日本オペレーションズ・リサーチ学会
2005年春季研究発表会

ソフトウェアの信頼度成長過程を考慮したリアルタイム性評価に関する一考察

01307475　鳥取大学　*得能貢一　TOKUNO Koichi
01702425　鳥取大学　山田茂　YAMADA Shigeru

1　はじめに

本稿では，ソフトウェアの信頼度成長過程を考慮しながら，処理時間制約内に仕事の処理を完了することができる度合であるリアルタイム性の定量的評価法[1]について議論する．ソフトウェア故障発生現象は，マルコフ型不完全デバッグモデル[2]で記述される．システムの形態としては，通信ソフトウェアシステムのような同時に複数の処理を実行するシステムを想定し，処理時間制約内に処理を完了できる仕事数の確率分布を，無限サーバ待ち行列モデル[3]の考え方を用いて解析する．

2　マルコフ型不完全デバッグモデル

ソフトウェア信頼度成長過程をモデル化するための仮定を，以下に示す．

A1. 修正フォールト数がn個のとき，次のソフトウェア故障発生までの時間間隔U_nは，ハザードレートλ_nをもつ指数分布に従う．λ_nはnの非増加関数とする．

A2. ソフトウェア故障発生時には，デバッグ作業が実施される．デバッグ作業は，確率$a(0<a\leq 1,$一定$)$で完全な作業となり，このときフォールトは1個除去され，信頼性が向上する．一方，確率$b(=1-a)$でデバッグ作業は不完全なものとなり，信頼性は向上しない．

A3. システムの修復時間は考慮しない．

上記の仮定より，時刻tまでに修正・除去される累積フォールト数を表す確率過程$\{Z(t), t\geq 0\}$は，完全デバッグ率aに支配されるマルコフ過程を形成する．図1に，$Z(t)$の状態遷移図を示す．

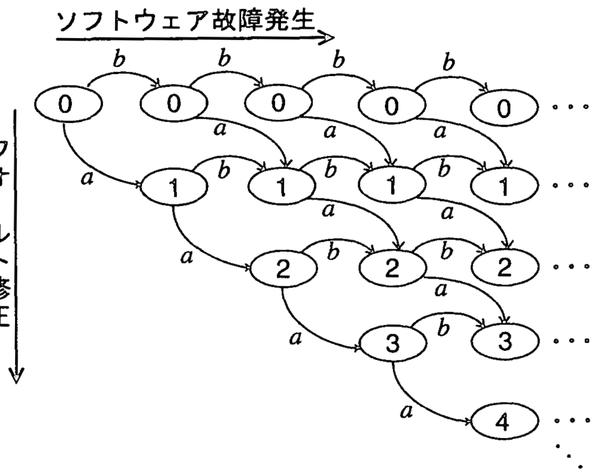

図1　$Z(t)$の状態遷移図．

このとき，$Z(t)$の確率分布は，

$$\Pr\{Z(t)=n\}=\frac{g_{n+1}(t)}{a\lambda_n}\quad (n=0,1,2,\ldots), \tag{1}$$

で与えられる．ここで，$g_n(t)$はn個のフォールトを修正するのに要する時間S_nに対する確率密度関数を表し，その分布関数は，

$$G_n(t)\equiv\Pr\{S_n\leq t\} = \sum_{i=0}^{n-1}A_i^n(1-e^{-a\lambda_i t}) \quad (t\geq 0;\ n=1,2,\ldots;\ G_0(t)\equiv \mathbf{1}(t)), \tag{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} A_0^1\equiv 1 \\ A_i^n=\displaystyle\prod_{\substack{j=0\\j\neq i}}^{n-1}\frac{\lambda_j}{\lambda_j-\lambda_i} \\ (n=2,3,\ldots;\ i=0,1,2,\ldots,n-1)\end{array}\right\}, \tag{3}$$

である．

3　システムの動作規定

システムに到着する仕事数の確率的振舞いや仕事の処理時間に関する仮定を，以下に示す．

B1. 時刻tまでにシステムに到着する仕事数$N(t)$は，到着率θの同次ポアソン過程に従う．システムに到着した仕事は，即座に処理が開始される．

B2. 各仕事の処理時間Yは，独立で同一の分布$H(t)$に従う．

B3. システムには処理時間制約T_rが規定されており，各仕事がT_rまでに処理できなかった場合，その仕事は破棄される．

B4. システムにおいて，同時に処理可能な仕事数は十分大きいとする．

4　処理性評価尺度

$\{X(t|T_r), t \geq 0\}$を，時刻tまでに到着した仕事のうち，処理時間制約T_r内に処理を完了することができる仕事数を表す確率過程とする．このとき，$\{N(t)=k\}$が与えられたときの$X(t|T_r)$の条件付確率を考慮すると，

$$\Pr\{X(t|T_r)=j\} = \sum_{k=0}^{\infty} \Pr\{X(t|T_r)=j|N(t)=k\} e^{-\theta t}\frac{(\theta t)^k}{k!}, \tag{4}$$

が得られる．今，n個のフォールトが修正されているとき，1つの仕事がシステムに到着したとする．このとき，その仕事が処理時間制約T_r以内に完了することができる確率は，

$$\beta_n(T_r) = \int_0^{T_r} e^{-\lambda_n y} dH(y), \tag{5}$$

で表される．また仮定B1より，$\{N(t)=k\}$が与えられているとき，任意の1つの仕事に対する到着時間は，時間区間$(0,\ t]$で一様に分布するので，時刻tまでに到着した任意の1つの仕事が，処理時間制約T_r以内に完了できる確率は，

$$p(t|T_r) = \frac{1}{t}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G_{n+1}(t)}{a\lambda_n}\beta_n(T_r), \tag{6}$$

となる．

したがって，$X(t|T_r)$の確率分布は，

$$\Pr\{X(t|T_r)=j\} = e^{-\theta t p(t|T_r)}\frac{[\theta t p(t|T_r)]^j}{j!}, \tag{7}$$

となる．式(7)より，$X(t|T_r)$は，平均値関数$\theta t p(t|T_r)$をもつ非同次ポアソン過程に従うことがわかる．よって，期待処理可能仕事数は，

$$\Lambda(t|T_r) \equiv \mathrm{E}[X(t|T_r)] = \theta\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G_{n+1}(t)}{a\lambda_n}\beta_n(T_r), \tag{8}$$

で与えられる．また，時刻tにおける瞬間仕事処理完了率は，

$$\mu(t|T_r) \equiv \frac{\mathrm{d}\Lambda(t|T_r)}{\mathrm{d}t}\Big/\theta = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{g_{n+1}(t)}{a\lambda_n}\beta_n(T_r), \tag{9}$$

となる．式(9)は，時刻tにおいて単位時間当りに到着する仕事数に対する処理可能な仕事数の割合を表す．さらに，時間区間$(0,\ t]$の間に到着する仕事数に対する処理可能な仕事数の割合を表す累積仕事処理完了率は，

$$p_s(t|T_r) \equiv \frac{\mathrm{E}[X(t|T_r)]}{\mathrm{E}[N(t)]} = p(t|T_r), \tag{10}$$

となる．

謝　辞

本研究の一部は，文部科学省科学研究費補助金若手研究(B) Grant No. 16710114および基盤研究(C)(2) Grant No. 15510129の援助を受けたことを付記する．

参考文献

[1] 木村光宏，山本美保，山田茂，“処理時間制約のあるフォールトトレラントソフトウェアシステムの性能評価，” 日本信頼性学会誌（信頼性），Vol. 20, No. 7, pp. 422–432, 1998年9月．

[2] K. Tokuno and S. Yamada, “An imperfect debugging model with two types of hazard rates for software reliability measurement and assessment,” Mathematical and Computer Modelling, Vol. 31, Nos. 10–12, pp. 343–352, May 2000.

[3] S. M. Ross, Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San Francisco, 1970.