第　4　表

使用原料に対する制限	(上記計算例) HSララップ≦10% バンクーバー10%〜12%	HSララップ≦10% バンクーバー10%〜12% スケール ≦30%	HSララップ≦10%	HSララップ≦10% スケール ≦20%
硫　粉(A)	182.5kg	206.2kg	65.2kg	455.2kg
硫　粉(B)	349.5 〃	320.2 〃	495.4 〃	10.5 〃
スケール	365.7 〃	351.4 〃	437.2 〃	200.0
砂　鉄	2.3 〃	2.2 〃	2.2 〃	2.3 〃
HSララップ	0	0	0	0
バンクーバー	100.0 〃	120.0 〃	0	332.0 〃
内地鉱石	0	0	0	0
購入費	円 4,512.2	円 4,545.3 (feasibility なし)	円 4,346.5	円 4,896.5

λ_3　スケール		365.7 〃
λ_4　砂　鉄		2.3 〃
λ_5　HSララップ		使用せず
λ_6'　バンクーバー		100.0kg
λ_7　内地産鉱石		使用せず

であり，コークスの使用量は，

$$A=50+\frac{3}{10}\left\{(18.25+34.95)-40\right\}$$
$$=53.96\ \text{kg}$$

である．

従つて，その費用は

硫　粉(A)	(2.9円×182.5)	529.3円
硫　粉(B)	(3.0円×349.5)	1,048.5
スケール	(5.5円×365.7)	2,011.4
砂　鉄	(4.1円×　2.3)	9.4
バンクーバー	(6.6円×　100)	660.0
コークス	(4.7円×53.96)	253.6
計		4,512.2

即ち，与えられた諸条件の下で達成し得る最低コストは4,512円20銭である．

IV　む　す　び

以上は，前記諸条件の下において，如何に配合を行えば原料費を最低ならしめ得るかを計算した一例である．

尚，諸条件が変更されゝば結果は当然異なるがそれらは上記の諸計算より比較的容易に導くことが出来る．しかし，いまは唯，使用原料に対する制限を二，三変更して計算した結果を例示するに止めたい．(第4表)

最後に，本稿で取扱つた計算は，大阪大学経済学部横山研究室の方々をわずらわしたことを附記して，深甚なる謝意を表する．

線型計画における條件の変化について

大　沢　　豊*

線型計画法をオペレーションズ・リサーチの一つの技法としてこれを実際に適用するという立場から見る時，最初に与えられた線型不等式の制限体系及び目的汎函数について導出された最適解が，諸種の常数の変化，あるいは条件の変更等によつて如何に変化するかを見ることは極めて重要な意味をもつものということが出来よう．即ち，オペレーションズ・リサーチとは，本来それによつてある企業活動についての最終決定を与えようとするものではなく，あくまでもその判断の基礎となるべき一連の資料を提供するものである．線型計画法とは企業の直面する一つの計画樹立の問題において，一組の線型の制限条件の下に，ある定められた目的を最適化するという形でそれを定式化し，所謂単体基準 simplex criterion にもとづいて所与の条件を満足する如き解を導出する手法である．ここで最適解として得られる情報は，しかしながら，その具体的な計画樹立の問題に対する唯一の解を意味するものではなく，況んやそれがその計画樹立の問題にとつての最終決定であると解釈されるべき性質のものでもない．線型の制約条件体系は，現実の企業活動の一つの数学的な模型であり，現実の一側面からの抽象化であるにすぎない．たとえそれが十全の準備の下に構

* 大阪大学経済学部助教授

成されたとしても，尚多くの数量化し難い幾多の要因が図式化されぬままに残されているわけであり，又一般的に企業活動の現実の姿を効果的に一連の数式として把握するためには，何回かの試行錯誤の過程を繰返さねばならないのが通常である．このことは実際には，あるモデルに対して導出せられた最適解を検討し，それが企業にとつて真の意味において実行可能なものであるか否かを判断し，その上で更に考慮すべき幾多の要因を追加した上であらためてよりよいモデルを設立するという操作を要求するであろう[1]．更に又模型に取入れられている諸常数の中には，企業外部における諸要因の変動によつて影響を蒙り易い性質のもの，あるいは将来時点において予想される数値等が加わつていることを考慮する時，企業活動に関する最終決定のための基礎資料として役立たしめるためには，これらの変化乃至は予測のずれ等によつて，最適解が如何なる影響を受けるか，あるいはそれらの変動に対して現在の最適解はどの程度の鋭敏性を有するか等の点をも併せて提示することが要求せられるであろう[2]．

今かかる諸種の変化に対して最適値が如何に影響されるかをみるには，これらをいずれも最初から一つ一つの問題として解いてゆくことも勿論可能である．しかしながらここで，ある最初に設定せられた条件の下での最適解は既に導出されていることから，そこにおける計算表に含まれる情報を利用することによつて，かなりの計算の時間と労力とを節約することができるかもしれない．どの程度の節約が可能であるかは，問題により，そして又条件の変化の程度によつて異なるであろう．そして又ある場合にはむしろ最初から更めて解く方がより容易に結果をうることもあろう．しかしながら問題の規模が比較的大きく，そして又条件の変化の程度が比較的少いならば，多くの場合においてこのような節約がかなり可能となるであろう．以下において個々の変化に対する調整の方式を，具体的な例と共に示そう．それらの理論的根拠については，その概要に触れるに留めて，詳細はここでは割愛したい[3]．

さてある与えられた線型計画の問題に対して，その最適解が与えられているとし，その導出に用いられたシンプレックス・タブロー（Charnes による形式のもの[4]でも，Dantzig による改良された形式のもの[5]でもどちらでもよいが，ここでは従来よく用いられてきている前者の形で与えられているとしよう）が利用可能であるとする．今附加された条件の変化に対して，このシンプレックス・タブローの結果を出来るだけそのままの形で利用して最適解を調整するという方針で進むことにする．この場合，通常の単体基準に加えて，Lemke による双対基準（dual criterion）の概念[6)3)]が極めて有用である．

今 $\sum_{j=1}^{n} x_j P_j = P_0$, $x_i \geqq 0$, $i=1, 2, \cdots\cdots, n$ なる条件の下で $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = z_0$ を最大ならしめる如き x_j の値の組を求めるという問題を考えよう．ここに P_j は m 次元のベクトルとする．その時単体法とは，衆知の如く，この n 個のベクトルの中から選ばれたある一次独立な m 個のベクトル，$\boldsymbol{P}_1, \cdots\cdots, \boldsymbol{P}_m$ の正の線型結合として P_0 を表現する如き解を次々に追求することによつてこの問題の最大値を与える解に到達しようとする方法である．一方双対法とは，この問題の双対問題，即ち $W' P_j \geqq c_j$, $j=1, 2, \cdots, n$ なる条件の下に $W' P_0 = w_0$ の値を最小ならしめる如き m 次元空間の点 W を求める問題について，この条件を満足する点 W の集合の中で，この双対問題について規定される端点を次々に追求することによつて，丁度最初の問題（これを単体問題と呼ぼう）の最適値と等しいことが双対定理により保証せられている，この双対問題の最小値を与える解に到達しようとする方法である．この両者の方法を第1表の如くに構成されるシンプレックス・タブローの上で比較すると次のようになる．

第 1 表

c_j →			$c_1 \cdots\cdots c_j \cdots\cdots c_k \cdots\cdots c_n$
↓	ベクトル	P_0	$P_1 \cdots\cdots P_j \cdots\cdots P_k \cdots\cdots P_n$
$\boldsymbol{c}_1$ $\vdots$ $\boldsymbol{c}_r$ $\vdots$ $\boldsymbol{c}_m$	$\boldsymbol{P}_1$ $\vdots$ $\boldsymbol{P}_r$ $\vdots$ $\boldsymbol{P}_m$	$\boldsymbol{P}^1 P_0$ ① $\vdots$ $\boldsymbol{P}^r P_0$ $\vdots$ $\boldsymbol{P}^m P_0$	$\cdots \boldsymbol{P}^1 P_j \cdots \boldsymbol{P}^1 P_k \cdots \boldsymbol{P}^1 P_n$ $\vdots$ $\cdots \boldsymbol{P}^r P_j \cdots \boldsymbol{P}^r P_k \cdots \boldsymbol{P}^r P_n$ $\vdots$ $\cdots \boldsymbol{P}^m P_j \cdots \boldsymbol{P}^m P_k \cdots \boldsymbol{P}^m P_n$
$z_j - c_j$		z_0	② $\cdots W'P_j - c_j \cdots W'P_k - c_k \cdots W'P_n - c_n$

今 $P_1, \cdots\cdots, P_n$ の中から選ばれた一次独立なベクトル $\boldsymbol{P}_i$ の $\boldsymbol{i}=1, \cdots\cdots m$, の作る行列 $\boldsymbol{B}$ の逆行列について，その i 番目の行ベクトルを $\boldsymbol{P}^i$ で示すことにしよう．

ここで次頁の表の I の条件を満足する点は，それぞれの問題の条件を満足する解集合の端点に相当する．条件の変化が与えられた時，一方の問題についてみれば，はじめの最適解を与える点が端点でなくなるかもしれないが，その双対問題については尚その点が端点としての性質を保有していることがある．それぞれの与えられる条件の変化に応じて，このいずれかの基準を適当にとりあげることによつて，はじめのシンプレックス・タブローの結果をそのまま利用することが可能である．

(1) c_j の変化――原料購入費，製品の市場価格の変動は c_j に変化を斎らす．又 c_j を適当に変化させることによつて，特定製品の販売価格の変動による最適生産計画への影響をみることも可能であろう．さて c_j の変化によつては，その生産プロセス相互間の物理的な関係

単　体　法　(最大化の問題)	双　対　法　(最小化の問題)
I. 選び出された一次独立なベクトル $\boldsymbol{P}_i$ について $\sum_{i=1}^{m} x_i\boldsymbol{P}_i=P_0$ $x_i \geqq 0$ ($\boldsymbol{P}_i$ に対応する x_i について) $x_j=0$ ($\boldsymbol{B}$ に含まれない P_j に対応する x_j について) なる如き一組の許容解が求められる. 即ち①欄はこの非負な x_i の値を示している.	I. 選び出された一次独立なベクトル $\boldsymbol{P}_i$ について $W'\boldsymbol{P}_i=\boldsymbol{c}_i$ ($\boldsymbol{B}$ に含まれる $\boldsymbol{P}_i$ について) $W'P_j \geqq c_j$ ($\boldsymbol{B}$ に含まれない P_j について) なる如き関係を満足する一つの点 W が求められる. 即ち②欄は常に非負の値をとる.
II. ②欄の中から $z_k-c_k<0$ なる値を探して, 次の段階で基底に入るべきベクトル P_k を決定する.	II. ①欄の中から $\boldsymbol{P}^r P_0<0$ なる値を探して, 次の段階で基底から除かれるべきベクトル $\boldsymbol{P}_r$ を決定する.
III. $\min_i . \boldsymbol{P}^i P_0/\boldsymbol{P}^i P_k$, $\boldsymbol{P}^i P_k>0$ なる基準によつて基底から除かれるべきベクトル $\boldsymbol{P}_r$ を決定する.	III. $\max_j . (W'P_j-c_j)/\boldsymbol{P}^r P_j$, $\boldsymbol{P}^r P_j<0$ なる基準によつて基底に入れるべきベクトル P_k を決定する.
IV. 最適解のための判定基準は, すべての j について $z_j-c_j \geqq 0$ なること, 即ち②欄がすべて非負となることである.	IV. 最適解のための判定基準は, すべての i について $\boldsymbol{P}^i P_0 \geqq 0$ なること, 即ち①欄がすべて非負となることである.
V. IIIの段階で同一の最小値をとる i が二つ以上ある場合には, $\boldsymbol{P}^i P_j/\boldsymbol{P}^i P_k$, $j=1, 2, \cdots$ を各行につき, その値が同一の値でなくなるまで計算し, そこで代数的に小さい値を示す方を以て $\boldsymbol{P}_r$ を決定する.	V. IIIの段階で同一の最小値をとる j が二つ以上ある場合には, $\boldsymbol{P}^i P_j/\boldsymbol{P}^r P_j$, $i=1, 2, \cdots$ を各列につき, その値が同一の値でなくなるまで計算し, そこで代数的に小さい値を示す方を以て P_k を決定する.

は影響をうけない. 換言すれば, c_j の変化によつて, はじめの問題の最適端点は, 変更された問題のやはり一つの端点であるという性質がある. 従つて, はじめの問題の最適解を与えるタブローにおいて, c_j をすべて変更された値 $\tilde{c}_j$ に変え, z_j-c_j の欄を更めて計算し直して, 通常の単体法の基準に従えばよいことが判る.

(2) P_0 の変化――原料購入事情の変化, あるいは市場における需要の変化等によつて P_0 が変化をうけることがある. c_j の変更は計画樹立者にとつて, どちらかと言えば受動的な格性をもつが, P_0 の変化はむしろ企業主体の立場からは能動的な意味を持つ. 計画樹立のための基礎資料を提供する上からみれば, その意味でむしろ積極的に考察されるべき要因であると言えよう.

P_0 に変化が与えられた場合, その双対問題について考えれば, 丁度その目的函数 $W'P_0$ の係数の変化に対応する. このことから直ちに, P_0 の変化によつては, はじめの問題の最適端点は, 変更された問題の双対問題についてみる時, やはりその一つの端点であるということが判る. かくしてはじめの問題の最適解を与えるタブローにおいて, ①欄の記入値 $\boldsymbol{B}^{-1}P_0$ を, 更めて $\boldsymbol{B}^{-1}\tilde{P_0}$ (ここに $\tilde{P_0}$ は変更された後の要請ベクトルを示す)によつておきかえ, その上で双対法の基準に従つてすすめばよいことになる. ここで $\boldsymbol{B}^{-1}$ はタブローの中には明らさまには示されていないが, シンプレックス・タブローの計算では, 通常その出発点においては単位行列を基底として利用する. 従つて表中で $P_1, \cdots\cdots, P_n$ の中には単位ベクトルが含まれており (あるいは強制的に人為的に導入されることもある) これらを U_j, $j=1, \cdots, m$ で示せば, 各計算段階において, $\boldsymbol{P}^i U_j$ (i, $j=1, \cdots, m$) なる形で $\boldsymbol{B}^{-1}$ が求められているので, これを利用すればよい.

(3) 新しいプロセスの附加――はじめの計画と同じ原料を使用する新製品の作成などによつてこのような問題が生ずる. この場合は新しく附加されたプロセス P_{n+j}, $j=1, \cdots\cdots, l$ の活動水準 x_{n+j}, $j=1, \cdots\cdots, l$ を何れも 0 とし, 他はさきの最適解のままという一つの活動は, やはり拡張せられた問題の一つの端点の性質を有することは明白であるから, 問題は極めて単純である. 即ち附加されたプロセスにつき, タブローの記入値は $\boldsymbol{B}^{-1}P_{n+j}$, $j=1, \cdots\cdots, l$ 及び $z_{n+j}-c_{n+j}$, $j=1, \cdots\cdots l$ によつて直ちに求められ, 単体法に従つて新しい最適解を追求すればよい.

(4) 新しい条件式の附加――従来は無制限に使用しえた原料が, 状況の変化により使用制限を蒙ることになるという具体的な条件の変化によつても生ずるが, この問題はむしろ, 最初考察されていた体系において, 欠けていた条件を, はじめの最適解の検討の結果として更めて附加する場合, あるいは最初の条件式体系は計画樹立の立場からの第一次的制約(例えば技術的制約)のみに限定し, 更に市場条件, 政策的条件等の企業にとつて比較的必然性の少い, しかし計画樹立時における現実的な実行可能性という点の配慮から課せざるをえない種類の条件

式を附加して，これらの条件の附加による利潤喪失の程度を一つの情報として求めようとする場合など，むしろ極めて重要な意味をもつ問題である．しかしながらこの場合は，シンプレックス・タブローの構成そのものの性格からして，上の三つの如く比較的簡単に処理することが出来ない．

今はじめの最大化の問題に更に l 個の条件式，$\sum_{j=1}^{n} x_j Q_j \leqq Q_0$ が加えられたとしよう．今 $\tilde{P}_j=\begin{pmatrix} P_j \\ Q_j \end{pmatrix}$, $\tilde{P}_0=\begin{pmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{pmatrix}$ と定義し，又 U_j を l 次元のベクトルで，その第 j 番目の成分のみが1で残りはすべて0なるものとし，且つ $\tilde{U}_j=\begin{pmatrix} O \\ U_j \end{pmatrix}$ とおく．すると新しく拡張された問題では，

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \tilde{P}_j+\sum_{j=1}^{l} x_{n+j} \tilde{U}_j=\tilde{P}_0$$

及び $x_j \geqq 0,\ j=1,2,\cdots\cdots,n+l$ という形の条件式体系をもつことになる．ところでこの問題の双対問題を考えると，$m+l$ 次元空間の点を $\tilde{W}=\begin{pmatrix} W \\ V \end{pmatrix}$ とすると，

$$\begin{cases} \tilde{W}'\tilde{P}_j \geqq c_j & j=1,\cdots\cdots,n \\ \tilde{W}'\tilde{U}_j \geqq 0 & j=1,\cdots\cdots,l \end{cases}$$

なる条件の下で $\tilde{W}'\tilde{P}_0$ を最小にする如き $\tilde{W}$ を求める問題となる．ここではじめの問題に対して最適解を与える点を $\overline{W}$，これに対応する基底を $\boldsymbol{P}_1,\cdots\cdots,\boldsymbol{P}_m$ とすると，この $\boldsymbol{P}_1,\cdots\cdots,\boldsymbol{P}_m$ に関連する $\tilde{\boldsymbol{P}}_1,\cdots\cdots,\tilde{\boldsymbol{P}}_m$ 及び $\tilde{\boldsymbol{U}}_1,\cdots\cdots,\tilde{\boldsymbol{U}}_l$ るな $m+l$ 個のベクトルは拡張された問題に対する基底を与えることが容易に示される．そして点 $\begin{pmatrix} \overline{W} \\ O \end{pmatrix}$ は拡張された双対問題の一つの端点であることが判る．即ちわれわれはこの端点を次の計算の出発点として利用することが可能となる．第2表はそれに対応するシンプレックス・タブローの構成を示している．今はじめの最適解における基底を $\boldsymbol{B}$ で示し，そこに含まれるベクトル $\boldsymbol{P}_i$ に対応するベクトル $\boldsymbol{Q}_i$ に関して $\boldsymbol{D}$ なる行列を考えると，新しい基底行列は $\tilde{\boldsymbol{B}}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{B}\boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{D}\boldsymbol{I} \end{pmatrix}$ となるから，

第 2 表

c_j →				
			$c_1\cdots\cdots c_n$	$0\cdots\cdots0$
↓	ベクトル	$\tilde{P}_0$	$\tilde{P}_1\cdots\cdots\tilde{P}_n$	$\tilde{\boldsymbol{U}}_1\cdots\tilde{\boldsymbol{U}}_l$
c_1 ⋮ c_m	$\tilde{\boldsymbol{P}}_1$ ⋮ $\tilde{\boldsymbol{P}}_m$	$\boldsymbol{B}^{-1}P_0$	$\boldsymbol{B}^{-1}P_j$	O
0 ⋮ 0	$\tilde{\boldsymbol{U}}_1$ ⋮ $\tilde{\boldsymbol{U}}_l$	$Q_0-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{B}^{-1}P_0)$	$Q_j-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{B}^{-1}P_j)$	$\begin{matrix} 1 & O \\ & \ddots \\ O & 1 \end{matrix}$
z_j-c_j		$\overline{W}'P_0$	$\overline{W}'P_j-c_j$	$0\cdots\cdots0$

その逆行列は

$$\tilde{\boldsymbol{B}}^{-1}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{B}\boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{D}\boldsymbol{I} \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{B}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ -\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}^{-1} & \boldsymbol{I} \end{pmatrix}$$

となることに着目すればよい．このタブローより双対法を用いて新しい最適解を求めることができる．

次に附加された条件がもし不等式の形でなく等式で与えられた場合を考えよう．この場合はその双対問題において附加される変数 V には符号の制限が課せられないことになる．このことは上で考察された点 $\begin{pmatrix} \overline{W} \\ O \end{pmatrix}$ は一般に拡張された問題の端点とはなり得ないという結果を齎らす．しかしながらここでわれわれはこの V の変化しうる領域に恣意的に制限を附し，上で述べた形式（$V \geqq 0$）で先ず計算を行い，一旦基底より除かれた $\tilde{U}_j$ なるベクトルは再び決して基底には入り得ないものとして処理し，双対基準によつて最適性の条件が満されて尚基底にいくつかの $\tilde{U}_j$ が残る時は，更にこれらの変数のとる領域を逆の側（$V \leqq 0$）に限定することによつて（タブローにおいては，そのベクトルに関する行の記入値の符号を変えるという操作によつて達成される），再び双対基準に従つて計算を進めればよいわけである．

以上の四つの条件の変化を例示するために次の問題を用いて例示しよう[7]．

第 3 表

	c_j →						15	200/17	10	420/17
	↓	ベクトル	P_0	P_5	P_6	P_7	P_1	P_2	P_3	P_4
a	15	$\boldsymbol{P}_1$	40	4			1			24/17
←	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	34	−17/5	17/2			1		13/10
	10	$\boldsymbol{P}_3$	12		−6	4			1	−26/17
	z_j-c_j		1120	20	40	40				−60/17
	15	$\boldsymbol{P}_1$	40/13	100/13	−120/13		1	−240/221		
	→420/17	$\boldsymbol{P}_4$	340/13	−34/13	85/13			10/13		1
b	10	$\boldsymbol{P}_3$	52	−4	4	4		20/17	1	
	z_j-c_j		15,760/13	140/13	820/13	40		600/221		

第 4 表

	c_j →						15	200/17	10	250/17
	↓	ベクトル	P_0	P_5	P_6	P_7	P_1	P_2	P_3	P_4
a	15	$\boldsymbol{P}_1$	40	4			1			24/17
	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	68	−17/5	17/2			1		13/10
←	10	$\boldsymbol{P}_3$	−12		−6	4			1	−26/17
	$z_j - c_j$		1280	20	40	40				110/17
b	15	$\boldsymbol{P}_1$	376/13	4	−72/13	48/13	1		12/13	
	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	578/10	−17/5	34/10	34/10		1	17/20	
→	250/17	$\boldsymbol{P}_4$	102/13		51/13	−34/13			−17/26	1
	$z_j - c_j$		15980/13	20	190/13	740/13			55/13	

第 5 表

	c_j →						15	200/17	10	250/17	12
	↓	ベクトル	P_0	P_5	P_6	P_7	P_1	P_2	P_3	P_4	P_8
a	15	$\boldsymbol{P}_1$	40	4			1			24/17	
←	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	34	−17/5	17/2			1		13/10	17/24
	10	$\boldsymbol{P}_3$	12		−6	4			1	−26/17	1/6
	$z_j - c_j$		1120	20	40	40				110/17	−2
b	15	$\boldsymbol{P}_1$	40	4			1			24/17	
→	12	$\boldsymbol{P}_8$	48	−24/5	12			24/17		156/85	1
	10	$\boldsymbol{P}_3$	4	4/5	−8	4		−4/17	1	−156/85	
	$z_j - c_j$		1216	52/5	64	40		48/17		862/85	

第 6 表

	c_j →						15	200/17	10	250/17	
	↓	ベクトル	P_0	P_5	P_6	P_7	P_1	P_2	P_3	P_4	P_9
a	15	$\boldsymbol{P}_1$	40	4			1			24/17	
	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	34	−17/5	17/2			1		13/10	
	10	$\boldsymbol{P}_3$	12		−6	4			1	−26/17	
←	—	$\boldsymbol{P}_9$	−24	−3/5	−17/2					−461/170	1
	$z_j - c_j$		1120	20	40	40				110/17	
b	15	$\boldsymbol{P}_1$	27.5	3.68	−4.42		1				0.52
	200/17	$\boldsymbol{P}_2$	22.5	−3.68	4.42			1			0.48
	10	$\boldsymbol{P}_3$	25.5	0.34	−1.21	4			1		−0.56
→	250/17	$\boldsymbol{P}_4$	8.9	0.22	3.13					1	−0.37
	$z_j - c_j$		1062.7	18.57	19.72	40					2.39

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x_1 & & & +\frac{6}{17}x_4 & +x_5 & & & =10 \\ \frac{1}{10}x_1 & +\frac{2}{17}x_2 & & +\frac{5}{17}x_4 & & +x_6 & & =8 \\ \frac{3}{20}x_1 & +\frac{3}{17}x_2 & +\frac{1}{4}x_3 & +\frac{1}{17}x_4 & & & +x_7 & =15 \end{cases}$$

$$x_i \geqq 0 \qquad i=1,2.\cdots\cdots,7$$

なる条件の下に

$$z_0=15x_1+\frac{200}{17}x_2+10x_3+\frac{250}{17}x_4$$

を最大ならしめる如き解を求める問題について，次の各種の変化が与えられた時の最適解を追求してみよう．

1) c_4 が $\frac{250}{17}$ から $\frac{420}{17}$ に変る．（第3表）

2) 第2の条件式右辺が8から12に増える．（第4表）

3) 新たな生産プロセス，$P_8=(0\ 1/12\ 1/6)$, $c_8=12$ の附加．（第5表）

4) 新たな制限式，$x_1+x_2 \leqq 50$ の附加（第6表）．

引用文献

1) 中瀬正雄，"焼結鉱配合に関する計算例"，経営科学，第1巻，第1号，1956.

2) 関和文，"生産計画の一例"，経営科学，第1巻，第1号，1956.

3) 大沢豊，"線型計画における与件変動に伴う最適解の調整について"，大阪大学経済学，第5巻，第3－4号，1956.

4) Charnes, A., Cooper, W. W., Henderson, A., "An Introduction to Lineer Programming", John Wiley and Sons, New York, 1953.

5) Dantzig, G. B., Orden, A., Wolfe, P., "The Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form Under Linear Inequality Restraints —— Notes on Linear Programming I," *RAND*, 1954. 小林和夫，"Dantzig の Generalized Simplex method について"，経営科学，第1巻，第1号，1956.

6) Lemke, C. E., Charnes, A., "Extremal Problems in Linear Inequalities", *Technical Report*, No. 36, Carnegie Institute of Technology, Department of Mathematics, Pittsburgh, 1953.

7) "講座—シンプレックス・タブローの構成について，" 経営科学，第1巻，第1号，1956.

Dantzig の generalized simplex method について

小　林　和　夫*

こゝに紹介するのは，主に G. B. Dantzig, A. Orden, P. Wolfe による "The Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form under Linear Inequality Restraints," Notes on Linear Programming Part I, (*RM*-1264), Rand co. により，シンプレックス・タブローの作成を中心としてこの方法の特徴を示すものである．

シンプレックス・タブローによつて線型計画の問題を解く場合，タブロー作成の手数を成可く少くしたいという事，及び縮退（degeneracy）の事態に如何に対処するかと云う事，この二つに関する問題が計算過程を推進めて行くに当つて生じて来る．前者はそれ自体としても勿論，計算過程中における計算誤差，計算の間違い，及び之等の蓄積して行く可能性を出来るだけ小さくするためにも望ましい事である[1]．次に後者について云えば，計算手続の上からは，それは基底（basis）を構成するベクトルに関する判定規準に関係して来る問題であり，シンプレックス法の一つの難点とされた問題である．而も縮退と云う事態は実際に屢々生じ，場合によつては線型汎函数（linear functional）の値が収斂せず基底が循環する可能性も考えられている．そこでこの事態を避ける必要があるがこの場合，縮退の起るが如き問題を考察の対象から除く事も考え得る手段である[2]．併し他面，縮退は実際上の問題でも屢々生ずるものであるから，之を積極的に解決するための努力乃至工夫がなされて来た[3]．

例えば A. Charnes による ε-perturbation procedure がそれであり，又こゝに紹介する方法もかゝる積極的な解決を果したものである．尚，縮退問題の攪乱（perturbation）による解決法と云う点から，A. Chardes によるものと，以下に示す G. B. Dantzig 其他によるものとを比較すれば，両者が何れも与えられた元の問題に対して攪乱を与え，攪乱の与えられた後の問題に関する解をもつて，元の問題に対する解とする事において，及び計算手続上結果する所においては同じである．

たゞ如何なる攪乱を与えるかについては，前者が極限概念を用いるのに対して，後者においては純粋に代数的に解決せられている点で異つている．

以上の如く，以下紹介する方法は計算上の手数を少くし，縮退の問題を代数的に解決する点に其特徴を有している．従つてこの様な問題点を中心として generalized

* 大阪大学経済学部統計学研究室