日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年春季研究発表会

独占市場における重量品質保証に関する最適戦略

01204194　流通科学大学情報学部　　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1．はじめに

(1) 独占市場を考える．

(2) 生産者は，秤を用いて製品を計量し，計量の結果を製品に記載した上で製品を出荷する．

(3) 計量する製品の数量は大きく，連続量とみなすことができる．また，製品１単位を計量するのに必要な時間を１単位時間として考えることとする．

(4) 計量作業の過程で秤に狂いが発生することがあり，狂いが発生した秤で計量された製品をそのまま出荷した場合，製品に記載された重量と実際の重量が異なることとなる．このように，記載重量と実重量とに差が存在するかどうかを重量品質と呼ぶ．さらに記載重量と実重量とが異なる製品を不良品と呼ぶ．

(5) 発生した秤の狂いは点検によって検出，調整され，正常に戻る．なお，点検は時刻 $iT(i=1,2,\cdots)$ で行われ，調整作業を含む．

(6) １回あたりの秤の点検に要する費用を c_0，単位時間あたりの計量作業に必要な費用を c_1 とする．

(7) 製品の計量過程において，生産者は次の２通りの政策を考える．

(8) $i=1,2,\cdots$ に対し，第 $(i-1)$ 回目の点検から第 i 回目の点検に至る間では，秤に狂いが発生するまでの時間を連続の確率変数 $X_i(>0)$ で表し，X_i は互いに独立に分布関数 $F(x)$ の確率分布に従うものとする．さらに，$E(X_i)=\mu<+\infty$ を仮定する．

(9) 重量保証活動に関連する費用を除いた製造，輸送，販売に関わる原価は a である．

(10) 後述のタイプ１，２に関わらず，製品を購入した消費者が得られる利益は R である．

2．政策

次の２通りの政策を考える．

[政策１]

次の秤の点検を待たずに計量を終えた製品から逐次出荷する．この場合不良品が出荷される可能性があり，不良品を出荷した場合には，単位当たりの不良品につき c_2 の費用をかけて保証を行う．但しこの保証によって消費者が得る利益は W_0 である．このような計量方策を政策１と呼ぶこととし，政策１の下で計量された製品は価格 P_1 で販売される．また，以下では，政策１の下で計量された製品をタイプ１の製品と呼ぶ．

[政策２]

計量を終えた製品はすぐに出荷するのではなく，次に行われる秤の点検結果を待ち，秤に異常がないことが確認された時点でまとめて出荷する．点検の結果秤に狂いが検出された場合，前回の秤の点検時以降に計量された全ての製品に対して計り直しを行う．これを政策２と呼ぶ．

政策２の下では不良品が出荷されることはないので，不良品に対する保証は不要である．しかし，政策２の下では，計量を終えた製品は次の点検が終了するまで計量作業の現場に待機させる必要があり，そのためのスペースを確保しておかなければならない．秤の点検が時刻 $iT(i=1,2,\cdots)$ で実施されることから，確保すべきスペースは T に依存しており，単位時間あたりのスペース利用費用を c_3 とする．また，１単位あたりの製品が出荷を待つため単位時間待機するための費用を c_4 とする．なお，政策２の下で計量された製品の販売価格は $P_2(>P_1)$ であり，政策２の下で計量された製品をタイプ２の製品と呼ぶ．

3．消費者の最適反応

政策１の下で計量，出荷されるタイプ１の製品の不良率は次式で与えられる．

$$D_1(T)=\frac{\int_0^T F(x)dx}{T} \tag{1}$$

以下では，消費者の意思決定を次のように定義する．

オプション A_0： タイプ１，２ともに購入しない．
オプション A_1： タイプ１の製品を購入する．
オプション A_2： タイプ２の製品を購入する．

3．1　オプション A_1 と A_0 の比較

消費者が購入する製品がタイプ１であれ，タイプ２であれ，これらは価格及び重量に関する品質を除いて元々同じ製品であるので，製品の購入によって消費者は一定の収益 R をあげることができるものとする．このとき，消費者がタイプ１の製品を購入した場合の期待利益は

$$\Pi_1(p)=(R-P_1)(1-p)+(W_0-P_1)p \tag{2}$$

で与えられる．但し，p はタイプ１の製品の不良率であり，式 (1) で与えられると同時に，秤の点検時間間隔 T の関数である．

$W_0<R$ が成立するとき

$$p<\min\left(\frac{R-P_1}{R-W_0},1\right) \tag{3}$$

ならば，$\Pi_1(p)>0$ であり，オプション A_1 を選択する．すなわち $A_1\succ A_0$ である．また $p=\min\left(\frac{R-P_1}{R-W_0},1\right)$ ならば，$A_1\sim A_0$ である．ここに，$x\succ y$ は x が y よりも選好されることを，$x\sim y$ は x と y が無差別であることを意味する．

$W_0\geq R$ が成り立つ場合には，$\Pi_1>0$ であり，常に $A_1\succ A_0$ である．

3．2　オプション A_2 と A_0 の比較

タイプ２の製品を購入した場合の消費者の期待利益は次式で与えられる．

$$\Pi_2(P_2)=R-P_2 \tag{4}$$

$\Pi_2(P_2)>0$ となるのは，$P_2<R$ が成立する場合であり，このときに $A_2\succ A_0$ が成り立つ．また $P_2=R$ ならば，$A_2\sim A_0$ である．

3．3　オプション A_1 と A_2 の比較

$W_0<R$ のとき，$\Pi_1(p)>\Pi_2(P_2)$ となるためには

$$p<\min\left(\frac{P_2-P_1}{R-W_0},1\right) \tag{5}$$

であればよく，このときに $A_1 \succ A_2$ である．また，$p = \min((P_2 - P_1)/(R - W_0), 1)$ ならば，$A_1 \sim A_2$ である．

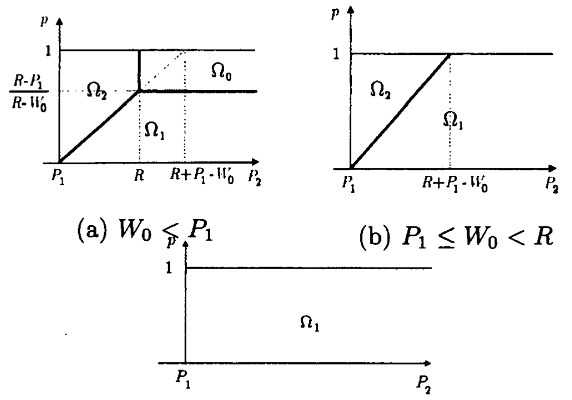
$W_0 \geq R$ ならば，p の値に拘わらず $A_1 \succ A_2$ が成り立つ．

3．4　最適反応

以上のような解析の結果，消費者の最適反応は，タイプ1の製品の不良率 $p(\equiv D_1(T))$ と，タイプ2の製品の価格 P_2 に対応して，次のようにまとめられる．

(1) $(p, P_2) \in \Omega_0$ ならばオプション A_0 を選択．
(2) $(p, P_2) \in \Omega_1$ ならばオプション A_1 を選択．
(3) $(p, P_2) \in \Omega_2$ ならばオプション A_2 を選択．

紙数の関係上，$\Omega_i (i = 0, 1, 2)$ を式ではなく，図1に示す．



(a) $W_0 < P_1$　　(b) $P_1 \leq W_0 < R$

(c) $W_0 \geq R$

図 1: 消費者の最適反応

4．生産者の最適政策

タイプ1の製品1単位あたりの期待利益は

$$Q_1(T) = P_1 - a - \left[c_1 + \frac{c_0 + c_2 \int_0^T F(x)dx}{T}\right] \tag{6}$$

となる [1, 2]．これに対し，タイプ2の製品1単位あたりの期待利益は

$$Q_2(T, P_2) = P_2 - a - \frac{c_0 + c_1 T + c_3 T^2 + \frac{c_4 T^2 [1 + F(T)]}{2}}{T\overline{F}(T)} \tag{7}$$

である．よって，生産者は Ω_1 の量域内で $Q_1(T)$ を，Ω_2 の領域内で $Q_2(T, P_2)$ を最大にし，両者を比較し大きい方を選択すればよい．

Ω_1 の領域内で $Q_1(T)$ を最大にするとき，図1 (a) においては，有限の T^* が唯一存在することが解析的に示される．図 (b), (c) の場合には，有限の T^* が唯一存在するかあるいは $T^* = +\infty$ であることが示される．

Ω_2 の領域内で $Q_2(T, P_2)$ を最大にするとき，P_2 を固定して考えると，有限の T^* が（唯一かどうかは不明）存在することを解析的に示される．なお，$Q_2(T, P_2)$ は P_2 に関して増加である．

最適戦略は，次のようになる．

(1) $W_0 < P_1$ に対して $Q_1(T_1^*) \geq \lim_{P_2 \to R-0} Q_2(T_2^*, P_2)$ ならば，あるいは $P_1 \leq W_0 < R$ に対して $Q_1(T_1^*) \geq \lim_{P_2 \to (R+P_1-W_0)-0} Q_2(T_2^*, P_2)$ ならば，最適戦略は政策1において

$$T = T_1^*$$

とし，政策2において

$$P_2^* > P_1 + (R - W_0)p^*$$

とすればよい．このとき，生産者は期待利益 $Q_1(T_1^*)$ が得られる．

(2) $W_0 < P_1$ に対して $Q_1(T_1^*) < \lim_{P_2 \to R-0} Q_2(T_2^*, P_2)$ ならば，あるいは $P_1 \leq W_0 < R$ に対して $Q_1(T_1^*) < \lim_{P_2 \to (R+P_1-W_0)-0} Q_2(T_2^*, P_2)$ ならば，最適戦略は政策2において

$$\begin{aligned} T &= T_2^* \\ P_2^* &\to \begin{cases} R - 0, & W_0 < P_1 \\ R + P_1 - W_0 - 0, & W_0 \geq P_1 \end{cases} \end{aligned}$$

とし，政策1においては

$$p^* \to \begin{cases} \frac{R-P_1}{R-W_0} \leq p < 1, & W_0 < P_1 \\ 1 - 0, & W_0 \geq P_1 \end{cases} \tag{8}$$

と設定すればよい．このときの生産者の期待利益は

$$Q_2(T_2^*, P_2^*) = \begin{cases} \lim_{P_2 \to (R+P_1-W_0)-0} Q_2(T_2^*, P_2), & W_0 < P_1 \\ \lim_{P_2 \to R-0} Q_2(T_2^*, P_2), & W_0 \geq P_1 \end{cases} \tag{9}$$

である．

(3) $W_0 \geq R$ のとき，消費者はタイプ2の製品を購入することはなく，必ずタイプ1の製品を購入する．よって，$Q_1(T_1^*) > 0$ ならば，最適戦略は政策1において

$$T = T_1^*$$

とし，政策2においては $P_2 (\geq P_1)$ の値を適当に設定すればよい．

5．数値例

紙数の関係上当日報告させて戴く．

参考文献

[1] H.Sandoh and N. Igaki, *Computers & Mathematics with Applications*, (2003) (in press)
[2] H. Sandoh and N. Igaki, *Journal of Quality in Maintenance Eng.*, **7**, pp. 220 (2001).
[3] H. Sandoh and T. Nakagawa, *Journal of the Operational Research Society*, **54**, pp. 318,(2003).