日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年春季研究発表会

直列型生産システムにおける納期遅れおよび在庫コストを考慮した最適リリースタイム決定問題の解法

02005470 上智大学 *小野寺 武史 ONODERA Takeshi
01008610 上智大学 石塚 陽 ISHIZUKA Yo
01703040 東京都立大学 山下 英明 YAMASHITA Hideaki

1 はじめに

本報告では、各工程での加工時間が確率的にばらつくような複数の工程からなる直列型生産システムにおいて、生産すべき製品およびその個数と製品それぞれの納期が与えられており、納期に遅れるとコスト(ペナルティー)が課せられるが、あまり早期に生産を開始すると製品を受け渡すまでの中間在庫費用(最終製品の在庫費用も含む)が増加してしまう、という状況を想定し、これらの納期遅れおよび中間在庫のコストの総和を最小にするような各工程での部品のリリースタイム(加工開始可能時刻)を決定する問題を考える。

文献[1]では、同様の状況において納期遅れによるコストと中間在庫によるコストの合計を最小にするような、各製品の入力工程での最適リリースタイム(生産開始可能時刻)を求める問題を定式化し、サンプルパス最適化法による解法を提案している。ここでは、入力工程のリリースタイムだけではなく、納期遅れのコストおよび中間在庫によるコストの合計を最小にするよう各製品の各工程での最適リリースタイム(加工開始可能時刻)を決定する問題を定式化し、サンプルパス最適化法による解法を示す。簡単のために直列型生産システムについて述べるが、ここでの手法はネットワーク型システムへも容易に拡張できる。

2 モデルと定式化

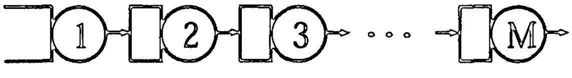

図1. 直列型生産システム

図1のようなM工程からなる直列型生産システム(あるいは待ち行列システム)を考える。ここで、丸印は加工機械を、四角は工程間のバッファを表す。製品を製造するのに必要な部品や材料はすでに工程1の前のバッファ(原材料置場)に十分な量が確保されているものとし、工程1から順に工程Mまで全ての工程で加工を受けて完成品となる。製造すべき製品は$j=1,2,\cdots,J$のJ個あり、各工程ではこの順番で加工するものとし、追い越しはないものとする。製品jの納期を$D_j, j=1,2,\cdots,J$とする。部品j(製品j用の部品＝各工程でj番目に加工される部品)の工程iでの加工時間$S_{i,j}$は独立で既知の分布にしたがう確率変数とする。

$r_{i,j}$を工程iにおける部品jのリリースタイムとする。ここで、リリースタイムとは、その時刻になるまで(たとえ加工が可能であっても)加工を開始しない、という時刻を表す。つまり、$C_{i,j}$を工程iからの部品jの退去時刻とすれば、

$$C_{i,j}=\max\{r_{i,j}+S_{i,j}, C_{i-1,j}+S_{i,j}, C_{i,j-1}+S_{i,j}, C_{i+1,j-B_{i+1}}\} \tag{1}$$

となる。ただし、B_iは工程iの前のバッファ容量(工程それ自身も含める：故に$B_i \geq 1$)とする。

ここで、リリースタイムベクトルを$\mathbf{r}=(r_{i,j})$として、納期遅れと中間在庫の費用を考慮した以下の目的関数を考える。

$$\begin{aligned}Z(\mathbf{r})=\sum_{j=1}^{J}[&Q_j\{\max(C_{M,j},\ D_j)-D_j\}\\&+H_{1,j}\{C_{1,j}-\max(C_{1,j-1},\ r_{1,j})\}\\&+\sum_{i=2}^{M-1}H_{i,j}(C_{i,j}-C_{i-1,j})\\&+H_{M,j}\{\max(C_{M,j},\ D_j)-C_{M-1,j}\}]\end{aligned} \tag{2}$$

ここで、Q_jは製品jの納期遅れ単位時間あたりのペナルティで、$H_{i,j}$は部品jの工程iにおける単位時間あたりの在庫費用を表す。また、完成品に近づくにつれ単位時間あたりの在庫費用は減少することはない($H_{i+1,j} \geq H_{i,j}, i=1,2,\cdots,M-1$)ものと仮定する。我々の目的はこの総費用の期待値$E[Z(\mathbf{r})]$を最小にするような各部品の各工程におけるリリースタイムを決定す

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

ることで、以下のように定式化される。

$$
(\mathrm{P})\begin{cases} \min_{\mathbf{r}} E[Z(\mathbf{r})] \\ \text{subj. to} \;\; r_{i,j+1} \geq r_{i,j} \quad i = 1, 2, \cdots, M \\ \qquad\qquad r_{i,j} \geq 0, \qquad j = 1, 2, \cdots, J \end{cases} \tag{3}
$$

3 サンプルパス最適化

$E[Z(\mathbf{r})]$ はその厳密な値を求めることすら容易ではないので、ここでは、サンプルパス最適化 [3, 4] のアプローチをとる。N 種類の加工時間 $S_{i,j}$ の実現値 $\bar{S}^{\ell}_{i,j}, \ell = 1, 2, \cdots, N$ を生成しておき、リリースタイム $\mathbf{r}$ が与えられたとき、それらのもとでの退去時刻 $\bar{C}^{\ell}_{i,j}, \ell = 1, 2, \cdots, N$ を、$S_{i,j} = \bar{S}^{\ell}_{i,j}$ とおいた (1) によって生成する。さらに (2) の $C_{i,j}$ を $\bar{C}_{i,j}$ で置き換えて $Z(\mathbf{r})$ の実現値 $\bar{Z}^{\ell}(\mathbf{r})$ を求め、$E[Z(\mathbf{r})]$ を以下の $\bar{Z}(\mathbf{r})$ で近似する。

$$
\bar{Z}(\mathbf{r}) = \frac{1}{N}\sum_{\ell=1}^{N} \bar{Z}^{\ell}(\mathbf{r})
$$

本研究では、この目的関数 $\bar{Z}(\mathbf{r})$ の最小化問題 $(\bar{\mathrm{P}})$ を扱う。

4 Monte Carlo bounding techniques

$\bar{C}^{\ell}_{i,j}$ は $\mathbf{r}$ に関して区分的に線形な凸関数であるので、$\bar{Z}^{\ell}(\mathbf{r})$ および $\bar{Z}(\mathbf{r})$ は区分的に線形な凸関数の差の関数となり、一般的にいわれている十分に大きなサンプル数 (N=10000 以上) のもとで問題を解くことは困難である。そこで「確率的な変数を含むような最適化問題の解の質の判定として、信頼区間の幅を用いる」という、Monte Carlo bounding techniques[2] を用いることにする。

解法 1 の流れは以下の通りである。

◇ **Step 0. 初期サンプル数の決定**
小さなサンプル数 N^0(問題を解くことが出来る程度の大きさ) を与える。 $\rightarrow t = 0$, $N^t = N^0$ とする。

◇ **Step 1. 下界と候補解の生成**
n_l 個の異なるサンプル群のもとで n_l 回、サイズ N の問題 $(\bar{\mathrm{P}}_k)$ を解く。$\rightarrow n_l$ 個の目的関数 $\bar{Z}_k(\mathbf{r})$ の値の平均を下界 $L(n_l)$ とする。
最小の $\bar{Z}_k(\mathbf{r})$ を与えるときの $\mathbf{r}$ を候補解 $\hat{\mathbf{r}}$ とする。

◇ **Step 2. 上界の推定**
候補解 $\hat{\mathbf{r}}$ より上界 $U(n_u)$ を求める。

◇ **Step 3. 信頼区間の計算**
上界の信頼区間 $\bar{\varepsilon}_u$ と下界の信頼区間 $\bar{\varepsilon}_l$ をそれぞれ求める。

◇ **Step 4. 終了判定**
候補解 $\hat{\mathbf{r}}$ における信頼区間が十分に小さければ終了
そうでなければ、$t = t + 1$, $N^t = N^{t-1} + \delta$ として、**Step 1** へ

解法 2 では、解法 1 の **Step 1** において問題 $(\bar{P}_k)$ を解くとき、整数制約を緩和した問題を解き、その目的関数の平均を下界とする。これによって、下界は厳密解から離れてしまうが、問題 $(\bar{P}_k)$ の厳密解が求まらない場合にも適用できる。

より大きな問題に対しては、**Step 1** においてどの問題 $(\bar{P}_k)$ についても最適解を求めることが困難となる。この場合、$(\bar{P}_k)$ の実行可能解をもとの問題の候補解とする。これを**解法 3** と呼ぶ。

5 数値例

解法 1～ 解法 3 の有効性を確認することが出来た。また、入力工程以外でリリースタイムを定めることが有効となる例も示すことが出来た。
具体的な数値例は講演時に示す。

参考文献

[1] Tito Homem-de-Mello , Alexander Shapiro and Mark L. Spearman: "Finding Optimal Material Release Times Using Simulation-Based Optimization," Management Science, Vol.45, pp.86-95, (1999).

[2] Wai-Kei Mak , David P.Morton , R.Kevin Wood: "Monte Carlo bounding techniques for determining solution quality in stochastic programs," Operations Research Letters 24, pp.47-56, (1999).

[3] E.L. Plambeck, Fu B.-R. Robinson S.M. and Suri R.:"Sample-path Optimization of Convex Stochastic Oerfirnabce Fybctuibsm" *MathematicalProgramming*,75, pp.137-176,(1996).

[4] A. Shaphiro, "Simulation-based optimization - convergence analysis and statistical inference," Commun. Statist. - Stochastic Models, Vol.12, No.3, pp.425-454,(1996).

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.