

それは機械の平均故障時間を2時間に固定し、欠勤による損失時間を2.4時間に固定したためであつて一般に γ_1, γ_2 はその範囲内の整数を全部とることが可能である。なお、不良率は一応現状のまま、すなわち $\gamma_3=2$ で変動しないものとする。

いま、 γ_1 と γ_2 の組合せを作り、(18)式によつてその確率を求めると第3表のようになる。

$p(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$	p の 値	$p(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$	p の 値
$p(0, 0, 2, 78)$	6.326×10^{-5}	$p(4, 5, 2, 69)$	3.553×10^{-4}
$p(0, 2, 2, 76)$	3.648×10^{-4}	$p(4, 7, 2, 67)$	7.619×10^{-6}
$p(0, 5, 2, 73)$	6.826×10^{-6}	$p(6, 0, 2, 72)$	5.371×10^{-2}
$p(0, 7, 2, 71)$	1.640×10^{-7}	$p(6, 2, 2, 70)$	2.637×10^{-2}
$p(2, 0, 2, 76)$	1.226×10^{-3}	$p(6, 5, 2, 67)$	3.930×10^{-4}
$p(2, 2, 2, 74)$	1.807×10^{-3}	$p(6, 7, 2, 65)$	1.951×10^{-6}
$p(2, 5, 2, 71)$	1.240×10^{-4}	$p(8, 0, 2, 70)$	3.391×10^{-2}
$p(2, 7, 2, 69)$	2.819×10^{-6}	$p(8, 2, 2, 68)$	1.562×10^{-2}
$p(4, 0, 2, 74)$	4.315×10^{-2}	$p(8, 5, 2, 65)$	2.097×10^{-4}
$p(4, 2, 2, 72)$	2.239×10^{-2}	$p(8, 7, 2, 63)$	1.108×10^{-7}

第 3 表

このうち確率の一番大きいのは $p(6, 0, 2, 72)$ であるから、このときの生産単位時間が一番多く表われると考えられる。したがつて、このときの

損失時間の和 すなわち

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 6 + 0 + 2 = 8$$

に相当するだけ完成量に加え、さらに歩留率を考慮して生産量とすればよい。たとえば、今期 T (6日)の生産量が960単位とすれば、1日では160単位であり、生産単位時間では $160/80=2$ である。歩留率を80%とすれば1日の仕込量 y は

$$y = \frac{100}{80} [160 + 2(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)] = 220$$

となる。いま一般式で示せば

$$y = \frac{1}{\lambda} (v_1 + \frac{v_1}{80} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)) \dots \dots \dots (20)$$

但し λ : 歩留率

v_1 : 1日当り生産量 (製品在庫への供給量)

$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$: $p(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$ が γ の意味ある範囲内での最大点

なお、この y は在庫管理期間 T の間は一定とし期間の変化毎に y を変化することになる。

以上はモデルについての考察で、実際の場合は複雑になつて計算も面倒になるであろう。

保証試験についての一考察

中 上 節 夫*

1. 序 論

現今の一般の製造会社では自社製品について一定の社内規格を設け、其の規格に合格するものを製品として売出し、更に生産面では此の規格に合致する様に各種の品質管理の手法を応用して工程が管理されている。しかしながら此等の事は半恒久的にしかも比較的大量に製造されるものについて行われ、特殊な註文品又は稀にしか製造されない製品については適用し難い。後者の様な場合如何にして出荷時の品質を保証し、会社の対外的信用を維持して行くか? 問題になる。此の様な問題について当社で起つた最近の二、三の問題に従つて考察を進めて見たいと思う。

普通製品が納入される場合受入れ側に或る一定の規格があり、それに適当な一定の受入れ検査が行われそれに合格するものが納入される事になる。したがつてこゝでの問題は如何にして受入れ検査での合格率を上げるかと云う事になる。此の際勿論自社の製造工程を全く崩して規格に合格する事だけに汲々として大きな損失を生む事は良くないので、此の点も考慮された製品保証の方法が考えられねばならない。

受入れ規格が自社の工程の能力、経験から見て“ユルイ”もので、過去の資料或は技術的所見等から自社の予定工程が充分平常な状態に維持されるならば殆んど規格に合格する事が可能である場合は、此の問題は非常に簡単になる。納入品が若し

* 田辺製薬生産部生産管理課

其の工程に於いて初めて製造されるものであつても、此の様な場合には従来の同種の製品に対する経験即ち作業標準、管理図等の結果を考慮する事によつて或る一定の工程の状態を規定して其の工程の管理を行つておけばよいわけである。然しながら一般には此の様な場合のみを期待出来ず、自社の工程に対し相当“キツイ”受入検査が行われる事がある。此の時いたずらに比較的安定な工程をいじつて合格率を上げる事に汲々とすれば却つて工程を非管理状態に陥らせ本質的に大きな損失を生む事がある。したがつて当面の問題としては製造工程が一応安定しておれば、出来上り又は途上の製品をどれだけ受入検査に合格するかを試験して、適当な action を施して、合格の可能性の多いものを出荷する様にして合格率を上げようとする事になる。こゝで行う試験を以後保証試験と呼ぶ事にする。

最近では大抵の会社では統計的抜取検査法の普及によつて受入検査は統計的に相当厳格なものが用いられる様になり、又此の様な方法の効用が充分認識されて来ているので、かつてよく用いられた様な姑息な手段での納入品の合格をはかる事は却つて悪結果を示し、大きな不利益をもたらすものと思われる。したがつて製品保証試験もあくまで統計的な基礎の上に打たてられたものが考えられねばならない。

一般に受入検査は製品の種類、受入れ側の状況等の色々な制約に応じて定められるもので多種多様であるから一般的に保証試験を述べる事は不可能であり又不適当である。しかし根本は受入れ側の受入検査の方法を統計的に充分熟知し、其れに適当な保証試験を個々に作り出せばよいわけである。こゝでは二つの比較的単純な然し普通によくあらわれるものについての保証試験の方法を述べようとするのであるが、此の様な考え方は或る程度一般の問題に適用して行けるのではないかと思われる。

こゝで考えられる保証試験の方法は或る適当な信頼度で合格率が或る指定された値以上である事が云える様な試験をロットからの標本一以下此れを保証サンプルと呼ぶ事にする一によつて行おうとするものである。此の為には若し過去のデータ

によつて試験される特性値の母数に対するものとか分布型に対する information が利用出来る時は出来るだけ利用し、又必然的に要求されるわけであるが保証サンプルは比較的大きなものが用いられるものとする。

こゝで採上げられた受入れ検査規格は次の様なものです。

〔規格 I〕 大きさ n の標本の平均値が a_1 と a_2 との間になければならぬ。

〔規格 II〕 大きさ n の標本の個々の値と其の平均値との差が平均値の $100p\%$ 以内でなければならぬ。

此等二つの規格は時には同一標本に対して、同時に要求される事もあるかも知れぬが、其の場合は統計的にやゝ難かしくなるので別個に出されたものと仮定して独立な保証試験規格を作ることにする。用いられる統計的方法は exact なものばかりでなく漸近的なものも用いられ、計算に於いても適当な条件の挿入による近似的なものも又使用されているが、保証サンプルの大きさが比較的大きくとられると云う事から充分妥当であるものと考えられる。

更に又保証試験の作成には

- 1) 過去のデータが利用出来る場合
- 2) 利用出来ない場合

の両方について考察を進めて行きたいと思ひます

2. 規格についての考察

- 1) 過去のデータが利用出来る場合

工程の性質が大體わかつており、特性値の分布型が或る程度はつきり知られ、又其の中の母数のいくつかに大凡の値を推定するための資料があると仮定される。

最初に特性値が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ にしたがつて分布する事がわかつており、 σ に対する推測が過去のデータから可能であると云う場合を考える。こゝで特に σ だけについて過去のデータによる推測が可能であるとしたのは σ は工程の安定状況を規定し、今製造されるものが初めて作られるものであつても過去のデータを利用出来る場合があり、又此の σ を変化させる様に工程を変える事が工程を乱して大きな不利益をもたらすと考えられる事がかつて経験されたからです。

先ず過去のデータより σ^2 の信頼度 α_1 の信頼区間を求め、其の上限を σ_U^2 とする。此の時大きさ m の保証サンプルの平均値 \bar{x} を用いると、 μ の信頼度 $\alpha_1 \alpha_2$ を持つ信頼区間は高々

$$\bar{x} \pm u_{\alpha_2} \frac{\sigma_U}{\sqrt{m}}$$

となり、又大きさ n の標本平均値の少くとも 100β % は信頼度 α_1 を持つて

$$\mu \pm u_{\beta} \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}}$$

の中に入る。此等を組合わせると、保証試験規格として次のものを得る。

$$\boxed{\alpha_1 + \frac{u_{\alpha_2} \sigma_U}{\sqrt{m}} + \frac{u_{\beta} \sigma_U}{\sqrt{n}} \leq \bar{x} \leq a_2 - \frac{u_{\alpha_2} \sigma_U}{\sqrt{m}} - \frac{u_{\beta} \sigma_U}{\sqrt{n}}}$$

大きさ m の保証サンプルの平均値が上の規格を満足すれば信頼度 $\alpha_1 \alpha_2$ で規格 I に合格する確率が少くとも β であると云える。

規格 I の様なものは特性値の分布が正規型か対称型でなければ非常に意味のうすいものであるが受入れ側に十分に製造工程が知られていない場合には必ずしも特性値の分布が此の様でなくとも作られる。更に此の様な状況は比較的多いと思われる。それで特性値の分布が対称型でない場合例えば対数正規型の場合ほどの様になるかを考えて見る。

今特性値が頻度函数

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma x} e^{-\frac{(\log x - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 < x < \infty$$

を持つて分布するとする。

$$b = e^{\mu + \sigma^2/2}, \quad d^{(n)} = \frac{\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}}{n}$$

とおき σ^2 についての信頼度 α_1 の信頼区間の上下限を夫々 σ_U^2, σ_L^2 とすると b の信頼度 $\alpha_1 \alpha_2$ の信頼区間は高々

$$\left[\frac{\bar{x}}{1 - u_{\alpha_2} d_U^{(m)}}, \frac{\bar{x}}{1 + u_{\alpha_2} d_L^{(m)}} \right]$$

となり、大きさ n の標本の平均値の 100β % 以上が区間 $[a_1, a_2]$ に入るには

$$\frac{a_1}{1 - u_{\beta_1} d_U^{(n)}} \leq b \leq \frac{a_2}{1 + u_{\beta_2} d_L^{(n)}}$$

なる事を要する。但しここで $\beta = \beta_1 + \beta_2$, 此等の関係から保証試験規格として次のものを得る。

$$\boxed{\frac{a_1}{1 - u_{\beta_1} d_U^{(n)}} (1 + u_{\alpha_2} d_U^{(m)}) \leq \bar{x} \leq \frac{a_2}{1 + u_{\beta_2} d_L^{(n)}} \times (1 - u_{\alpha_2} d_U^{(m)})}$$

2) 過去のデータの利用出来ない場合。

こゝでは分布型についての information は一般に与えられませんので、分布型が何でも或る適当な条件のもとでは標本平均値は漸的に正規分布する事を用いようとする。大きさ m の保証サンプルを取るかわりに n の標本を i 個取り ($in = m$) 夫々の平均を $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i$ とし、此等の平均値の不偏分散を $s_{\bar{x}}$ とすると、 t -分布を応用する事により次の保証試験規格を得る。

$$\boxed{\bar{x} - ks_{\bar{x}} \geq a_1, \quad \bar{x} + ks_{\bar{x}} \leq a_2}$$

$$k = \sqrt{1 + \frac{1}{i}} t_{\beta}^{(i-1)}$$

保証サンプルについて上の規格を満足すれば、規格 I に合格する確率が β 以上なる事が云える。

又若し分布型が正規型なる事が確実に仮定されるならば、大きさ m の保証サンプルに対し先と同様に t -分布を用いて次の保証試験規格を得る。

$$\boxed{\bar{x} - ks \geq a_1, \quad \bar{x} - ks \leq a_2}$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} t_{\beta}^{(m-1)}$$

3. 規格 I についての考察

こゝでは特性値の分布に正規性を仮定しなければ、統計的な取扱が困難になるので、常に特性値は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従つて分布すると仮定する。

1) 過去のデータの利用出来る場合

大きさ n の標本の平均値を \bar{y} とし、個々の値の一つを y で表わすとする。又 q を

$$q^n = \beta$$

なる式を満足する値とする。

$y - \bar{y}$ と \bar{y} が独立なる事より

$$P(-p\bar{y} < y - \bar{y} < p\bar{y}) \geq$$

$$P(-k\sigma < y - \bar{y} < k\sigma) P(\bar{y} \geq \frac{k}{p}\sigma)$$

なる事が云える。更に右辺の第一因子は母数に無関係であり、第二の因子は規格 I で考えたと同様にして適当な信頼度で求める事が出来る。即ち大きさ m の保証サンプルについて

$$\bar{x} \geq \left(\frac{k}{p} + \frac{u_{\alpha_2}}{\sqrt{m}} + \frac{u_{\beta_1}}{\sqrt{n}} \right) \sigma_U.$$

が成立てば,

$$P(\bar{y} \geq \frac{k}{p} \sigma) \geq q_1$$

なる事が信頼度 $\alpha_1 \alpha_2$ で云える. k を

$$P(-k\sigma < y - \bar{y} < k\sigma) \cdot q_1 = q$$

なる如くえらび

$$\frac{k}{p} + \frac{u_{q_1}}{\sqrt{n}}$$

が最小になる様に q_1 をえらぶと所用の保証試験規格が得られ, それは次の如くなる.

$$\bar{x} \geq \left(\frac{k}{p} + \frac{u_{\alpha_2}}{\sqrt{m}} + \frac{u_{q_1}}{\sqrt{n}} \right) \sigma_U$$

$$P(-k\sigma < y - \bar{y} < k\sigma) \cdot q_1 = q, q^n = \beta$$

保証サンプルの平均値が此の保証試験規格を満足すれば, 規格Ⅰに合格する確率が β 以上なる事が信頼度 $\alpha_1 \alpha_2$ で云える.

2) 過去のデータの利用出来ない場合.

大きさ n の標本の平均値を \bar{y} , 二次の中心積率を s_1 , 個々の値の一つを y で表わす.

$(y - \bar{y})/s_1$ と s_1, \bar{y} が夫々独立である事を用いると,

$$P(-p\bar{y} < y - \bar{y} < p\bar{y}) \geq$$

$$P(-ks_1 < y - \bar{y} < ks_1) \cdot P\left(\frac{s_1}{\bar{y}} \leq \frac{p}{k}\right)$$

なる事が云える. 右辺の第一因子が母数に無関係なる事が証明出来, 且其の値も近似的に求める事が出来る. 更に s_1/\bar{y} は適当な条件を仮定すると漸近的に正規分布し, $c = \sigma/\mu$ が充分小さいと, 大きさ m の保証サンプルの平均 \bar{x} と二次の中心積率 s を用いると近似的な信頼度 α の c の信頼区間は

$$\frac{s}{\bar{x}} \left/ \left(1 \pm \frac{u_{\alpha}}{\sqrt{2m}} \right) \right.$$

で与えられる. 又

$$\frac{p}{k} - c_0 = u_{q_1} \sqrt{\frac{c_0^2}{2n} (1 + 2c_0^2)}$$

を満足する c_0 を用いて

$$\frac{s}{\bar{x}} \leq c_0 \left(1 + \frac{u_{\alpha}}{\sqrt{2m}} \right)$$

が満足されれば, 信頼度 α で

$$P\left(\frac{s_1}{\bar{y}} \leq \frac{p}{k}\right) \geq q_1$$

が云える. 以下は 1) に於けると同様に考察を進めれば, 所用の保証試験規格として, 次の如きものを得る.

$$\frac{s}{\bar{x}} \leq c_0 \left(1 + \frac{u_{\alpha}}{\sqrt{2m}} \right), \frac{p}{k} - c_0 = u_{q_1} \sqrt{\frac{c_0^2}{2n} (1 + 2c_0^2)}$$

$$P(-ks_1 < y - \bar{y} < ks_1) \cdot q_1 = q, q^n = \beta$$

保証サンプルが上の保証試験規格を満足すれば規格Ⅰに合格する確率が β 以上なる事が信頼度 α で云える.

4. 結 論

こゝで提出した問題を既往の言葉で表現すれば製品の規格として, 個々の特性値に対してでなくロットに対する抜取検査方式が与えられている場合の出荷試験と云う事になる. こゝで挙げた問題は比較的単純な又特殊なものにしか過ぎないが, 今後此の種の問題は抜取検査法の発達に従つて増加し, 且つ必要性も大になつて来る事と思われる. 非常に不完全な報告ですが, 今まで割合採上げられなかつた問題について一つの試みとして考察を進め一応の結論を得たので報告致しました. 今後各種の問題に直面する毎に方法も改善され, 且つ多くの場合についての解も得られる事と思ひます. たゞ現在の考察の方式に於いて信頼度の挿入が相当結果に影響し, 実施した場合に相当“キツイ”保証試験が得られる様であるので, 此の点について今後充分な検討がなされるべきだと思ひます.

新刊雑誌紹介

今般オペレーションズ・リサーチについて下記の専門雑誌が刊行された.

「オペレーションズ・リサーチ」

発行所 日本科学技術連盟

(東京都中央区京橋1ノ2大阪商船ビル内)

編集委員 委員長 国沢清典, 副委員長 近藤次郎氏等33名.

発行日 隔月15日

Vol. 1, No. 1, の主な内容は次のとおり.

経営者と O.R.

松田 武彦

近代化する天気予報

高橋 浩一郎

産業における人間関係

戸田 正直

非 O.R 的数術

中原 勲平

幾何学的調査法の話

増山 元三郎

他に鼎談会, ケース・スタディー, 講座, 手法紹介等の記事が載せられている.