再呼習性を考慮した移動カスタマーモデル

01602730 町原 文明　　斉藤 碧
〒 350-0394 埼玉県比企郡鳩山
東京電機大学理工学部情報科学科
E-mail: fumi@j.dendai.ac.jp

1. はじめに

携帯電話真っ盛りの今日この頃である。ここ10年来の携帯電話サービス需要の爆発的増加を支えてきた技術は、セルラ方式とよばれる小ゾーン方式である。従来の固定電話と異なり、カスタマーは通話中であろうとなかろうと、なんの障害もなくゾーンの境界をまたいで他ゾーンへと移動できる。筆者は以前、小ゾーン方式をとる無線ネットワークのトラヒックモデルとして、移動カスタマーモデルを提案、解析し [1], その回線設計に従来のアーランの損失式を用いてもよいという結論を得た。そのモデルと解析結果は次の通り。

[モデル] 1つの着目ゾーンとそれを囲む複数のゾーンからなる地域を、カスタマーが移動しながら通話サービスを受けることができるネットワークシステムを考える。以下の仮定を置く。

仮定 (1)　カスタマーは通話中の時、到着率（強度）λ でサービスを要求し、その着目ゾーン内に空き回線があるとこれらのうち1回線を保留して通話サービスを受ける。その通話時間の長さ S は平均 $E(S)$ の一般分布 $P(S \leq x) \equiv H(x)$ に従う。もし空き回線がなければ、そのサービスは呼損となり、その通話中のカスタマーは非通話中のままの状態を続ける。呼損に出会う定常確率を呼損率という。通話中のカスタマーは決して通話サービスを要求しない。回線総数を S とする。

仮定 (2)　すべてのカスタマーは移動可能である。カスタマーは隣接ゾーンから着目ゾーンに進入する。カスタマーの進入率は α である。進入したカスタマーが通話中である時、もしその着目ゾーン内に1回線以上の空き回線があると、そのカスタマーはこれらのうち1回線を保留して通話を続け、もしなければ、そのサービスは強制的に切断され、そのカスタマーは非通話の状態に移り、その着目ゾーン内では再呼しない。後者の場合をハンドオフ失敗といい、その定常確率をハンドオフ失敗確率と呼ぶ。進入した通話中カスタマーの経過通話時間は、通話時間分布 $H(x)$ の平衡分布 $H_e(x)$ に従う。即ち、密度関数 $h_e(x) = H^c(x)/E(S)$ をもつ。ここで、H^c は H の補分布を表す。進入した通話中のカスタマーの残余通話時間もそれがあれば分布 $H_e(x)$ に従う。進入したカスタマーが非通話中であれば、そのままの状態を続ける。進入する任意のカスタマーが通話中である確率は $E(S)/(E(S)+\lambda^{-1})$、非通話中である確率は $\lambda^{-1}/(E(S)+\lambda^{-1})$ である。つまり、非通話中のカスタマーの進入率は $a \equiv \alpha\lambda^{-1}/(E(S)+\lambda^{-1})$、通話中のカスタマーの進入率は $b \equiv \alpha E(S)/(E(S)+\lambda^{-1})$ となる。

仮定 (3)　着目ゾーン内に進入したカスタマーの着目ゾーン内滞在時間 T は、平均 $E(T)$ の一般分布 $P(T \leq x) \equiv G(x)$ に従う。解析結果は次の通りである。

[解析結果] 確率変数 M をゾーン内の通話中のカスタマーの数、確率変数 N をゾーン内の非通話中のカスタマーの数とした時、ゾーン内のカスタマーの数の定常分布は以下のように表される。

$$P\{M=m; N=n\} = \frac{\{bE(T)\}^m}{m!}\frac{e^{-aE(T)}\{aE(T)\}^n}{n!}\left(\sum_{j=0}^{S}\{bE(T)\}^j/j!\right)^{-1} \tag{1}$$

サービス時間もゾーン滞在時間もその平均を通してのみ、定常状態分布に影響を与えるという不感特性 (*insensitivity*) をもつ。しかし、アーラン損失式の成立、不感特性の成立という結果を得るためにある仮定をしている。それは、通話中のカスタマーが着目ゾーンに入ったとき、そこで空き回線をつかめず、ハンドオフに失敗した場合の行動である。彼あるいは彼女はハンドオフに失敗した場合、その着目ゾーンにおいては再呼をしないという仮定をおいている。カスタマーはすべて再呼断念型としている訳である。しかし、ハンドオフに失敗して強制的に非通話とされたカスタマーは、通常の非通話カスタマーのように、そのゾーン内で強度 λ でサービスを要求するかもしれない。このようなカスタマーを通常再呼型とよび、次節でそれらがトラヒック品質に与える影響を調べる。

2. 通常再呼型カスタマーの影響

再呼断念型カスタマーに加えて通常再呼型カスタマーが存在すると、ハンドオフ失敗の定常確率とカスタマーがサービスを要求したときにそれに失敗する定常確率 (呼損率) は明らかに増大する。本節では、着目ゾーン

に進入する通話中のカスタマーが通常再呼型である確率を γ としたとき、その影響を調べる。$\gamma \neq 0$ のとき、通話中のカスタマーの数 M と非通話中のカスタマーの数 N の定常分布 P_1 は前節で扱った定常分布 P より確率的に大きい。前節で示されたような一般化アーラン損失式のような積形式解は得られなくなるし、通話時間分布とゾーン滞在時間分布双方の不感特性も失われる。これらの状況から、定常分布 P_1 を厳密に求めることは困難となる。ここでは、これらの特性を保持しながらも、P_1 よりも確率的に大きい分布 P_u をつくろう。これは、着目ゾーン内で通話中のカスタマーそれぞれの通話経過時間とゾーン内滞在時間、および、非通話中カスタマーそれぞれのゾーン内滞在時間を状態にいれるとマルコフ過程が得られることを利用するものである。この状態を $\{(\vec{x}_m, \vec{y}_m); \vec{z}_n\}$ としよう。ここで、m と n はそれぞれ、着目ゾーン内の通話中カスタマーの数と非通話中カスタマーの数を表す。ベクトル $\vec{x}_m$ の各要素は通話中カスタマーの経過通話時間、$\vec{y}_m$ の各要素は通話中カスタマーの経過滞在時間、$\vec{z}_n$ の各要素は非通話中カスタマーの経過滞在時間を表している。定常分布 P のもとではコロモゴロフの基準をみたすけれども、定常分布 P_1 のもとではこの基準をみたさない。通常再呼型カスタマーの存在が邪魔をするという訳である。状態 $\{(\vec{x}_{S-1}, \vec{y}_{S-1}); \vec{z}_n\}$ から状態 $\{(\vec{x}_S, \vec{y}_S); \vec{z}_n\}$ へ向かう複数ある推移パスの中で、確率強度の積が異なるものが出てくるというのが元凶となっている。これらのパスの中で、確率強度の積が最も大きいものを選んで分布 P_u をつくると、次式が得られる。

$$P_u\{M=m; N=n\} = P_u\{\phi_1;\phi_2\}\left\{\frac{(bE(T))^m}{m!}\ \frac{(aE(T))^n}{n!}\right\},\quad 0 \leq m < S,\ 0 \leq n < \infty. \tag{2}$$

$$P_u\{M=S; N=n\} = P_u\{\phi_a;\phi_b\}\left\{\frac{(1+\lambda E(S)\gamma)(bE(T))^S}{S!}\ \frac{((a+\gamma b)E(T))^n}{n!}\right\} \tag{3}$$

ここで、$P_u\{\phi_a;\phi_b\}$ は着目ゾーン内にカスタマーが存在しない定常確率で、以下のように表現される。

$$P_u\{\phi_1;\phi_2\} = \exp(-aE(T))\left\{\sum_{m=0}^{S-1}\frac{(bE(T))^m}{m!} + \frac{(1+\lambda E(S)\gamma)(bE(T))^S}{S!}\exp(\gamma bE(T))\right\}^{-1}. \tag{4}$$

式 (1) の $m=S$ の場合と式 (3) において、$m=S$ に関する周辺分布をとると、前節モデルにおけるハンドオフに失敗する定常確率 $P^{(F)}$ とその上限値 $P_u^{(F)}$ を得る。式 (3) と式 (4)、及び、前節の P に関する結果を使うと次の不等式を得る。

$$P_u^{(F)} - P^{(F)} = \lambda E(S)\gamma P^{(F)}\frac{\sum_{m=0}^{S-1}(bE(T))^m/m!}{\sum_{m=0}^{S}(bE(T))^m/m! + \lambda E(S)(bE(T))^S/S!} < \lambda E(S)\gamma P^{(F)}(1-P^{(F)}) \tag{5}$$

通常、$\lambda E(S) \approx 1/50$ そして回線設計は $P^{(F)} = 1/100$ 以下で行うことを考えると、この差は無視できるほどに小さく、$P_u^{(F)}$ は非常にタイトな上限になっていることがわかる。非通話中のカスタマーが通話を始めようとしたときすべての回線が塞がっている定常確率で定義される呼損率 $P_u^{(B)}$ は $P_u^{(F)}$ とは異なる。但し、$P^{(B)}$ は $P^{(F)}$ に等しい。

$$P_u^{(B)} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n\lambda P_u\{M=S; N=n\}}{\sum_{m=0}^{S}\sum_{n=1}^{\infty} n\lambda P_u\{M=m; N=n\}} = P_u^{(F)}\left\{1 + \frac{\gamma b(1-P_u^{(F)})}{a+\gamma b P_u^{(F)}}\right\} \tag{6}$$

となり、呼損率の方がハンドオフ失敗確率より大きい。

今、$\lambda = 1/60$、$E(S) = 3$、$E(T) = 120$、$S = 50$ と固定して、平均着目ゾーン内通話中カスタマー数 $bE(T)$ を 40 から 140 まで 20 おきに振らしてみると、すべてのカスタマーが再呼断念型である場合 $(\gamma = 0)$ 、ハンドオフ失敗の定常確率 $P_u^{(F)}$ は、.019、.216、.393、.509、.589、.647 と増加する。この場合、呼損率 $P^{(B)}$ はこれらに等しい。一方、すべてのカスタマーが通常再呼型である場合 $(\gamma = 1)$ のハンドオフ失敗の定常確率 $P_u^{(F)}$ は、.020、.224、.405、.521、.601、.658 となり、1/100 程度の再呼の影響がみられる。呼損率 $P^{(B)}$ は、.021、.233、.417、.534、.612、.669 となり、再呼により呼損率は 2/100 程度増加する。いずれにしても、顕著な差はみられない。よく電話をかけるカスタマーが、着目ゾーンに集中したりするとすると、再呼の影響が顕著となる。例えば、$\lambda = 1/6$ の場合、$bE(T)$ を同様にふらすと、$P_u^{(F)}$ は、.028、.293、.493、.609、.683、.733、$P^{(B)}$ は、.041、.383、.593、.700、.763、.805 となり、顕著な影響をみてとれる。

参考文献

[1] 町原文明, 異種多元移動カスタマートラヒックモデル, 信学論 B,vol.J87-B, No.10, pp.1686-1695, 2004 年 10 月.