である．

第1表においては，基底 $B_{m+n}$（こゝでは $B_{12}$）は，$\bar{P}_j$ ($j=5,\cdots\cdots,8$) 及び $\bar{Q}_j$ ($j=1,\cdots\cdots,8$) によつて構成されている．$B_{m+n}$ 欄は先のルールに従つて，同じ $j$ について $\bar{P}_j$ と $\bar{Q}_j$ とが同時に基底に含まれるものについては，＋，－を共に記入し，$\bar{Q}_j$ 単独で含まれるものに対しては，－を記入してある．尚 $\bar{P}_j$ が単独に含まれているものはない．

そこで次の段階で基底 $B_{m+n}$ に入るベクトルはこの第1表では勿論，その $B_{m+n}$ 欄に－をもち，而もその $z(P_j)$ 欄が－であるものから選ばれる．（7）に従つて $\bar{P}_1$ が選ばれる．

次に現在の基底から出るべきベクトルの則定規準としては（9）が用いられ $\theta=b_1$ (20) が決定される．即ち $\bar{P}_1$ が入つて $\bar{Q}_1$ が出ることになつた．従つて第2表作成のための計算手続は，先に示した計算手続の($B$)（i）に従えばよい．

更にこの第2表によつて与えられる基底解から第3表へ進むが，上と同様にして次に基底に入るベクトルとして $\bar{P}_4$，出るベクトルとして（9）より $\bar{P}_5$ が決定される．よつて計算手続は ($B$) iii) に従えばよい．以下同様である．但し（7），(7′) には必ずしも従つていない．

先に示した所から，最適解は第6表で与えられる．最適解は $\bar{P}_1$ を20単位，$\bar{P}_2$ を20単位，$\bar{P}_3$ を20単位，$\bar{P}_4$ を62/5単位のそれぞれの水準で用いること，即ち，製品 $A$ を40単位（工程 $A_1$ によつて20，$A_2$ によつて20），製品 $B$ を20単位，同じく $C$ を62/5単位生産することを表わしている．$z_0(\max)=15,600/17$（円）である．

最後に，有界変数の問題を以上に示した手法に従つて解くに当つても，勿論，A. Charnes, C. E. Lemke による madified simplex method 或は，同じことであるが，G. B. Dantzig 其他による Generalized simplex method を用いることが出来ようが，これらは有界変数の問題にのみ関係するものではなく，又有界変数の問題の解法が持つている特徴を明らかにするためにも，こゝではこれらの方法との関係については触れなかつた．

# Simplex Method の發展について

横　山　保

線型計画の問題の計算法として Dantzig により考案された単体法 (simplex method) は，その後，計算上の観点から幾つかの進歩が為されている．そこでこの進歩を跡附けてみる為に，通常の simplex tableau の考え方から如何なる方向への進展が可能であるかを検討する．（1）先ず第一に考えられることは，単体法の計算の各段階に於いて，その計算に必要とされる最小限度の情報を明確にし，これを用いて計算を遂行することである．これは計算の上で考えられる理論的限界であり，Charnes, Lemke の言う如く誤差を control する方法でもある．（2）計算機 (computer) を用いて計算する配慮から，最終過程に到達する為に，各段階に於いて必要とされる情報の stock しなければならぬ量を最小にし，且つ計算の単純化を考えること．（3)技術行列 (technology matrix)…制限条件の不等式の係数から作られる行列…の特殊なタイプを利用すること．勿論この場合特殊なタイプを考えることは，それが実際に屢々起る可能性があることの保証を必要とする．

以上の三つの方向が考えられるのであるが，（1）については，Dantzig によつて展開された計算の各段階に於いて基底行列の逆行列を求めて行く方法がある．そうして Dantzig は同時に縮退 (degeneracy) の問題を解決している．この方法の紹介は本誌1巻1号所載の「Dantzig の Generalized Simplex Method について」に於いて為されている．（2）については，Dantzig, Orchard-Hays による Product Form を用いる方法がある．高度の計算機を用いる際はこの方法は極めて優れているようであるが，特にこの方法では，単位行列に一つの行が埋没しているような行列 elementary matrix を情報として stock すること，及び inner product の計算が容易であることの二つの条件を満足しうる計算機にとつては優れた方法であると考えられる．I.B.M. の701計算機を用いてこの方法を実行したと報ぜられている．これについては本誌次号で紹介が行われる予定である．

（3）については，先ず輸送計画の問題が考えられる．このタイプの問題が屢々起るものであることは充分了解されるであろう．この場合については良く知られている計算方法があり，勿論それは simplex method を技術行列の特殊なタイプを利用して単純化したものであることは容易にわかる．次に同様に屢々起る問題として有界変数の問題が考えられる．線型計画をオペレーションズ・リサーチの一つの技法として用いるときは，変数の値が現実のそれと余りにひどく異なることは，政策決定の参考としての意義を小にするのみならず，現実の状態から設定された線型計画の条件を変化させるか，乃至は新しい制限を追加せしめる如き結果に落ち入り，解の意義を失わせる可能性が充分存在する．従つて変数に対して上，下限が附される如き線型計画の問題は実際上の見地から屢々起ると考えられる．この種の問題に対する simplex method の単純化が本誌に於いて紹介された Charnes, Lemke の有界変数の問題に対する解法である．この有界変数の問題では，基底行列が，基底行列の部分行列の逆行列を知るならば容易に求まることを利用しSimplex tableau の縮小を考える方法である．以上 Simplex Method の発展について簡単に述べ，線型計画の計算法についての紹介の間の関係を示して置く．