日本オペレーションズ・リサーチ学会
2005年春季研究発表会

ファジィ性を含む直角距離施設配置問題の解法

近畿大学 *菊田直正 KIKUTA Naomasa
01602685 近畿大学 松冨達夫 MATSUTOMI Tatsuo

1．緒言

本研究では、平面上に分布する需要点へサービスを提供する施設の配置問題を考える。施設配置の評価に対する恣意性を考慮しファジィ目的とファジィ制約を持つ問題の解法を与える。

2．施設配置問題の定式化

地域内に分布している需要を考慮しつつ施設配置を決定することはサービスに係わる計画の中でも最も重要な決定事項の1つである。提供するサービス機能はいくつか考えられるが、利便性や安心感の評価尺度として代表的で、それらのサービス水準を測定する共通的な尺度は距離である。しかし、その評価値は単純に距離に比例するものではなく、また評価する者の恣意性が影響する。そこで、本研究ではこのような施設配置問題にファジィ概念を導入し、n個の需要点が平面上に与えられた場合を考え、以下のように定式化する。ここでは需要点と施設間の距離に対する制約条件が(2.2)式で与えられる問題1と(2.3)である問題2を考える。

目的関数　最小化 $\sum_{i=1}^{n} d_i(X, A_i)$　(2.1)

制約条件　（問題1）$d_i(X, A_i) \underset{\sim}{<} r$　(2.2)

（問題2）$d_i(X, A_i) \underset{\sim}{<} r_i$　(2.3)

ただし　$d_i(X, A_i) = |x - a_i| + |y - b_i|$　(2.4)

$X = (x, y)$　：施設の座標

$A_i = (a_i, b_i)$　：i需要点の座標

目的関数の$\underset{\sim}{<}$の記号は目的関数値をだいたいr_0以下にしたいことを意味している。

メンバーシップ関数

目的関数に関するメンバーシップ関数$\mu_0(X)$を以下のように定義する。ただし

$l = \sum_{i=1}^{n} d_i(X, A_i)$、$d_i = d_i(X, A_i)$とする。

$$\mu_0(X) = \begin{cases} 0 & : l \geq r_0 + l_0 \\ 1 - \dfrac{l - r_0}{l_0} & : r_0 < l < r_0 + l_0 \\ 1 & : l \leq r_0 \end{cases} \qquad (2.5)$$

$\mu_0(X)$は目的関数が満たされる度合いを表わし、l_0は閾値の最大値を表わす。これは、意思決定者がlの値としてせいぜいr_0であってほしいが、しかし、$r_0 + l_0$までは、その値に近づくに従いその満足度は低くなるけれども、止む得ないと考えていることを意味する。そして、lの値が$r_0 + l_0$を超えてしまうと、全く満足できないことを意味している。各需要点ごとの施設配置に対する満足度を表わすメンバシップ関数$\mu_i(X)$を次のように定義する。

$$\mu_i(X) = \begin{cases} 0 & : d_i \geq r_i + l_i \\ 1 - \dfrac{d_i - r_i}{l_i} & : r_i < d_i < r_i + l_i \\ 1 & : d_i \leq r_i \end{cases} \qquad (2.6)$$

3．問題1の解法

まず、次のようにminsum問題とminmax問題を定義する。

minsum問題　最小化　$\sum_{i=1}^{n} d_i(X, A_i)$　(3.1)

minmax問題　最小化　$\max d_i(X, A_i)$　(3.2)

問題1は次の解法アルゴリズムにより解ける。

問題1の解法アルゴリズム

ステップ1：各需要点に対してminsum問題の最適配置を決定する。例外を除き需要点の数が偶数の場合、範囲を持ち、奇数の場合は1点に決まる。

ステップ2：各需要に対してminmax問題の最適配置を決定する

ステップ3：minsum問題の最適配置、minmax問題の最適配置が重なる場合そこが最適解となり、そうでない場合はステップ4にいく。

ステップ4：各需要に対してのminsum問題の最適配置のメンバーシップ関数値

$\mu_o(X)$ と minmax 問題のメンバーシップ関数値 $\mu_c(X)$ がなるべく小さくならない重なる配置が最適解となる。最適解は1点ではなくラインの範囲を持つ。

ステップ1およびステップ2における minsum 問題と minmax 問題の最適解は次の数値例に対して図1のように求まる。

表1　各需要の座標

1	2	3	4	5	6
(10,12)	(5,19)	(14,28)	(17,22)	(16,32)	(20,26)

minsum 問題の最適配置は次の x,y での範囲で示される矩形領域である。

$14 \le x \le 16 \quad 17 \le y \le 26$

minmax 問題の最適配置は次の直線で表わされる線上の点である。

$y = -x + 35$　ただし、x,y の範囲は

$10 \le x \le 17 \quad 19 \le y \le 25$

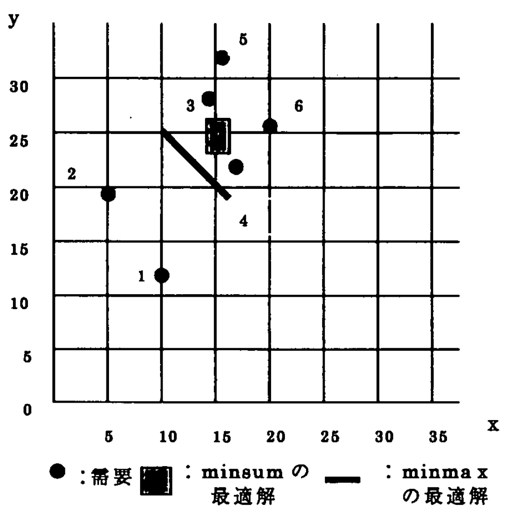

図1　需要点と施設の最適配置

このように施設の数が偶数の場合、minsum 問題の最適解は領域で表わされ、minmax 問題の最適解は直線上での範囲を持つ。以下の条件が成り立つ領域が最適配置である。

$$1 - \frac{l - r_0}{l_0} = 1 - \frac{d_i - r_i}{l_i} \qquad (3.1)$$

4．問題2の解法

すべての配置と需要点間の距離に対するメンバーシップ関数について

$\mu_c(X) = \min\{\mu_i(X)\}$

と定義すると、問題2のファジィ施設配置問題は次のような問題として定式化される。

目的関数

$\min\{\mu_o(X), \mu_c(X)\}$　→　最大化

問題2の解法アルゴリズム

ステップ1は問題1と同様。

ステップ2． 各需要点毎にメンバーシップ関数値が1である範囲を決定する。すべての範囲が重なる場合にはそこが最適解の候補地である。

ステップ3． ステップ2で求まった範囲と minsum 問題の最適解が重なる場合はそこが最適解となる。そうでない場合にはステップ4へいく。

ステップ4． 各需要に対しての minsum 問題のメンバーシップ関数値 $\mu_o(X)$ と需要点ごとの満足する範囲のメンバーシップ関数値 $\mu_c(X)$ がなるべく小さくならない重なる配置が最適解となる。最適解は1点ではなくラインの範囲を持つ。

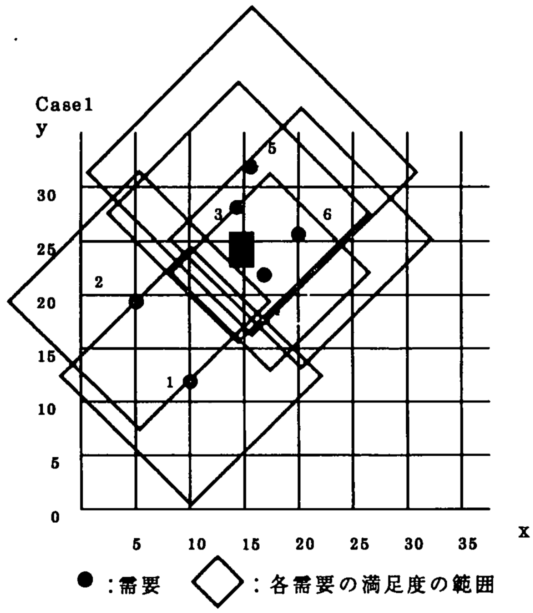

図2．各需要の満足する範囲

参考文献

(1) L.Cooper:Location-allocation problem.Ops.Res.11,331-343(1963)

(2) Christopher R.Houck,Jeffrey A:Comparison of genetic algorithms random restart and two-opt switching for solving large location-allocation problem ,Computers Ops Res.Vol23,pp.587-596,1996