

## SVMを用いた受動忘却

02005394	大阪大学大学院 甲南大学	*浅田 武史 中山 弘隆	ASADA Takeshi NAKAYAMA Hiroataka
01307844	大阪大学大学院	谷野 哲三	TANINO Tetsuzo

## 1. 序

近年、人間の脳を様々な分野をもって解析する動きが盛んである。特に神経細胞（ニューロン）の活動を数理モデル化したニューラルネットワークは有名である。また、ニューラルネットワークの1つである Radial Basis Function ネットワーク (RBF ネットワーク) を用いた学習のモデルも多く提案されている。数多くの学習モデルがあるが、本稿では忘却（特に受動忘却）に焦点を当て、Support Vector Machine(SVM) を用いてモデル化する方法を提案したい。

## 2. Support Vector Machine について

SVM は 1990 年初めに Vapnik らによって提唱されたパターン分類の一手法である。例えばある  $n$  次元実空間を考え、 $\mathbf{x}_i \in X \subset \mathbb{R}^n (i = 1, \dots, m)$  が 2 つの集合  $A, B$  のいずれかに属しているとする。集合  $A$  の要素  $\mathbf{x}_i$  に対して  $y_i = +1$  を与え、集合  $B$  の要素  $\mathbf{x}_j$  に対して  $y_j = -1$  を与えるとき、SVM はマージンを最大化することで識別関数（超平面）を得ようとする。仮に集合  $A$  と  $B$  が線形分離不可能な場合であっても、原空間  $X$  からある高次元特徴空間  $Z$  への非線形写像  $\varphi: \mathbf{x}_i \rightarrow \mathbf{z}_i (\mathbf{x}_i \in X, \mathbf{z}_i \in Z)$  を導入することで、線形分離可能な状態が実現できると期待される。このとき、 $Z$  における線形な識別関数を  $f(\mathbf{z}) = \mathbf{w}^T \mathbf{z} + b = 0$  とすれば、次のような定式化を得る：

$$\begin{aligned}
 \text{[SVM] Minimize} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^m \xi_i \\
 \text{s.t.} \quad & y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{z}_i + b) \geq 1 - \xi_i \quad (i = 1, \dots, m)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

ここで、 $\xi_i$  は誤判別しているデータと超平面との距離を反映する変数であり、スラック変数という。また、パラメータ  $C$  はスラック変数の最小化の度合いを反映する重みパラメータであり、小さければ誤判別を許容し、大きければ完全学習を要求する。

## 3. 受動忘却のモデル

## 3.1. 学習と忘却

人間は日常生活において、様々なことを学習する。生物学的には、脳内の神経細胞間のつながりを強くする（興奮性）、または弱くする（抑制性）ことで学習または忘却を行うとされている。これら学習と忘却という概念を数理モデル化することで、パターン分類問題へ応用できると考えられる。以下では、学習（特に追加学習法）と忘却という概念を、主に SVM で数理モデル化することを考えてみる。

はじめに追加学習法について考える。追加学習法とは、テストデータが追加される度に識別関数を更新する学習法である。中でも、テストデータが与えられると必ず識別関数を更新しようとする学習法を受動的追加学習という。一方、データの重要度を考慮して選択的にデータを追加し、識別関数を更新する学習法を選択的追加学習という。具体的には、新たに出現したデータが現在の識別関数で正しく判別できるかどうかを調べ、できない場合はそのデータを追加して識別関数を更新する。できる場合でも一定の閾値を下回る場合は追加して識別関数を更新する。

次に忘却について考える。人間は一般的に、時間が経過することで物事を忘却するであろう。これを受動忘却 (passive forgetting) という。一方、時間の経過に関係なく、嫌な記憶を積極的に忘却しようとするのもあろう。これを能動忘却 (active forgetting) という。SVM で忘却を実現する方法は数少ないため、以降では SVM を用いた受動忘却のモデルについて考えてみたい。

### 3.2. SVMによる受動忘却

文献 [1] によると, RBF ネットワークを用いた受動忘却のモデルとして, 時間の経過とともに教師信号を指数関数的に現象させるというものがある. 具体的には, 忘却前の教師信号を  $y_{old}$  としたとき, 新しい教師信号を  $y_{new} = y_{old} \exp(\beta t)$  とするものである. ここで,  $t$  はデータが追加されてからの経過時間,  $\beta$  は忘却係数といい, 記憶期間  $M_p$  とパラメータ  $\theta \in [0, 1]$  を用いて  $\beta = -\log_e \theta / M_p$  で決める.

また, 文献 [1] は SVM による受動忘却のモデルとして, 記憶期間  $M_p$  内にあるデータのみを考慮し, 記憶期間を超えるとデータを順次削除するというモデルを提案している. RBF ネットワークを用いた受動忘却では教師信号を徐々に弱めることが可能であったが, 上述した SVM を用いた受動忘却のモデルでは教師信号を徐々に弱めることが不可能であった. これは, RBF ネットワークではカテゴリを意味する変数と教師信号が同一のものと見なせる一方, SVM ではカテゴリを意味する変数  $y_i$  は教師信号になり得ないという理由による. このモデルでは, 完全に忘却の概念を記述していない可能性がある. そこで, SVM を用いた受動忘却でも徐々にデータの影響を弱めることができるような, 定式化を提案する:

$$\begin{aligned}
 \text{[SVM}_F\text{]} \quad & \text{Minimize} \quad \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^m T_i \xi_i \\
 \text{s.t.} \quad & y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{z}_i + b) \geq T_i - \xi_i \quad (i = 1, \dots, m)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

ここで, パラメータ  $T_i \in [0, 1]$  は教師信号に当るものである.  $T_i = 1$  のときは定式化 (2.1) と同じである. パラメータ  $T_i$  について説明するために,  $\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k$  という 2 つの点を考え,  $T_j = 0.2, T_k = 1$  としよう. 誤判別をしていない限り,  $\mathbf{x}_j$  は半空間  $\mathcal{H}: y_j f(\mathbf{z}_j) \geq 1$  に存在し,  $\mathbf{x}_k$  は半空間  $y_k f(\mathbf{z}_k) \geq 0.2$  に存在する. ただし, 関数  $f(\mathbf{z}) = \mathbf{w}^T \mathbf{z} + b = 0$  は定式化 (3.1) が得た最適な識別関数とする. したがって,  $\mathbf{x}_k$  は半空間  $\mathcal{H}$  上に存在するとは限らないだろう. もちろん, 制約条件を考慮すれば, 半空間  $\mathcal{H}$  上に存在する可能性もある. そこで, 半空間  $\mathcal{H}$  から引き離す意味で, 目的関数にもパラメータ  $T_i$  を含めている. これには, 影響力がないデータを完全に学習させる必要がないので, わざと誤判別の度合いを増やしてしまおう, という意図がある.

目的関数の第 2 項を  $C \sum \xi_i / T_i$  とすることも考えられるかもしれないが, これには 2 つの問題点がある. 第 1 に, データ  $\mathbf{x}_i$  の影響力を完全になくすべく,  $T_i = 0$  とすると  $1/T_i$  が定義できない点である. これを回避するために  $T_i = 0$  とならないような処置をすることが考えられるが, データの影響力が正確に記述できなくなる恐れがある. 第 2 に, 論理的な矛盾が生じる点である. 例えば  $\mathbf{x}_i$  の影響力を弱めるために  $T_i$  を小さくすれば  $1/T_i$  は大きくなり,  $\xi_i$  に対する最小化の度合いが増す. その結果,  $\xi_i$  の最適解は 0 になるだろう. つまり, データ  $\mathbf{x}_i$  を完全学習しようとする. これでは  $\mathbf{x}_i$  には, 完全学習をしなければならないという意味で, 全体のデータに対して影響力を持つことになる.

以上により, 定式化 (3.1) のようにしてパラメータ  $T_i$  を導入した. あとはパラメータ  $T_i$  を指数関数的に減少させることで RBF ネットワークと同様の忘却モデルが実現できると考えられる.

### 4. 終わりに

本稿で提案したパラメータ  $T_i$  の導入により, SVM を用いて徐々に忘却を行うことができるのではないかと考えられる. 実際, 2次元の例題では徐々に忘却をしている様子を観測することができた. 今回は時間の都合上, 受動忘却しかできなかったが, 能動忘却まで手を伸ばす必要があると考え, これは今後の課題としたい. また, 今回提案したモデルを多次元の現実問題に適用した結果の詳細および分析は発表時に報告する.

### 参考文献

- [1] H.Nakayama and A.Hattori, *Additional learning and forgetting by Support vector machine and RBF Networks*, 9th International Conference On Neural Information Processing (in CD ROM), 2002.
- [2] B.Schölkopf, A.J.Smola, *Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond*, MIT Press, 2002.