在庫管理に対する一考察

春日井　博*

§はしがき

19世紀の末葉までは，在庫は富の尺度を示し，在庫の多いことは資産内容の良いこと表示するものとして歓迎さえもされた．

それが世界第一次大戦後に襲つた世界大恐慌により，考え方が逆になつた．その結果は在庫は企業の墓場であるとすら叫ばしめるに至つたのである．

以後，在庫管理に関しては種々の研究がなされ特に近年はO.R.の導入により顕著な業績が挙げられている．

筆者が，ここに述べんとするのも，このO.R.の考え方に基づいた在庫管理の問題である．すなわち，企業内で統計的に需要分布函数が分つた場合の在庫量の適正規準を決定せんとするものである．

この分布が正規分布の場合は，既に論述したので，ここでは，ポアツソン分布の場合の在庫量の適正規準決定について考察を試みてみることとする．

§本　論

需要の分布が正規分布をなす場合は，企業体が連続生産している，いわゆる量産企業体の場合と見做し得るに対し，ポアツソン分布の場合は個産企業体がそれにあてはまると考えられる．

さて，需要の分布函数（累積）を $G(s)=\sum_0^s \frac{m^x e^{-m}}{x!}$ とする．

次に，製品を ξ 単位だけ販売したときの総収益を

$$a\xi + a_0$$

とする．ここに a は製品一単位当りの売上価格であり，a_0 は企業の存在価値，たとえば，営業権ないしは「のれん代」とし常数とする．

かゝるときに，総収益の期待値は次式で示されるであろう．

$$\begin{aligned}&\sum_0^{\infty}(a\xi+a_0)\,g(x)\\&=\sum_0^{s}(a\xi+a_0)\,g(x)+\sum_s^{\infty}(a\xi+a_0)\,g(x)\\&=as[1-G(s)]+a\sum_0^{s}xg(x)+a_0\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{aligned}$$

次に，s 単位を生産するに要する費用であるがこの場合には正規分布の場合に考えたような量産の経済性は考えられないので，一単位あたりの変動費を b_0，固定費を K とすれば，次式を得る．

$$sb_0+K \qquad (b_0>0)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

さらに，s 単位を次期に繰越す，倉敷費および金利等を次式で示す．

$$cs+\text{const.}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

以上を企業基準方程式にまとめると，損失の期待値は（1），(2)，(3)および(4)より

$$\begin{aligned}&\text{const.}+s(c+b_0)-as[1-G(s)]\\&\qquad -a\sum_0^{s}xg(x)-a_0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)\end{aligned}$$

を得る．

次に(5)式で考慮外におかれた不足在庫による損失を π とすれば，需要量 x が在庫量 s に等しいか，小なる場合は $\pi=0$ である．もし $x>s$ であれば $(x-s)$ が不足在庫となり損失が発生する．さてこの損失のうち量に関係しない損失，すなわち信用失墜による推定損失額を A，量に関係する損失を B とすれば

$$\left.\begin{aligned}&\pi=A+B(x-s)\quad (x>s)\\&\pi=0\qquad\qquad\qquad (x\leq s)\end{aligned}\right\}\text{のとき}\cdots\cdots(6)$$

となる．π は期待値をもつたRandom Variableと見做うるので次式を得る．

$$\begin{aligned}&\sum_s^{\infty}\{A+B(x-s)\}\,g(x)\\&=A[1-G(s)]-Bs[1-G(s)]+B\sum_0^{\infty}xg(x)\\&=(A-Bs)[1-G(s)]+B\sum_s^{\infty}xg(x)\cdots\cdots\cdots(7)\end{aligned}$$

したがつて期待される総損失は(5)，(7)より

$$\begin{aligned}L(s)&=s(c+b_0)-as[1-G(s)]-a\sum_0^{s}xg(x)\\&\quad+(A-Bs)[1-G(s)]+B\sum_s^{\infty}xg(x)+\text{const.}\\&\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)\end{aligned}$$

* 早稲田大学第一理工学部工業経営学科助教授

さて，(8)式は不足在庫損失をも含めた一般式であるが，注文個産企業体では(8)式に含まれる(7)式の結果は左程必要ではないことが多いし，たとえ必要であるとしても信用失墜による損失 B はほとんど重要ではない．

これらの考慮より次の二式を解析すれば充分であろう．

$$L'(s)=s(c+b_0)-as[1-G(s)]-a\sum_0^s xg(x)+\text{const} \quad\cdots\cdots(9)$$

$$L''(s)=s(c+b_0)-as[1-G(s)]-a\sum_0^s xg(x)-Bs[1-G(s)]+B\sum_s^\infty xg(x)+\text{const} \quad\cdots(10)$$

すなわち(9)，(10) のそれぞれの極小値を求めることが当面の課題である．しかし，ポアツソン分布は階段函数で確率密度を持たぬので微分学による手法を用いることが出来ぬので，図表による解析を試みることとした．

はじめに(9)式より

$$L'(s)=s(c+b_0-a)+a[sG(s)-\sum_0^s xg(x)]+\text{const.}$$

$$\frac{L'(s)}{a}=s(\frac{c+b_0}{a}-1)+\text{const.}+[sG(s)-\sum_0^s xg(x)] \quad\cdots\cdots(11)$$

(11)式を二つの函数部分

$$L_1'(s)=s(\frac{c+b_0}{a}-1)+\text{const.} \quad\cdots\cdots(12)$$

$$L_2'(s)=sG(s)-\sum_0^s xg(x) \quad\cdots\cdots(13)$$

とに分けて考えれば(12)式はsの一次式であつて，$\frac{c+b_0}{a}-1 \gtreqless 0$ に応じて勾配が変る．

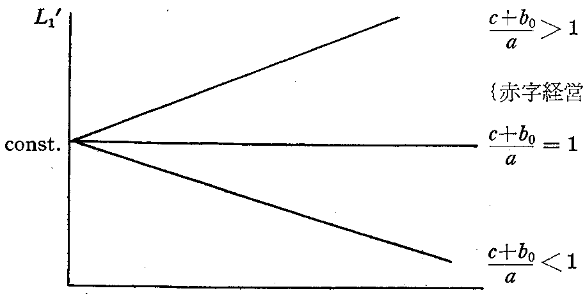

Fig. 1

(13)式は(12)式と異なつて階段函数であるから分布型のmを求めて第1表を作製して検討する．

このような表の結果$[sG(s)-\sum_0^s xg(x)]$ の値を図に打点し，それを曲線にて結び，第1図と組合わせることによつて $\frac{L'(s)}{a}$ のグラフを得ることが出来る．したがつて得られた $\frac{L'(s)}{a}$ のグラフの極小点 s の近傍の整数値をとれば，それが適正水準となる．

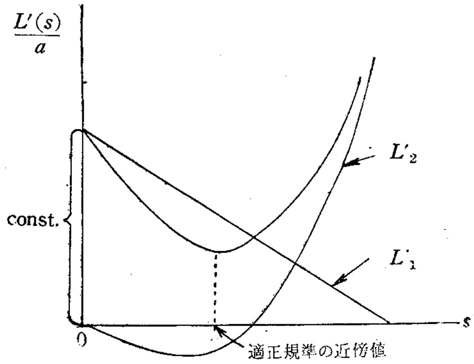

Fig 2

なを $\frac{c+b_0}{a}=1$ のときは $L_2'(s)$ の極小値が s^* となるから，第1表から直接に読みとることが出来る．グラフは企業の $\frac{c+b_0}{a}$ の値およびmの値によつて種々変るから，グラフの形を一概に決めることは出来ない．種々なmの値について第1表のような表を作製しておけば利あることと信ずる．

つぎに(10)式について解析してみよう．(10)式を次のごとく変形する．

$$\begin{aligned}(10)\text{式}&=s(c+b_0-a-B)+\text{const.}+(a+B)sG(s)-a\sum_0^s xg(x)+B\sum_s^\infty xg(x)\\&=s(c+b_0-a-B)+\text{const.}+(a+B)[sG(s)-\sum_0^s xg(x)]+B\sum_0^\infty xg(x)\end{aligned}$$

ここに，$B\sum_0^\infty xg(x)$ は変数 s を含まない定数となる．したがつて上式は

$$L''(s)=s(c+b_0-a-B)+B\sum_0^\infty xg(x)+\text{const.}+(a+B)[sG(s)-\sum_0^s xg(x)] \quad\cdots(14)$$

となる．$L'(s)$ の場合と同様，定数 $(a+B)$ にて両辺を割れば

$$\frac{L''(s)}{a+B}=s(\frac{c+b_0}{a+B}-1)+\frac{B\sum_0^\infty xg(x)+\text{const.}}{a+B}+[sG(s)-\sum_0^s xg(x)] \quad\cdots\cdots(15)$$

を得る．したがつて，

$$L_1''(s)=s\left(\frac{c+b_0}{a+B}-1\right)+\frac{B\sum_0^{\infty}xg(x)+\text{const.}}{a+B}\cdots(16)$$

$$L_2''(s)=L_1'(s)=\left[sG(s)-\sum_0^{s}xg(x)\right]\cdots\cdots\cdots(17)$$

の両式を組合わせることによつて前と全く同様解析することが出来る．なお$\sum_0^{\infty}xg(x)$ は第１表に与えられている．

第　1　表

$m=1$

x	$g(x)$	$G(s)$	$sG(s)$	$xg(x)$	$\sum_0^s xg(x)$	$sG(s)-\sum_0^s xg(x)$
0	0.367879	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.367879	0.36788	0.36788	0.36788	0.36788	0.00
2	0.183940	0.73576	1.47152	0.36788	0.73576	0.73576
3	0.061313	0.91950	2.75850	0.18393	0.91969	1.83881
4	0.015328	0.98101	3.92404	0.06132	0.98101	2.94303
5	0.003066	0.99634	4.98170	0.01535	0.99636	3.95534
6	0.000511	0.99941	5.99646	0.00306	0.99942	4.99704
7	0.000073	0.99992	6.99944	0.00049	0.99991	5.99953
8	0.000009	0.99999	7.99992	0.00007	0.99998	6.99994
9	0.000001	1.00000	9.00000	0.00001	0.99999	8.00001

$m=5$

x	$g(x)$	$G(s)$	$sG(s)$	$xg(x)$	$\sum_0^s xg(x)$	$sG(s)-\sum_0^s xg(x)$
0	0.006738	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.033690	0.00674	0.00674	0.03369	0.03369	-0.02695
2	0.084224	0.04043	0.08086	0.16845	0.20214	-0.12128
3	0.140374	0.12464	0.37292	0.42112	0.62326	-0.25034
4	0.175467	0.26503	1.06012	0.70187	1.32513	-0.26501
5	0.175467	0.44049	2.20245	0.87734	2.20247	-0.00002
6	0.146223	0.61506	3.69036	0.87734	3.07981	0.61055
7	0.104445	0.76218	5.33526	0.73112	3.81093	1.52433
8	0.065278	0.86663	6.93304	0.52222	4.33315	2.59989
9	0.036266	0.93191	8.38719	0.32639	4.65954	3.72765
10	0.018133	0.96818	9.68180	0.18133	4.84087	4.84093
11	0.008242	0.98631	10.84941	0.09066	4.93153	5.91788
12	0.003434	0.99455	11.93460	0.04121	4.97274	6.96186
13	0.001321	0.99799	12.97387	0.01717	4.98991	7.98396
14	0.000472	0.99931	13.99034	0.00641	4.99632	8.99402
15	0.000157	0.99978	14.99670	0.00236	4.99868	9.96832
16	0.000049	0.99993	15.99888	0.00078	4.99946	10.99942
17	0.000014	0.99998	16.99966	0.00024	4.99970	11.99996
18	0.000004	0.99999	17.99982	0.00007	4.99977	13.00005
19	0.000001	0.99999	18.99981	0.00002	4.99979	14.00002

§ 仕掛中の事故についての考察

以上は在庫量の適正水準について述べたが，実際には基準量だけ適確に生産することは難かしい．それは仕掛中に機械故障とか，欠勤とか，あるいは不良率等の要因のために一定量を仕掛けても完成量は変動するからである．

いま，次のような工程を考えてみよう．

10台の同種の機械が並んでいて，１台の機械に従業員が１人づつついており，しかも流れ作業を行つているものとする．ここで取りあげられる要因は（１）機械故障率，（２）欠勤率，（３）不良率の３つとする．

（１）　機械故障率について

いま，1.000 時間，10 台の機械の故障回数が38であつたとすれば，時間当りでは 0.038 となる．さらに故障１回についての損失時間（修理時間）は平均２時間であつたとすれば，１時間当りの期待損失時間は0,038×2＝0.076である．

ここで10台の機械を１日８時間稼動すると延80時間となり，これを生産単位時間80と呼ぶことにする．上記の損失時間をこの80に換算すれば6.08となる．これを生産単位損失時間γ_1と呼ぶ．$p_1=\frac{\gamma_1}{n}=\frac{6}{80}$ でこの p_1 は生産単位時間の機械故障による損失時間の割合で，損失時間を定める確率と考えることができる．

一方ある期間（作業日数）にわたつて１日に生じた機械故障の回数を調査し，それがポアツソン分布に従つたと仮定する．

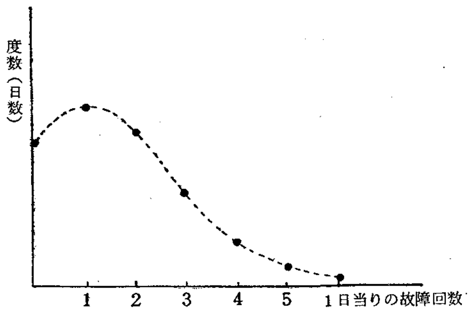

Fig 3

この仮定は左程無理ではない．10台の機械の故障回数は１日にそれ程多い筈はなく，少ない方に偏つていると考えられるからである．

また，各企業によつてデータをとり適当な確

率函数をあてはめればよい．

（2） 欠勤率について

これも機械の場合と同様，たとえば100日間の10人の欠勤数を調らべ，その総計が40であつたとすれば，1日当りの平均は0.4となる．このことは10台の機械が欠勤によつて0.4に相当するだけ止まるということになる．したがつて欠勤者による生産単位損失時間の割合は，

$$p_2=\frac{\gamma_2}{n}=\frac{0.4\times 8}{80}\fallingdotseq\frac{3}{80}$$

となる．しかし会社は欠勤者がある場合，それに代る従業員をその作業にわりあてるのが，普通であるが，不馴れのロスがある．いま代理作業者の能力を正規の作業者の70%とすれば

$$p_2=\frac{3}{80}\times\frac{30}{100}\fallingdotseq\frac{1}{80}$$ となろう．

また，ある期間，1日当りの欠勤者数についての分布を作り，それがポアツソン分布に従つたとすれば，その実例として O.W. Hamilton の例を引用する．

第2表

欠勤者数	度　数（日数）
0	15
1	16
2	12
3	7
4	1
5	1
合　計	52

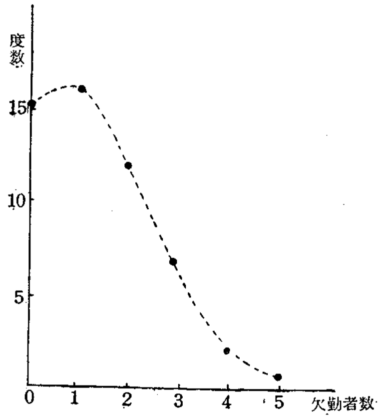

Fig 4

（3） 不良率について

いま，経験的な不良率が3%であるとすれば，これを生産単位損失時間に換算して前と同様p_3を求めれば，

$$p_3=\frac{\gamma_4}{n}=\frac{80\times\frac{3}{100}}{80}\fallingdotseq\frac{2}{80}$$

これは不良率による時間のおくれからくる期待値に他ならない．以上から完成量に含まれる生産単位時間の確率p_4を求めると

$$p_1+p_2+p_3+p_4=1$$

$$\therefore\ p_4=\frac{71}{80}$$

ここに $\gamma_1=6$, $\gamma_2=1$ $\gamma_3=2$, $\gamma_4=71$ はいずれも企業の経験的な期待値である．いまこれらの期待値の組合せが表わす確率を求めると

$$p(6,1,2,71)=\frac{80!}{6!\,1!\,2!\,71!}\left(\frac{6}{80}\right)^6\left(\frac{1}{80}\right)^1\left(\frac{2}{80}\right)^2\left(\frac{71}{80}\right)^{71}$$
$$=0.05359$$

すなわち，100回のうち約5回の割合でかゝる組合せが生じているになる．

一般に生産単位損失時間の色々な組合せの起る確率は

$$p(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)=\frac{80!}{\gamma_1!\,\gamma_2!\,\gamma_3!\,\gamma_4!}\left(\frac{\gamma_1}{80}\right)^{\gamma_1}\cdot\left(\frac{\gamma_2}{80}\right)^{\gamma_2}\cdot\left(\frac{\gamma_3}{80}\right)^{\gamma_3}\cdot\left(\frac{\gamma_4}{80}\right)^{\gamma_4}\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

で表わされる．

さて，機械の故障回数$m=2$，欠勤者数$m=1.34$であるとすれば，理論的な分布より

$$0.05\fallingdotseq\sum_{x}^{\infty}\frac{e^{-m}m^k}{k!}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

のxをそれぞれ求めることが出来る．

いま，$m=2$ならば$\sum_{x_1}^{\infty}\frac{e^{-2}2^k}{k!}=0.052653$であるから　$x_1=5$

$m=1.34$のとき$\sum_{x_2}^{\infty}\frac{e^{-1.34}(1.34)^k}{k!}=0.046138$であるから　$x_2=4$である．

これは機械故障について，100回に約95回の確からしさで4，3，2，1，0回が現われることを示している．x_2についても同様である．（3人以下）したがつて，それを生産単位損失時間γに換算すれば，機械故障については平均故障時間は2時間であるから，

$4\times2=8$, $3\times2=6$, $2\times2=4$, $1\times2=2$, $0\times2=0$,

欠勤については，1人について8時間の30%，すなわち2.4時間の損失であるから

$3\times2.4=7.2\fallingdotseq7$, $2\times2.4=4.8\fallingdotseq5$, $1\times2.4\fallingdotseq2$
$0\times2.4=0$

このことは(18)式において，80の可能数のうち

$0\leqq\gamma_1\leqq8$, $0\leqq\gamma_2\leqq7$（但しγ_1,γ_2は正整数）

をそれぞれγ_1,γ_2がとることを意味していると考えることが出来る．

ここでγ_1,γ_2は特定の整数だけをとつているが

それは機械の平均故障時間を2時間に固定し，欠勤による損失時間を2.4時間に固定したためであつて一般に γ_1, γ_2 はその範囲内の整数を全部とることが可能である．なお，不良率は一応現状のまゝ，すなわち $\gamma_3=2$ で変動しないものとする．

いま，γ_1 と γ_2 の組合せを作り，(18)式によつてその確率を求めると第3表のようになる．

$p(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$	p の 値	$p(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$	p の 値
$p(0, 0, 2, 78)$	6.326×10^{-5}	$p(4, 5, 2, 69)$	3.553×10^{-4}
$p(0, 2, 2, 76)$	3.648×10^{-4}	$p(4, 7, 2, 67)$	7.619×10^{-6}
$p(0, 5, 2, 73)$	6.826×10^{-6}	$p(6, 0, 2, 72)$	5.371×10^{-2}
$p(0, 7, 2, 71)$	1.640×10^{-7}	$p(6, 2, 2, 70)$	2.637×10^{-2}
$p(2, 0, 2, 76)$	1.226×10^{-3}	$p(6, 5, 2, 67)$	3.930×10^{-4}
$p(2, 2, 2, 74)$	1.807×10^{-3}	$p(6, 7, 2, 65)$	1.951×10^{-6}
$p(2, 5, 2, 71)$	1.240×10^{-4}	$p(8, 0, 2, 70)$	3.391×10^{-2}
$p(2, 7, 2, 69)$	2.819×10^{-6}	$p(8, 2, 2, 68)$	1.562×10^{-2}
$p(4, 0, 2, 74)$	4.315×10^{-2}	$p(8, 5, 2, 65)$	2.097×10^{-4}
$p(4, 2, 2, 72)$	2.239×10^{-2}	$p(8, 7, 2, 63)$	1.108×10^{-7}

第　3　表

このうち確率の一番大きいのは p (6, 0, 2, 72) であるから，このときの生産単位時間が一番多く表われると考えられる．したがつて，このときの損失時間の和　すなわち

$$\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3=6+0+2=8$$

に相当するだけ完成量に加え，さらに歩留率を考慮して生産量とすればよい．たとえば，今期 T（6日）の生産量が960単位とすれば，1日では160単位であり，生産単位時間では160/80＝2である．歩留率を80％とすれば1日の仕込量 y は

$$y=\frac{100}{80}[160+2(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)]=220$$

となる．いま一般式で示せば

$$y=\frac{1}{\lambda}(v_1+\frac{v_1}{80}(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

但し　λ：歩留率

v_1：1日当り生産量（製品在庫えの供給量）

$\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3$：$p(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$ が γ の意味ある範囲内での最大点

なお，この y は在庫管理期間 T の間は一定とし期間の変化毎に y を変化することになる．

以上はモデルについての考察で，実際の場合は複雑になつて計算も面倒になるであろう．

保證試驗についての一考察

中　上　節　夫*

1．序　論

現今の一般の製造会社では自社製品について一定の社内規格を設け，其の規格に合格するものを製品として売出し，更に生産面では此の規格に合致する様に各種の品質管理の手法を応用して工程が管理されている．しかしながら此等の事は半恒久的にしかも比較的大量に製造されるものについて行われ，特殊な註文品又は稀にしか製造されない製品については適用し難い．後者の様な場合如何にして出荷時の品質を保証し，会社の対外的信用を維持して行くかゞ問題になる．此の様な問題について当社で起つた最近の二，三の問題に従つて考察を進めて見たいと思う．

普通製品が納入される場合受入れ側に或る一定の規格があり，それに適当な一定の受入れ検査が行われそれに合格するものが納入される事になる．したがつてこゝでの問題は如何にして受入れ検査での合格率を上げるかと云う事になる．此の際勿論自社の製造工程を全く崩して規格に合格する事だけに汲々として大きな損失を生む事は良くないので，此の点も考慮された製品保証の方法が考えられねばならない．

受入れ規格が自社の工程の能力，経験から見て“ユルイ”もので，過去の資料或は技術的所見等から自社の予定工程が充分平常な状態に維持されるならば殆んど規格に合格する事が可能である場合は，此の問題は非常に簡単になる．納入品が若し

＊ 田辺製薬生産部生産管理課