$$\frac{d^2}{dt^2}\left\{\frac{\partial}{\partial I''}\left[\sigma I^2+\rho\left(I''+\frac{dC}{dt}\right)^2\right]\right\}+\frac{\partial}{\partial I}\left[\sigma I^2+\rho\left(I''+\frac{dC}{dt}\right)^2\right]=0.$$

ここに $I''=\frac{d^2I}{dt^2}$ である．これを整理すると，次の如き線型微分方程式になる．

$\rho\frac{d^4}{dt^4}I+\sigma I=-\rho\frac{d^3C}{dt^3}.$ この式を与えられた初期条件の下に解くことによつて，最適在庫政策が得られることになる．

上述のことを離散的な場合について考えよう．定義的関係 $\Delta I(t)=\mu(t)-C(t)$ を考慮すると，この場合も quadratic loss function を考えて，最小にすべき函数は，

$$\sum_t\{\sigma[I(t)]^2+\rho[\Delta\mu(t)]^2\}=\sum_t\{\sigma[I(t)]^2+\rho[\Delta^2I(t)+\Delta C(t)]^2\}$$

となる．よつてこれを $I(r)$ について微分して零と置くと，

$\sigma\sum_t I(t)\frac{\partial I(t)}{\partial I(r)}+\rho\sum_t[\Delta^2I(t)+\Delta C(t)]\frac{\partial\Delta^2I(t)}{\partial I(r)}=0$ となる．ここで $\Delta^2I(t)=I(t+2)-2I(+1)+I(t)$ なることを考慮して微分を実行すると，

$$\sigma I(r)+\rho\{[\Delta^2I(r-2)+\Delta C(r-2)]-2[\Delta^2I(r-1)+\Delta C(r-1)]+[\Delta^2I(r)+\Delta C(r)]\}=0,\ \text{viz.}$$

$$\sigma I(r)+\rho\Delta^4I(r-2)=-\rho\Delta^3C(r-2)$$

が得られることになる．この線型定差方程式を与えられた初期条件の下に解くことによつて，最適在庫政策が得られる．

損失函数に於ける要因を更に検討することにより，又適当な modification を施すことによつて，現実に近い model を作ることができる．これについては Carnegie Institute of Technology の Simon, Holt, Modigliani の等の一連の業績がある．

参　考　文　献

適正在庫の問題，特に在庫管理の問題については，未公刊の論文も極めて多いが，こゝでは公刊されたものゝ中で，本論を書くのに直接参考にしたものゝみを挙げて置く．

1) A. Dvoretzky, J. Kiefer and J. Wolfowitz: "The Inventory Problem; I. Case of Known Distribution of Demand," *Econometrica* Vol. 20, No.2, April, 1952.
2) A. Dvoretzky, J. Kiefer and J. Wolfowitz: "The Inventory Problem; II. Case of Unknown Distribution of Demand," *Econometrica* Vol. 20, No.3, July, 1952.
3) J. Laderman, S.B. Littauer and Lionel Weiss: "The Inventory Problem," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.48, No.264, December, 1953.
4) M. Rosenblatt: "An Inventory Problem," *Econometrica* Vol.22, No.2, April, 1954.
5) H.A. Simon: "On the Application of Servomechanism Theory in the Study of Production Control," *Econometrica* Vol.20, No.2, April, 1952.
6) H.J. Vassian: "Application of Discrete Variable Servo Theory to Inventory Control," *Journal of the Operations Research Society of America* Vol.3. No.3, August, 1955.
7) C.C. Holt and H.A. Simon: "Optimal Decision Rules for Production and Inventory Control," *Proceedings of the Conference on Operations Research in Production and Inventoy Control*, 1954.
8) 横山保；「在庫量の問題」，大阪大学経済学，第4巻，第1.2号：「在庫管理に於ける Servomechanism の理論」，同，第5巻，第1号：「在庫管理体系に於ける一般解と費用函数」，同，第5巻，第2号．

ある種の相対効率の検定又は推定

とくに O·R の Biological Concept について

浅　野　長　一　郎*

§1．序　　論

企業に於ける O·R の意図は，その属する経済競争社会の中で自己の企業の活動勢力をたえず強化拡大せしめるため，可能な幾つかの中から最も有効な方法・手段を研究又は選出することである．そして今やこの企業に於ける O·R 的方法は生産・技術に関する合理化をも含め複雑多岐に亘

* 塩野義製薬株式会社　製造部　品質管理課

る経済競争社会で理論公式の連結によりExactな解を導出せんとする方法よりも，むしろ逐次の実践(実験)科学・経験科学としての解析が実際に効果あるものとされて来ている.即ち,後者では実際或る方法・手段によつて競争社会に Action を加え，これに感応する反応効果の測定によつて構成社会の成分・性格及び Action の効果を定性的又は定量的に検定又は推定等の解析を行い，諸方法・手段を逐次比較検討する進め方である.

この様な企業の競争社会(又は形成する人々)は或る方法・手段 (Stimulus) の社会的活性によつて社会反応 (Response) を鋭敏に又は鈍重に示す Subject として考えられ，この反応は直接反応又は間接反応として吾々に把握されることになる.

方法手段 (Stimulus) ——投与——→ 経済競争社会 (Subject)
↑ ↓
推測的結論 (直接的又は間接的) ←——測定—— 反応 (Response)

この様な統制 System は一般に R.T. Livingston 等の生物組織との類比による，所謂 Biological Concept によく当て嵌るもので，若しこれが自動的に組織化されるならば N. Wiener の Cybarnetics の構想とよく一致するところである.

併し一般にこの様な試みは，定量的には兎も角定性的には随分古くから例えば人類の原始時代における狩猟や種族間の Strugle 等に，論理的に体系づけられてはいなかつたにしろ，現に存在する O·R 的思考過程を経たであろうし，また同様に戦国時代の兵法に，または戦場における槍の長短の利を論じ御前試合を行つた木下藤吉郎の話など，O·R は地形・兵員の数と編成・武器・その熟練等々色々な条件のもとでもうかゞえる.

他方，農学・医学・生物学等における如き分野の operation の研究は，先づ物質の投与に伴う特異な，しかも直観的であるが確実性の大きい定性的な生体反応によつてのみ発達し，それが次第に科学の発展に伴つて定性的な結論のみでは満足されず，数量化された定量的結論が要請され，それまでの複雑且つ漠然とした反応効果に対する直観的概念が次第に部分的に明確な定義でおきかえられ，所謂「科学」の言葉で普遍的に表現されるものとして急速に発達し来つたのである.

これら諸科学の発展に伴い，経営経済面においても亦，主要な問題である企業の O·R に関する研究が新しい試みをもつた研究者により，これまで dismal science と呼ばれていた曠野に所謂「経営科学」なるものを確立し，既にその手法は，測定された単なる反応効果資料をまとめ解析する補助手段としてゞはなく，そのものを構成する社会経済学的知識と同等の比重をもつた不可欠な要素として，経済競争社会に於ける実践科学として具体的な方法論を示唆して来ているのである.

§2．O·R の解析法に関する体系

O·R では，その投与した手段・方法に対して反応効果 (Response) を正確にとらえ，その Response によつて Operation の効果を判定する．故に，測定法及び，測定値には充分厳密に吟味する必要がある．即ちこの Response を直接的に又は間接的に観測する測定値には，通常次の性格を有せねばならないとされている．即ち Validity (妥当性)，Reliability (信頼性)，Objectivity (客観性)，Adequacy (適応性)，Reproducibility (再現性)，が要請され，例えば Biological Concept による D.J. Finney の Validity Tests の如く観測資料がさらに推計学的解析によつて検定にかけられることもある．この様に O·R の本質的な評価に耐えうる観測値だけがはじめて解析にかけられる.

さて，O·R に要請される基本的な統計的解析法を性格的に整理すると凡そ次の如く体系づけられる.

(1) 競争社会に於ける反応効果 (response) の性格によつて

(a) All-or-none type (Quantal) response……
response が離散的な特性として効果の有無により百分率等で表示される計数に関する解析方法

(b) Graded (Quantitative) response……
response がある分布型を対象とした連続変量に関する解析方法

(2) Operations の効果に関する定量的考察への準備
各要因効果の間の相関分析法,特性函数への fitting. 変数変換 (線型化) 等の準備解析

（３） 実施計画の立て方（検定と推定のための逐次実施計画）

統計的実験計画法，適正配分に関する問題（programming 等），時系列に関する問題（Feller 等の確率過程，Information theory に関する若干の応用）

（４） 実施成績に関する解析

a） 質的表現をもつ結論の検討

層別・分散分析法……検定論一般

実施方法に関する有効性の検討

b） 定量的試験法に於ける効果比及びその信頼限界の算定

量的表現をもつ結論の検討……推定論一般

§3．O·R に関する検定又は推定の問題

O·R と云う言葉で表現される経済競争社会に於ける新しい科学が従来の直観的又は記述的概念の段階を脱するにつれて，いわゆる客観的な信頼性と正確性の上で検定的又は推定的結論を得んとする努力は，経営経済学と数理統計学の有機的な結合によつて密接不可分なものとなされて来ている．

こゝではこの様な観点より応用範囲の広い一般的方法論をとくに Biological Concept の立場から，ある方法・手段の効果に関する比較検討を主として体系的に整理づけ解説を試みよう．

いま方法・手段 A,B があり，A を対照（又は従来法），比較される（新）方法をBとし，経済社会的変動が時期的にも大きい影響を及ぼすと考えられる時には，必然的に同時比較することを考える．

(I) Quantitative Response の場合の解析法

先ず Operations の効果が量的に表現される場合，O·R の最終目的である効果の比較選択を可能ならしめるには次の各段階を踏まねばならない．

(1·1) 定性的検定

これは方法・手段（A·B）による効果反応を観測した場合に，両者の反応の間で統計的に有意な差異・優劣が認められるか否かの検定にあたる．

(1·1·1) 等分散の検定

先ず方法・手段(A·B)による差異の有意性の検定を行うに先立つて，両者における反応効果のバラツキ（変動具合）に差異がないか否かを検定する．通例，各変動が正規分布（ガウス誤差分布）するものと前提し分散比の F 検定を行うことになる．この変動が正規性の仮定を満足しない場合には，何等かの変数変換を行い，分布を正規化して F 検定にもつていく．

1·1·2) 平均値の差の検定

定性的に方法・手段の差異は反応効果の平均値の差異によつて検定されるものであるが，この算出には各分散値を使用するので次の様に区分される．

a） 等分散の場合……平均値の差異は通常の t 検定又は F 検定でなされる．

b） 不等分散の場合……Behrens(Sukhatme)法 Cochran 法，Welch 法等が採られ，この中で Welch の方法が最も正しいものに近い．

1·1·3) 分散の均一性の検定

方法・手段が同時に三つ以上の比較をなす場合は厳密な方法ではないが χ^2– 統計量による Bartlett の方法が便利なものとして使用される．一般には，方法・手段に関する一元配置，時には多元配置法の分散分析法によつて F 検定がなされる．

1·2) 投入量〜反応効果曲線の検討

幾つかの方法・手段を，経済競争社会の無視出来ない大きな景気変動のために，同じ状勢下で同時に比較検討することは，方法・手段の優劣を上記 1·1）によつて，或いは観測数の不足と判定されるかも知れないが，すべて含めてとに角ある信頼度の上で客観的に判定される．

併し，一般に方法・手段の意図する性格は同じであつても，方法・手段自体は異つたものである故に，各方法・手段に投ずる各々の費用，人員等に関する努力の量（投入量）も同一ではない．従つて，競争社会における反応効果の比較はそれら投入量を無視して，各方法・手段の優劣を簡単に断定することが出来ない場合がある．このためには各方法・手段に関するある範囲の投入量〜反応効果の上昇曲線がどの様な函数法則に依存しているかを考えねばならない．故にこの投入量がある範囲に於ける１投入量に過ぎないことをも考慮して，方法・手段(A·B)

自体による反応効果間の真の比較（相対効果比）は算定される筈のものなのである．

1·2·1）投入量～反応効果曲線と函数型の決定

さて，投入量～反応効果曲線は，測定誤差の大きさは別として，普通可成り連続的で単調な美しい曲線として，理論的にも又実際統計資料よりも，表現され見出され得る．通常，この曲線は指数函数型をとるか，諸種の成長曲線に当て嵌められる Sigmoid Curve の型で解釈される．後者は Biological Concept で Weber–Fechner の法則と云われる一般的な法則型である．又相対効果の算定は現在のところ，この曲線を適当な変数変換（例えば対数変換，何か要因に対する率，平方根，立方根等）により，直線型に変換して算出するのが常法で最も取り扱い易い．この直線化をはかる変換関係式は metameter と呼ばれ，上の曲線が連続的で単調な曲線であることより，metameter は容易に発見され近似的な直線に変換されるのである．近似的に直線化し得る metameter が幾つか考え得る時には，主として次の二つの選択法によつてより適切なものが選択される．

(a) D.J. Finney による判別函数による選択方法（discriminant analysis）

(b) C.I. Bliss による精度指数 λ による選択方法（precision index）

計算手間からは Bliss の precision index $\lambda \equiv s/b$ の方が容易であり，回帰の直線性が認められて勾配 b が大なる程又標本回帰誤差分散 S^2 が小さい程 λ は小さくなり metameter として優れていることを特性としている．

1·2·2）直線性の検定

適当なある metameter により直線化されることが知れたが，毎回の観測値に就いてこの直線性の検定が偶然的な観測誤差変動に対してなされねばならない．これは通常の相関分析，回帰分析，また方法・手段が多い時には共分散分析の方法によつてなされる．更に直線性が有意に認められゝば二つの定数 a, b に関する推定又は検定が行われ，時にはこれらの常数及び標本回帰誤差分散 S^2 は期日を横軸とする管理図に plot され，trend その他の情報を摑む資料として眺められる．

1·2·3）相対効果比（relative efficiency）の算出

相対効率の形式で O·R に関する方法・手段を比較することの意味は，一般に経済競争社会に於ける状態自身が，その時その時の実施条件によつて著しく変動し，時系列的に決して安定した変動とは考えられないことが経験的に知られている．この為めにある方法・手段の比較は恒に同時に同じ条件下での相対的な比較でなければ，到底客観的に信頼性のある正確さは期待出来ない．O·R の方法・手段 (A, B) に関する効果の量的な比較がこの実状のもとに相対効果比及びその信頼区間として算定される．この際の算定はその観測の型によつて直接法と間接法とに区分される．計算公式は殆んど皆 Fieller の定理を拡張して得られる．

a）直接法（direct method）

これはある限られた場合にのみ適用され，しかも最も簡単である．即ち方法・手段（$A \cdot B$）を対象となる各個体々々に random に投じ，ある決定的な変化を生ぜしめるに要した投入量を変量と考え，この量的な比較を行うのである．

今 $(A), (B)$ による変量の平均をそれぞれ，

$$E(a) = \alpha,\ E(b) = \beta$$

とする時，両者の相対効率 $u = \alpha/\beta$ は標本推定値 r として次式で示される．

$$r = a/b$$

またこの時のある信頼限界は上限 r_U. 下限 r_L, についてそれぞれ次式で与えられる．

$$r_L, r_U = \left\{ r - \frac{g v_{12}}{v_{22}} \pm \frac{ts}{b} \times \sqrt{v_{11} - 2r v_{12} + r^2 v_{22} - g\left(v_{11} - \frac{v_{12}^2}{v_{22}}\right)} \right\} \div (1-g)$$

ここに a, b の分散及び共分散を $S^2 v_{11}$, $S^2 v_{22}$ 及び $S^2 v_{12}$ とし，g は所謂 Finney の g–criterion で次式で示され，t は通常の t–deviate（Fisher & Yates, Table III）である．

$$g \equiv S^2 t^2 v_{22}/b^2$$

若し g が無視出来る程度（通常0.1以下）であれば

$$r_L, r_U = r \pm \frac{tS}{b} \sqrt{v_{11} - 2r v_{12} + r^2 v_{22}}$$

が用いられる．尚この時の r の分散は次式で与えられる．

$$V(r) = \frac{S^2}{b^2}(v_{11} - 2r v_{12} + r^2 v_{22})$$

b）間接法（indirect method）

間接法とは比較される二つの方法・手段の反応

効果を適当な計画のもとに測定し，各別々に投入量〜反応効果直線を求め，この2直線全般より，反応効果比を比較算定せんとする方法である．一般に標準回帰直線を用い対応する効果を推定比較する方法は次の如く三つの case に分類され得る．対照とする回帰直線 $y=a+bx$ に於いて

i) a 及び b が一定恒数の場合

ii) a は変動するが b は一定恒数の場合

iii) a, b 何れも不確定で変化し得る場合

i) の場合には比較せんとする方法・手段による反応効果を標準回帰直線上にみつけ，対照とする方法・手段の投入量と，比較される方法・手段の投入量を比較すること，即ち観測された同一反応効果を示すに要する各投入量の比較によつて，効果比は容易に算出される．又 ii) の場合も勾配 b を用いることによつて相対効果比は容易に次式で算定される．今一般的に Weber–Fechner の法則が成立し metameter として対数をとり近似的に直線化されたものとする（以下同じ）と，

$$r=\mathrm{antilog}\ r'$$

$$r'=x_A-x_B-\frac{\bar{y}_A-\bar{y}_B}{b,}$$

また上限及び下限界は次式で与えられる．

$$r_L, r_U=x_A-x_B+\frac{r-x_A+x_B}{1-g}\pm b\frac{st}{(1-g)}\times\sqrt{(1-g)(v_{11}+v_{22})+\frac{(r-x_A+x_B)^2}{s_x}}$$

ここに x_A 及び x_B は各手段に於ける投入量の対数値，$\bar{y}_A$ 及び $\bar{y}_B$ は各手段に於ける反応効果の平均値，また S_x は予め b を推定した際の投入量の平方和を示し，他は前記 (a) 通りのもの，g は Finney の g-criterion; $g=S^2t^2/b^2S_x$ を示している．併し，この i,) ii), の場合はわれわれの現象社会で極めて稀なことであり殆んど望み得ない．最も普通に多く期待されるのは iii)の場合である．この時は双方の比較せんとする方法・手段の直線の関係によつて，また実施の対象を交叉出来るか否かによつて，更に次の三つに分類整理される．すなわち

1°) Slope ratio method（直線勾配比法）

2°) Parallel line method(平行直線法)

3°) Cross–over method（交叉法）

であり，このうち2°）及び3°）は条件が限定されやはりわれわれの対象とする社会では出現の割合が少ないと思われる．また各 design の観測数の balance の上からは二つの別の design の分類がなされる，

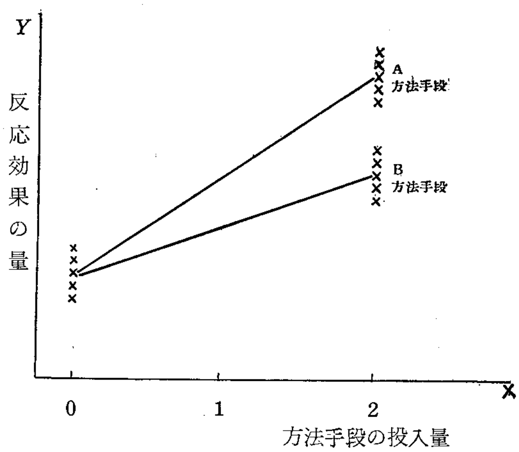
a°) Symmetrical design

b°) Un–symmetrical design

前者は後者に比してその Efficiency, Reliability 及び Sensitivity の上で優れていることが云える．今ここでは実用的なしたがつてそれぞれの最も簡単な場合の効果比の算定法を例題として挙げよう．

b–1°) Slope ratio method

比較せんとする二つの方法・手段 A, B の投入量〜反応効果直線が普通に異つた勾配をもつて示される場合で，最も直面することが多い．この2直線の関係を次図に示す．



すなわち各方法・手段の投入量が0の時には，双方の方法・手段が交叉して一致していて何等 Action を施していない，対象社会の自然の状態を示している．そして既に検討されている metameter による直線上での各方法・手段の1投入量ずつの比較をなさんとする場合で 3–point design である．この型の design は一般に $(2k+1)$–point design と呼ばれ，この他にも 5,7–point design 等が存する．最も簡単でしばしば遭遇する Symmetrical 3–point design の算定は次の如くである．

$$b_A=3(T_A-C)/N,\ b_B=3(T_B-C)/N,$$

$$R=b_B/b_A=(T_B-C)/(T_A-C),$$

$$R_L,R_U=\left\{R-\frac{g}{2}\pm\frac{t}{b_A}\sqrt{\frac{3S^2}{2N}(4-4R+4R^2-3g)}\right\}\div(1-g)$$

ここに n は各 point の観測数であり，$N=3n$，また g-criterion については，

$g=6t^2S^2/Nb^2_A=2Nt^2S^2/3(T_A-C)$,

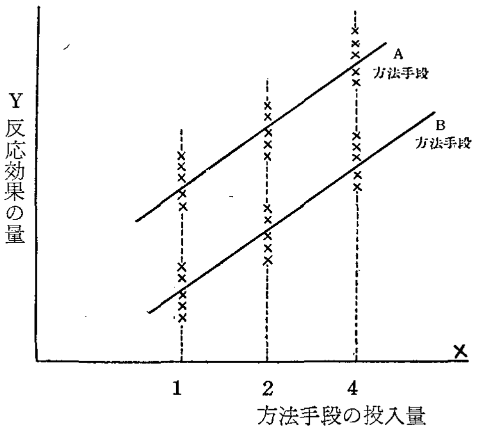
また C は0点に於ける反応効果値の total, T_A 及び T_B はそれぞれ A,B に於ける反応効果値の total である．別に g が無視される（$g<0.1$）場合には次式が用いられる．

$V(R)=6S^2(1-R+R^2)/Nb_A^2$

この Slope ratio method は $(2k+1)$-point design 以外で（sym）$2k$-point design が用いられ，0点を測定せず算出されることもある．

b-2°) Parallel line method

これは比較せんとする方法・手段（A,B）が反応効果の発現で等質的なものと考えられる時，両者の投入量～反応効果直線が近似的に同じ勾配をもち，平行することにより相対効果比を算定する．この関係を次図で示す．



この時は双方の方法・手段について，幾つか同数の point で観測し一般には $2k$-point design となる．上図は6点法の場合であるが，今最も簡便に応用される Symmetrical 4-point design（各直線上に2点ずつ）の場合の相対効果比について考察する．この時の R 及び R_L, R_U は

$$R=\frac{Z_A}{Z_B}\text{antilog}\frac{dL_p}{L_1},$$

$$R_L,R_U=\frac{Z_A}{Z_B}\text{anti log}\left[\frac{d}{L_1(1-g)}\times\left\{L_p\pm tS\sqrt{N\left(1-g+\frac{L_p^2}{L_1^2}\right)}\right\}\right]$$

で与えられ，$g=Nt^2s^2/L_1^2$ とおいている．

ここに Z_A,Z_B は双方の相対応する投入量，n は各 point の観測数，$N=4n$ また $L_p\equiv(-A_1-A_2)+(B_1+B_2)$, $L_1\equiv(-A_1-B_1)+(A_2+B_2)$ であり，A_1,A_2, B_1,B_2 は各方法・手段の各投入量における反応効果値の合計，また $d\equiv\log_{10} D$ で，D は投入量の metameter として対数をとる時の base である．

尚 4-point design は回帰が二次曲線の場合にも

$Y_A=\alpha+\beta x+\gamma x^2$

$Y_B=\alpha+\beta(x+\log\rho)+\gamma(x+\log\rho)^2$

として適用される．

b-3°) Cross-over method

交叉実施法は上記直接法及び間接法(1°, 2°)の場合を含めて，比較せんとする方法・手段の相対効果を最も精度良く検定また推定するもので，方法・手段の各 level についてのみ実施 design 上で balance がとれていれば良い．併しこの交叉法は実際実施計画の際には相当に困難な準備を要するのでわれわれには極く稀にしか満足されないが，過去の実施をこの型にして解析に利用されることもある．若干の例でこの最も簡単な型は下の如きものである．

実施月 / 方法手段	I	II
A	S_1	S_2
B	S_2	S_1

S_1,S_2 は対象となる二つの Subject

これを平行法の型に適用するには次の如き実施計画が考えられ，その諸要因に関する検定は次の分散分析表で示される．

（分散分析表）

要因	$S.S.$	$b.f.$	$V.$
平行性	S_{Para}	1	V_{Para}
実験日×平行性	S_{DxPara}	1	
実験日×回帰	$S_{Dx\,Reg.}$	1	
群間誤差	S_E		V_E
群	S_{Para}	1	
方法・手段	S_{Method}	1	
実験日	S_D		
群内誤差	S_e		
全体	S_T	n-1	

実験日	対象群番号 I	対象群番号 II
1	S_1	T_3
2	S_2	T_2
3	S_3	T_1
4	T_1	S_1
5	T_2	S_2
6	T_3	S_3

この様にこの design による解析は非常に多くの情報を与えてくれるのであるが実施面の測定技術と実状には余程上手にやらなければ適用にはほ

ど遠いものがある．

(II) Quantal Response の場合の解析法

経済競争社会に於ける反応効果には相当多くの定量化出来ない場合がある．併しその性格上からは最小限に all-or-none type として定性的に反応効果の有無は知り得るのである．逆に，この反応効果の有無すら知らない様な方法・手段または観測方法では問題とならないわけである．

反応効果の有無方式による検定または推定の問題は観測も容易でありまた例数も多くとれる利点を有し，通常最もしばしば遭遇する．この種の問題は離散的な幾つかの class が二項型，Poisson 又は Polya–Eggenberger 型の確率密度分布をなすものと取扱われ，また時には適当に変数変換を行い，この反応効果の有無方式によつて O•R に関する幾つかの方法・手段を定性的にまたは定量的に比較選択する．これにはには次の各段階について考慮されねばならない．

2•1) 定性的な考察

まず O•R に関する方法・手段 (A.B) について，反応効果の有無の率そのものの推定は別とし，両者の反応効果の有無率の優劣に関する有意性の検定からはじめられる．この検定は独立性の検定または無相関検定法と云われ通常の χ^2 検定で，時には周知の Yates の修正式が適用される．

方法手段＼反応	(+)	(−)	計
A	a	c	n_A
B	b	d	n_B
計	$a+b$	$c+d$	N

$$\chi_0'^2=\frac{(ad-bc\pm\frac{N}{2})^2N}{(a+b)(c+d)n_An_B},$$

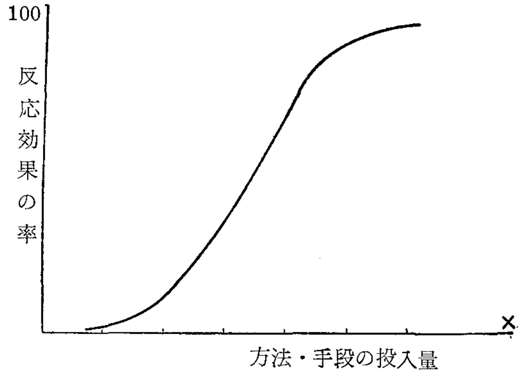
2.2) probit 変換による方法 (probability unit)

反応効果の有無方式によつて方法・手段の優劣を定量的に比較検定するには，主としてこの方法で次の各段階によらねばならない．尚 probit 変換以外の方法は 2•3) 以降によるが，回帰直線を得た後は 2•2•2) と同様の考え方になる．

2.2.1) probit と投入量(対数)の関係曲線，及び probit について

一般に，ある方法・手段の投入量を少い方から次第に増加せしめると，その反応効果の率は次第に上昇するが，この上昇曲線は理論上の model からも下図で示される様な normal sigmoid curve(または Ogive curve, 正常 S 字状曲線) と呼ばれる型状を示す法則性が認められている．

さてこの sigmoid curve を probit 変換することにより probit 回帰直線を得る．



この変換法は正規化した $N.D$ より

$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Y}e^{-\frac{u^2}{2}}du,\qquad Y=\frac{x-u}{\sigma}+5$$

とし Y を Bliss の probit と呼んでいる．尚 Y 式右辺の第１項は正規等価偏差 (normal Equivalent Deviation, N.E.D.) と呼ばれる．

2.2.2.) probit 回帰直線 (probit regression line)

sigmoid 曲線の反応効果の有無率を probit の scale で縦軸にとると，Y は投入量の対数に関して直線で示される．

この回帰直線 ($Y=a+bx$) より母集団の平均値，分散はそれぞれ $(5-a)/b, 1/b$ として推定される．ここに推定された平均値は50%有効投入量として種々の方法・手段の反応効果の優劣 (有意性)を比較する重要な mesurement として採用される．すなわちこの投入量による時は，対象集団の丁度50%は効果を認め，残りの50%は効果を認めないと云う，それぞれの方法・手段の性格による独自の値 (投入量) に当る．また別に median 有効量の考え方も出来る．

2.2.3) parallel line method の応用

反応効果の有効率を適当に変換した回帰直線 (A, B) は一般に平行性を満足すると考えられ，前記の定量的反応効果の平行線法 (2k–point

Pに対する変換値 Yの関係 $P=$	変換値 Y について の			
	Minimum Working Response	Range	Maximum Working Response	Weighting Coefficient w
Probit $\int_{-\infty}^{Y}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e\frac{1}{2}t^2dt$	$Y-\frac{P}{Z}$	$\frac{1}{Z}$	$Y+\frac{Q}{Z}$	$\frac{Z^2}{PQ}$
Logit $\frac{1}{2}(1+\tanh Y)$	$Y-\frac{1}{2Q}$	$\frac{1}{2PQ}$	$Y+\frac{1}{2P}$	$4PQ$
Angular transformation $\sin^2 Y$	$Y-\frac{1}{2}\tan Y$	$\mathrm{Cosec}\,2Y$	$Y+\frac{1}{2}\mathrm{Cos}\ Y$	4
Rectangular transformation Y	0	1	1	$\frac{1}{PQ}$

method）と全く同様の解析方法が適用され，4点法，6点法は比較的簡単な観測で実施出来るので応用される．

2.3) Logit 変換による方法（Logistic unit）

probit 変換以外にも Sig. 曲線を回帰直線とする幾つかの変数変換の方法が考えられ，主として計算手間の容易さと回帰直線を得る際の各観測効果率に対する重み係数（Weighting Coefficient, w）の性格によつて考慮される．Logit はとくに Sigmoid 曲線を極く近似的に成長曲線にあてはめ直線化を考えたものである．この時の変換式は $Y=\log_e(P/1-P)$, P は反応効果の有効率で，logit(Y) は $P=(1+\tanh\ Y)/2$ としておかれる．

2·4) 角変換による方法（Angular transformation, Sinit, Anglit）

この変換の特徴は反応効果の有効率Pの分散が $P(1-P)/n$ であるために Pの重み係数もP自身に依存し複雑になるが，次の変換式 $P=\sin^2 Y$ による時には Y(radian で表わす）の分散が $1/4n$ となり n（観測数）を等しくとるとYの値と独立した一定恒数で得られることにある．

この他にも直角変換（Rectangular transformation）による方法があり，これは反応効果の有効率そのままをYとし，二項分布の性質によつて重み係数を $n/P(1-P)$ としたものである．以上の変換方法の特性を Finney は上の表で示している（1947）．

§4．結　言

O·R の具体的方法に関する体系づけは，現在では勿論非常にむつかしい．いま，私はとくに経済競争社会における O·R の問題を，可成り広範な実用面から，幾つかの方法・手段をその反応効果によつて比較選択すると云う立場と，Biological concept の面より近接せしめて，その方法論の体系づけを試みた．大方諸氏の御教示を得れば幸甚である．