適正在庫及び在庫管理の問題

横　山　保*

適正在庫の問題及び在庫管理の問題として論じられている事項について簡単な展望を行うことにする．本来この種の問題は将来の需要に関する知識に基いて，その需要にあてるべく，どれ丈の量の財貨をあらかじめ保持すべきかを合理的に決めることにある．この場合需要は一般にわれわれの control できない変数である．従つてこれについての知識を出来る丈多く獲得することが希ましい．然し乍らこの需要に関する information を取り出す問題，換言すれば sales forecast の問題はここでは取り上げない．よつて需要についての知識は与件として考える．そして若しこの知識が perfect であれば，それを用いて考え，又それが不完全なものであつても，その知識を full に utilize して合理的在庫政策を考えねばならぬことになる．

次に starting stock について考えるに，これは初期のストック (initial stock) に，その期間の初頭に於いて補充されるべく入手されるストック補充の為の註文量 (reorder quantity) を加えたものである．所で初期の stock は given である．そしてわれわれの control できるものはストック補充の為の註文量である．ここで再註文量の決定と，それの stock に繰り入れられる時期との間に時間的遅れが存在すれば，それ丈先行した需要に関する知識が必要になる．一般にこの stock 補充の為の註文量を如何に決めるかが問題となるのであるが，或る場合にはこの stock 補充が random fluctuation を受けることもある．需要についての知識に基く production control の場合にも考えられるが，より適当な例としては M. Rosenblatt が論じている政府の穀物貯蔵政策の如き場合である．この場合では穀物の年間産出量は random fluctuation を受けると考えねばならない．

さて starting stock を決めたものとすると，その期間に於ける実際の需要量と，この starting stock とは一般にわれわれの受ける損失（負の損失は利益と考える）を規定するであろう．そしてこの損失額をできる丈小にする如き在庫政策が最も有利であることは明かである．従つてわれわれはこの需要量と starting stock の函数としての損失函数 (loss function) を決めねばならない．そうしてここではこの損失函数は known と考える．勿論ここで需要の如何なる値に対しても損失函数の最小値を与える如き starting stock が存在すれば問題は trivial になる．

損失函数についての考察：——

一般に将来の需要についての知識は不確実である．そこでわれわれは需要は或る確率分布に従う確率変数であるものと考える．従つてこの確率変数としての需要の函数である損失額は又一つの確率変数である．そして若しこの確率分布が既知なる場合は損失額の期待値 (expectation) は starting stock のみの函数となる．そこでこの損失額の期待値を最小にする如き starting stock を長期に於ける最も合理的な在庫政策を与えるものであると考える．

次にわれわれは需要の確率分布が未知なる場合について考えよう．問題を簡単にする為にわれわれはこの確率分布の型は既知であるものとし，パラメターのみが未知であるものとする．この場合合理的な在庫政策を求める問題は自然 (nature) と人間 (man) との間の game であると考える．即ち nature のとり得る戦略 (strategy) はこのパラメターの可能なる値の中で一つの値を specify することであり，man のとり得る戦略は starting stock を定めることである．そしてこの両者の choice が行われた後で，man は nature に損失額を支払うこととする．勿論ここで損失額が負であれば，その絶対値に等しい利潤を獲得することになる．斯くして規定される game は零和２人ゲーム (zero-sum, two-person game) である．いまパラメターを θ, starting stock を y と

* 大阪大学経済学部助教授

し，これ等が specify されたときの期待損失額を $E(\theta,y)$ とする．そこでいま nature 及び man の両者がともに相手の出方について何等 information を持たぬものとする．然らばいま man が starting stock の値として y_0 なる特定値を決めたものとすると，その場合 nature の出方如何によつては支払わねばならぬ最大の期待損失額は $\max_\theta E(\theta,y_0)$ である．従つて man が適当な policy をとることにより，確実にそれ以上はとれらなくてすむ期待損失額は $\min_y \max_\theta E(\theta,y)$ である．勿論 man にとつてはこれを小にする方が有利である．一方 nature が $\theta=\theta_0$ とするとき，man の出方如何によつては，それ丈しか獲得できぬ如き最小の期待金額は $\min_y E(\theta_0,y)$ である．従つて彼女の確実にそれ丈は獲得できる期待金額は $\max_\theta \min_y E(\theta,y)$ である．勿論ここでも彼女にとつてはこれを大にする方が有利である．そして一般に $\min_y \max_\theta E(\theta,y) \geqq \max_\theta \min_y E(\theta,y)$ なる関係が成立することは容易に示すことができる．この関係式は nature の確実に獲得できる期待金額は，man のそれ以上は確実にとられなくてすむ期待金額を超えることができないことを意味する．

若しここで $\min_y \max_\theta E(\theta,y)=\max_\theta \min_y E(\theta,y)=v$ が成立すれば，この game は決定されることになる．そうして v をこの game の value と言う．$\max_\theta E(\theta,y)$ は y のみの函数であるが，$\min_y \max_\theta E(\theta,y)=\max_\theta E(\theta,y^*)$ を与える y^* は，この場合 man の optimal strategy であり，これが最も合理的なる在庫政策を与えるもので，このときの期待損失額は v となる．nature 及び man が夫々 θ 及び y の値を一つの値に specify する戦略 (pure strategy) をとる時，この game が決定される為の必要充分条件は $E(\theta,y)$ が次の条件を満足する点を持つことであるということが示される．即ちすべての θ に対し $E(\theta,y^*) \leqq E(\theta^*,y^*)$ であり且つすべての y に対し $E(\theta^*,y) \geqq E(\theta^*,y^*)$ であることである．斯くの如き $[\theta^*,y^*]$ を $E(\theta,y)$ の鞍点 (saddle point) という．従つて $[\theta^*,y^*]$ が $E(\theta,y)$ の saddle point なるとき y^* が最も合理的な在庫政策を与える starting stock であることになる．

ところで一般には $E(\theta,y)$ が saddle point を持つとは限らない．換言すれば一般には $\min_y \max_\theta E(\theta,y)=\max_\theta \min_y E(\theta,y)$ が成立するとは限らない．然し乍ら既に述べた如く，$\min_y \max_\theta E(\theta,y) \geqq \max_\theta \min_y E(\theta,y)$ は何時でも成立する．そこで今度は $\min_y \max_\theta E(\theta,y) > \max_\theta \min_y E(\theta,y)$ の場合を考える．かゝる場合には，nature 及び man が夫々他方の出方を知ることなく，更に有利に動ける可能性を残すことになる．そこで両者の strategy を拡張し，nature は可能なる θ の値に或る確率分布を附与し，又 man は可能なる y の値に或る確率分布を附与する如き strategy をとり得るものとする．前述の θ の値，或いは y の値の一つを specify する strategy を純粋戦略 (pure strategy) と言うのに対し，斯くの如き strategy を混合戦略 (mixed strategy) と呼ぶ．従つて nature の mixed strategy は θ の確率分布を specify することであり，man の mixed strategy は y の確率分布を specify することである．然らば game の理論より，mixed strategy を考えることにより，極めて一般的な場合について，この game は決定されることを示すことができる．そして一般にかゝる場合に得られる合理的在庫政策は y の或る確率分布であり，所謂 randomized policy である．

既に述べた如く $E(\theta,y)$ が saddle point を持てば optimal strategy は pure strategy として決まる．所で saddle point の定義からわかるように，この点は y の optimal value に対し max であり又 θ の optimal value に対し min である．このことから想像される如く，$E(\theta,y)$ が θ の凹函数 (concave function) …下に凹… なる場合は θ の optimal strategy は pure strategy として決まり，又 $E(\theta,y)$ が y の凸函数 (convex function) なるときは y の optimal strategy は pure strategy として決まることを示すことができる．

以上の考察は損失函数によつて規定される損失額が確率変数であることにより，optimality の規準をどうするかという問題に関連して来た．次にわれわれは損失函数の函数の型についての考察を行うことにする．一般にこの損失函数は，在庫維持の費用及び，売れ残り，又は需要に応じかねる

為に起る損失を含むであろう．簡単の為に損失函数の dominant な要因であるこの三つのものについて考えることにする．所で，在庫維持の費用は starting stock y に依存するものと考えることができ，売れ残り，又は需要に応じかねる為に起る費用は $y-x$ に依存すると考えることができる．そうして $y>x$ であれば，売れ残りが起ることになり，$x>y$ であれば，需要に応じきれぬことになる．然るに売れ残りが起る場合に，その為に生ずる損失と，需要に応じきれぬことにより起る損失とは weight が異なる．若しこの取り扱いが同一であるとすれば問題の処理はより容易になる．かゝる近似を行つて考えるのが，quadratic cost function の考え方である．

さてわれわれは連続的に在庫調整が行われる場合を考える．そうして在庫量の調整は生産量の調整によつて行われるものとする．然らば前述の $y-x$ は各時点の在庫量 $I(t)$ と考えることができる．そうしてこの為に起る損失は $I(t)$ の平方に比例するものとし，又生産量の変化に基づく損失は生産量 $\mu(t)$ の変化率の平方に比例するものとする．斯くの如き近似を行うことにすると，損失函数は $I(t)$ と $\dfrac{d\mu(t)}{dt}$ との函数である．然るに在庫量の変化率は生産量より需要を引いたものであるという定義的関係を考慮すると，いま需要を $C(t)$ とすれば，$\dfrac{dI}{dt}=\mu(t)-C(t)$ となる．よつて損失函数は $I(t)$ 及びその導函数と需要の導函数と含むことになる．そこで需要 $C(t)$ が既知であるとすれば，この損失函数は在庫量及びその導函数のみの函数となる．そうしてこの損失函数の一定期間に於ける積分は総損失額を与えることになり，これを最小にすることが最も有利となる．斯くの如く在庫量及びその導函数の函数の積分の最小値を求めることは数学的には一つの変分（calculus of variation）の問題である．そしてその解を与えるものとして所謂オイラー（Euler）の微分方程式が導かれることになる．特に前述の如く在庫量の平方に比例する費用と生産量の変化率の平方に比例する費用との和から損失函数がなるような，二次の費用函数（quadratic cost function）を考えるならば，導出される Euler の微分方程式は線型の微分方程式（linear differential equation）になり，その処理が容易になる．そうしてこの微分方程式の解は opitimal な在庫管理の方式を与えることになるのである．

以上の方法は在庫調整が連続的に行われず，一定の期間毎に行われる場合にも同様に考えることができる．そうしてかゝる場合は，合理的な在庫管理の方式が，その解として与えられる如き線型定差方程式（linear difference equation）が導かれることになる．勿論ここで損失函数の構成要因については更に種々なる検討を行い，より現実的な近似を行うことができる．この考え方の特質は損失函数を quadratic function として近似し，これにより control の方式を与える函数方程式を線型式として導出することにある．

所で最初に述べた如く，損失函数を starting stock と需要との函数として把えることは，在庫維持の費用と同時に，過剰在庫と過少在庫との損失の相対的関係が主要なる決定要因として影響し，これを意識的に考慮するに対し，一方損失函数を在庫量の平方に比例する費用と，生産量の変化率の平方に比例する費用の和として把えることは，在庫維持の費用と生産量の変動に伴う費用との相対的関係が決定要因として影響することになる．即ち生産量をならすことは生産量の激しい変動より有利であり，一方在庫量の平方の増大はそれが正であれ負であれ不利である．この両者の相対的関係が解を決めてくることになるのである．

以上適正在庫及び在庫管理の問題について損失函数の性質を中心として考察を行つて来たのであるが，次に前述の論述の数学的説明を附けて置く．

数 学 的 説 明

先ず簡単な例から出発する．われわれは一定の期間を考え，この期間に於ける顧客の需要にあてる為の在庫は，その期間の初頭に於いてのみ註文されるものとする．そうしてこの期間に対しては一定の売価で商品は売却され，且つこの期間の終末に於いて，売れ残つた商品は一定の処分価格で処分されるものとする．いま（売価－原価）/原価$=p$,（原価－処分価格）/原価$=q$, 原価 $=P$ と置き，又こ

の期間の starting stock を y とし，この期間に於ける顧客の需要量の total を x とする．然らば，この期間に於ける損失額は

$y \leq x$ ならば $-Ppy$, $y \geq x$ ならば $-Ppx+Pq(y-x)$ となる．

さて合理的な在庫政策とはこの損失額を最小にする如きものである．然るに，この損失額は x と y との函数である．そうして一般に x は未知であり，われわれの control できぬ量であり，y はわれわれの control できる量である．明かに如何なる x に対しても損失額を最小にする如き y は存在しない．そこで x に関する何等かの information を獲得し，この information の full utilization を考えねばならないことになる．いま顧客の需要 x は確率変数であり，その確率分布は既知であるものとする．そうして損失額の期待値を最小にする如き y が最も合理的な在庫量を与えるものであると考える．x は平均値 μ, 分散 σ^2 の正規分布に従うものと仮定する．然らば損失額 W の期待値 EW は，

$$EW=-\int_y^\infty Ppy\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]dx-\int_{-\infty}^y[Ppx-Pq(y-x)]\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]dx$$

となる．ここで変数を変換して，$(x-\mu)/\sigma=t, (y-\mu)/\sigma=z$ と置いて整理すると，

$$EW=-\int_z^\infty Pp(\sigma z+\mu)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-t^2/2]dt-\int_{-\infty}^z[Pp(\sigma t+\mu)-Pq\sigma(z-t)]\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-t^2/2]dt$$

となる．然るに y は z の monotonic increasing function であるから，EW を z について最小にすれば，その z に対応する y の値は EW を最小にするものである．よつて，

$$\frac{dEW}{dz}=Pp(\sigma z+\mu)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-z^2/2]-\int_z^\infty Pp\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-t^2/2]dt-Pp(\sigma z+\mu)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-z^2/2]$$

$$+\int_{-\infty}^z Pq\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-t^2/2]dt=-Pp\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-z}\exp[-t^2/2]dt+Pq\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^z\exp[-t^2/2]dt,$$

$$\frac{d^2EW}{dz^2}=Pp\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-z^2/2]+Pp\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-z^2/2]>0 \text{ となる．}$$

これより期待損失額を最小にする如き z は $\dfrac{dEW}{dz}=0$ として求められる．従つて

$$p/q=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^z\exp[-t^2/2]dt\Big/\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-z}\exp[-t^2/2]dt \text{ となる．}$$

即ち，与えられた p, q の値に対し，正規分布の表から求められる右辺の値が，左辺に等しくなる如き z を求めれば良いことになる．そうしてこの z に対応する y は $y=\sigma z+\mu$ として計算される．尚この場合の期待損失額は，前述の EW の式を変形することにより

$$EW_{op}=P\Big[-py\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-z}\exp[-t^2/2]dt-\{(p+q)\mu-qy\}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^z\exp[-t^2/2]dt$$

$$+(p+q)\sigma\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-z^2/2]\Big]$$ が得られるから，これを正規分布の表から得られる数値を代入することによつて計算することができる．

次にわれわれは σ^2 のみ既知で，μ が未知なる場合について考える．既に示した如く，$\dfrac{d^2EW}{dz^2}>0$ である．そうして，この計算より直ちに $\dfrac{\partial^2 EW}{\partial z^2}>0$ が得られる．然るに $\dfrac{dz}{dy}=\dfrac{1}{\sigma}>0$ を考慮すると，$\dfrac{\partial^2 EW}{\partial y^2}>0$ が得られる，即ち損失函数は y について convex である．従つて y については optimal pure strategy が存在する．いま y を fix すると，$\dfrac{dz}{d\mu}=-\dfrac{1}{\sigma}$ なることを考慮して，EW の z による表現より $\dfrac{\partial EW}{\partial\mu}=-P(p+q)\displaystyle\int_{-\infty}^z\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[-t^2/2]dt<0$ が得られる．よつて y が与えられた場合，μ が最小なるとき，EW は最大となる．そうしてこの場合の期待損失額は，$\min\limits_y\max\limits_\mu EW$ に等しく，且つ最も合理的在庫政策は $\max\limits_\mu EW=\min\limits_y\max\limits_\mu EW$ より求めることができることが，convex な payoff function を持つ game の理論より示すことができる．勿論上述のことは man の strategy は z を選ぶことであるとしても，$\dfrac{\partial^2 EW}{\partial z}>0$ 及び z を fix すると $\dfrac{\partial EW}{\partial\mu}=-Pp<0$ となり，全く同様である．

次にわれわれは供給側が random fluctuation を受ける場合について考える．以下 M. Rosenblatt の考え方を示す．Y_j を第 j 年度に於ける穀物の産出量とする．そうして Y_j は同一確率分布に従い，且つ独立に分布するものとする．S_j を政府が第 $j-1$ 年度から第 j 年度用に貯蔵する穀物の量とし，C_j は第 j 年度に消費にあてるべき量であるとする．然らば $C_j=Y_j+S_j-S_{j+1}$ なる関係式が成立する．われわれは政府の穀物政策は $S_{j+1}=D(S_j, Y_j)$ なる函数を決めることにより与えられるものとする．ここで確率変数 Y_j が同一確率分布に従い，且つ独立に分布することを考慮すると，明かに S_1, S_2,……S_j,……は所謂マルコフ連鎖（Markov chain）を作る．さてここで損失函数を規定し，期待損失額を最小にする如き函数 D を選ぶのであるが，そのような一般的函数からの選択は不可能であるので，問題を制限し，先ず $S_{j+1}=D(S_j+Y_j)$ なる函数，即ち第 j 年度に於いて available な total quantity に依存する如く，次年度用の stock を決めるものとし，更に $S_{j+1}=\alpha(S_j+Y_j)$, $0<\alpha<1$, 即ち，available な量の一定比率の部分を翌年度用の stock に向ける政策のみを考察の対象にする．よつてわれわれの問題は optimal な α を決めることになる．

さて，上述の如き限定された policy のみについて考えると，$S_2=\alpha Y$, $S_3=\alpha^2 Y_1+\alpha Y_2$,……となる．そこで $0<\alpha<1$ なることを考慮すると，$S=\lim_{j\to\infty}[\alpha^{j-1}Y_1+\alpha^{j-2}Y_2+\cdots+\alpha Y_{j-1}]$ は有限なる平均値と分散を持つ．そこでわれわれは j が充分大なる場合，即ち定常状態（stationary state）に於いて考えることにする．そうして一期間の stock の単位当りの費用を c とし，且つ消費にあてるべき C の fluctuation によつて生ずる損失を $w(C)$ となるならば，期待損失額は，

$$cES+Ew(C)=cES+Ew\{Y+S-\alpha(Y+S)\}=cES+Ew\{(1-\alpha)(Y+S)\}$$

となる．いま簡単にする為に quadratic loss function を考えることにし，$w(C)=K_1+K_2(C-M)^2$ と仮定してみる．このことは政府の立場としては，一定量 M に等しい穀物を消費市場に出すことが望ましく，それよりの偏異は平方に比例する損失をもたらすものとすることを意味する．然らば損失額の期待値は

$$\begin{aligned}&cES+K_1+K_2E\{(1-\alpha)(Y+S)-M\}^2\\&=cES+K_1+K_2(1-\alpha)^2E(Y+S)^2-2K_2(1-\alpha)(EY+ES)+K_2M^2\end{aligned}$$

となる．さて Y の平均値を μ, 分散を σ^2 とすると，S の定義及び，$S=\alpha(Y+S)$ なる関係より

$$ES=\frac{\alpha}{1-\alpha}\mu,\ \sigma^2(S)=\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\sigma^2,\ E(Y+S)^2=\frac{1}{\alpha^2}ES^2$$

となる．これを考慮して上述の期待損失額の式を整理すると，

$$\begin{aligned}&\frac{c\alpha}{1-\alpha}\mu+K_1+K_2(1-\alpha)^2\frac{1}{\alpha^2}\left[\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\sigma^2+\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\mu^2\right]-2K_2(1-\alpha)\left[\mu+\frac{\alpha}{1-\alpha}\mu\right]+K_2M\\&=K_1+K_2M^2+\frac{c\alpha}{1-\alpha}\mu-2K_2\mu+K_2\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\sigma^2+K_2\mu^2\\&=K_1+K_2M^2-c\mu-2K_2\mu-K_2\sigma^2+K_2\mu^2+\frac{c}{1-\alpha}\mu+\frac{2K_2}{1+\alpha}\sigma^2\end{aligned}$$

が得られる．そうして，これを最小にする如き α は，これの α についての二次微分が正なることに注意すると，この式を微分して零と置くことにより求めることができる．即ち

$$\frac{c\mu}{(1-\alpha)^2}-\frac{2K_2\sigma^2}{(1+\alpha)^2}=0,\ \text{viz. } \alpha=\left(\sqrt{\frac{2K_2\sigma^2}{c\mu}}-1\right)\Big/\left(\sqrt{\frac{2K_2\sigma^2}{c\mu}}+1\right) \text{ となる．}$$

次にわれわれは連続的に在庫調整が行われる場合を考え，在庫量を $I(t)$, 生産量を $\mu(t)$ とし，次の如き quadratic な損失函数を最小にすることを考える．即ち $dI/dt=\mu-C$ に注意して，

$$\int_\alpha^\beta\left[\sigma I^2+\rho\left(\frac{d\mu}{dt}\right)^2\right]dt=\int_\alpha^\beta\left[\sigma I^2+\rho\left(\frac{d^2I}{dt^2}+\frac{dC}{dt}\right)^2\right]dt.$$

然らば変分の理論より，これを最小にする如き函数 $I(t)$ は次の Euler の微分方程式を満足することが言える．即ち，

$$\frac{d^2}{dt^2}\left\{\frac{\partial}{\partial I''}\left[\sigma I^2+\rho\left(I''+\frac{dC}{dt}\right)^2\right]\right\}+\frac{\partial}{\partial I}\left[\sigma I^2+\rho\left(I''+\frac{dC}{dt}\right)^2\right]=0.$$

ここに $I''=\frac{d^2I}{dt^2}$ である．これを整理すると，次の如き線型微分方程式になる．

$\rho\frac{d^4}{dt^4}I+\sigma I=-\rho\frac{d^3C}{dt^3}.$ この式を与えられた初期条件の下に解くことによつて，最適在庫政策が得られることになる．

上述のことを離散的な場合について考えよう．定義的関係 $\varDelta I(t)=\mu(t)-C(t)$ を考慮すると，この場合も quadratic loss function を考えて，最小にすべき函数は，

$$\sum_t\{\sigma[I(t)]^2+\rho[\varDelta\mu(t)]^2\}=\sum_t\{\sigma[I(t)]^2+\rho[\varDelta^2I(t)+\varDelta C(t)]^2\}$$

となる．よつてこれを $I(r)$ について微分して零と置くと，

$\sigma\sum_t I(t)\frac{\partial I(t)}{\partial I(r)}+\rho\sum_t[\varDelta^2I(t)+\varDelta C(t)]\frac{\partial\varDelta^2I(t)}{\partial I(r)}=0$ となる．ここで $\varDelta^2I(t)=I(t+2)-2I(+1)+I(t)$ なることを考慮して微分を実行すると，

$$\sigma I(r)+\rho\{[\varDelta^2I(r-2)+\varDelta C(r-2)]-2[\varDelta^2I(r-1)+\varDelta C(r-1)]+[\varDelta^2I(r)+\varDelta C(r)]\}=0,\ \text{viz.}$$

$$\sigma I(r)+\rho\varDelta^4I(r-2)=-\rho\varDelta^3C(r-2)$$

が得られることになる．この線型定差方程式を与えられた初期条件の下に解くことによつて，最適在庫政策が得られる．

損失函数に於ける要因を更に検討することにより，又適当な modification を施すことによつて，現実に近い model を作ることができる．これについては Carnegie Institute of Technology の Simon, Holt, Modigliani の等の一連の業績がある．

参　考　文　献

適正在庫の問題，特に在庫管理の問題については，未公刊の論文も極めて多いが，こゝでは公刊されたものゝ中で，本論を書くのに直接参考にしたものゝみを挙げて置く．

1) A. Dvoretzky, J. Kiefer and J. Wolfowitz: "The Inventory Problem; I. Case of Known Distribution of Demand," *Econometrica* Vol. 20, No.2, April, 1952.

2) A. Dvoretzky, J. Kiefer and J. Wolfowitz: "The Inventory Problem; II. Case of Unknown Distribution of Demand," *Econometrica* Vol. 20, No.3, July, 1952.

3) J. Laderman, S.B. Littauer and Lionel Weiss: "The Inventory Problem," *Journal of the American Statistical Association,* Vol.48, No.264, December, 1953.

4) M. Rosenblatt: "An Inventory Problem," *Econometrica* Vol.22, No.2, April, 1954.

5) H.A. Simon: "On the Application of Servomechanism Theory in the Study of Production Control," *Econometrica* Vol.20, No.2, April, 1952.

6) H.J. Vassian: "Application of Discrete Variable Servo Theory to Inventory Control," *Journal of the Operations Research Society of America* Vol.3. No.3, August, 1955.

7) C.C. Holt and H.A. Simon: "Optimal Decision Rules for Production and Inventory Control," *Proceedings of the Conference on Operations Research in Production and Inventoy Control,* 1954.

8) 横山保；「在庫量の問題」，大阪大学経済学，第4巻，第1.2号：「在庫管理に於ける Servomechanism の理論」，同，第5巻，第1号：「在庫管理体系に於ける一般解と費用函数」，同，第5巻，第2号．

ある種の相対効率の検定又は推定

とくに O·R の Biological Concept について

浅　野　長　一　郎*

§1．序　　論

企業に於ける O·R の意図は，その属する経済競争社会の中で自己の企業の活動勢力をたえず強化拡大せしめるため，可能な幾つかの中から最も有効な方法・手段を研究又は選出することである．そして今やこの企業に於ける O·R 的方法は生産・技術に関する合理化をも含め複雑多岐に亘

* 塩野義製薬株式会社　製造部　品質管理課