cycleのstep数が多いことと併せて（1～7），機械計算上甚だ煩雑である．EDPM等のElectronic Calculatorの如き記憶容量の大きい機械を用いる時はこの方法は有効なのではないかと考えられる．

一方Charnes法はstepは4回ですみ，這入るvectorの決定に煩雑な操作を要しないことは機械計算には何よりも有難いことである．ただmatrix全体を毎回取り扱うのでcardの消費量が莫大なものになる．ただStep 3において

$$p^r\ p_j=0\text{の時}\ (p^r\ p_j)^*=0/(p^r\ p_s)=0=(p^r\ p_j)$$

であるので計算から欠いてよく，またStep 4において

$$\begin{array}{ll} p^i\ p_s=0\ \text{または} & (p^i\ p_j)^*=(p^i\ p_j)-0= \\ (p^r\ p_j)^*=(p^r\ p_j)=0\text{の時} & (p^i\ p_j) \end{array}$$

であるので，この場合も計算を省略して良い．今本体matrixには0 elementはないとしてこの様な計算の省略を入れた上のCharnes法とDantzig法のCard所要量を求めて見ると次の通りになる．

n: 変数の数

m: 条件式の数

$l_1, l_2, \cdots$: Charnes法では各cycleでのStep 2における$(p^i\ p_s)>0$なる$(p^i\ p_s)$の数
Dantzig法では各cycleでのStep 4に

おける $y_i > 0$ なる y_i の数

k: 最適解に達する迄の cycle 数

m	n	k	l	Dantzig 法 $(m+n+4)(m+1)+k$ $(3m+n+4)+(m+2)\sum_1^k$ $k+\sum_1^k lk$	Charnes 法 $(m+n+3)(m+1)+$ $k\{(m+2)(n+2)+2(m+1)\}$ $+(m+1)\sum_1^k k+\sum l_k$
4	3	4	mean 3	2 0 3	2 7 2
7	8	7	mean 5	6 7 0	1, 1 4 5
10	20	8	mean 8	1, 3 0 2	3, 1 1 1

(註) Charnes 法には Balance Check に必要な Card 枚数を含む.

我々が $m=22$, $n=25$ の実際の問題についてこの両法により機械計算した結果では次の通りになつた ($k=$ 4まで).

	card所要量*	602-A 操作時間	全操作時間
Dantzig 法	511枚	87′ 12″	——
Charnes 法	707枚	156′ 34″	10hrs12′

* 但し計算の初めに所要の基本 card 枚数は含まない.

これ等の数字から見られる通り Dantzig 法の方が Card 枚数及び 602-A における計算操作の時間は小さくてすむが, 602-A にかける迄の card handling は Dantzig 法の方が遙かに面倒で時間を要する.

card system の計算機械による限りでは card 所要量及び 602-A の操作時間は多少増えても Charnes 法の方が実際的であるように考えられる. 鴨志田氏の配線盤による時は各数値は小数点以上4桁, 以下4桁の8桁で設計されているが, これで 602-A における C−A×B の操作では1分間8枚の割で answer card が due out される.

処で鴨志田氏の配線盤による, Chares 法の機械計算の問題点は, すべての数値を小数点以下4桁で丸めてあるために, C−A×B の操作における丸めの誤差が案外に大きく, 折角各回 balance check を行い乍ら仲々 balance が取れず, 計算手続の間違いか止むを得ない丸めの誤差であるか判断に苦しむことである. この操作における B は C′/A′ の商であるので,

C′/A′ の丸めの誤差……………e_1

A×B の丸めの誤差……………e_2

とすれば

$$(C'/A'+e_1)A+e_2=A\times B+e_1A+e_2$$

$$\therefore \delta=e_1A+e_2$$

$e_1=e_2=0.00005$ であるので

$$\delta=0.00005A+0.00005$$

になつて, A が大きい値を取る時には e_1 が大きく影響して来ることになる. この影響を小さくするためには C−A×Bの操作に用いる為のB即ち C′/A′を充分小さく計算しておく必要がある.

このためには鴨志田氏の操作手順によると, Step 3における $(p^r\ p_j)^*$ の算出をC/Aの操作で行い, これを Reproduce して B card を作成するようになつているが, 別の配線盤を用い Qucotion-Expansion の方法により B card に punch する $(p^r\ p_j)^*$ の値は小数点以下8桁まで求めて置き, 更にC−A×B の操作におけるBの読み込み, 読み出しも Bの小数点以下8桁までを用いるようにした方が安全であると考える. 即ちこの場合には,

$$\delta=0.000000005A+0.00005$$

であるのでAの充分大きい値に対しても安全であろう.

要約すれば,

(1) Card System の計算機械を用いて線型計画を行う場合には, card 所要量及び 602-A の操作時間は多小大になるが Charnes 法の方が実際的である.

(2) Electronic Calculator のような記憶容量の大きい機械を用いる時には Dantzig の Produst Form 法が有効になるであろう.

(3) 鴨志田氏の配線盤を用い Charnes 法により機械計算する場合, C−A×B のための C′/A′=B の操作は小数点以下8桁まで求めるよう改良した方が良い.

と云うことを, 我々の貧しい経験から報告申し上げて皆様の参考に供したい.