不確実性を考慮した農薬散布量決定問題について

大阪大学大学院　＊片山 明彦　KATAYAMA Akihiko
02302914　大阪大学大学院　豊永 亮　TOYONAGA Tasuku
01013704　流通科学大学　伊藤 健　ITOH Takeshi
01005194　大阪大学大学院　石井 博昭　ISHII Hiroaki

1. はじめに

農作物生産において農薬は重要であり，農業経営に大きな役割を果たしている．しかし，農薬については環境面などでの問題が多く指摘されている．特に，残留農薬についての問題に関心がもたれている．近年，環境や消費者の健康保護の観点より，作物に農薬を極力使用しないことが求められている．一方で，多くの農家は収穫量を上げることで利益を上げようとする場合が多いため，農薬は不可欠なものである．そこで，農薬には一定の残留農薬の基準値が設けられており．農薬を安全に使用することが非常に重要となる．本研究では農薬残留率の不確実性を考慮することにより，適切な農薬散布量を求めることを目標としている．そこで，農薬残留率を制約条件に設定し，確率変数である収穫量に関する目的関数に用いてモデル化を行い解法を導いた．

2. 農薬散布量決定問題の定式化

2.1 問題の設定と定式化

農薬の散布量と効果は農薬ごとに異なるので，それぞれに対応した関数を決めなければならない．目的関数については確保したい収穫量を決定し，それ以上収穫できる確率を最大化するように設定する．ここで，本研究で使用する記号と意味を定義する．

農薬の種類：$i=1\text{~}n$

x_i ：農薬 i の散布量

＜収穫量に関して＞

Y_i ：散布量 x_i による収穫量

正規分布 $Y_i \sim N(m_i(x_i), \sigma_i^2)$ に従う互いに独立な確率変数

$m_i(x_i)$ ：平均を示す関数 → 狭義増加関数

$$m_i(0)=0,\ [0,\infty) \to [0,1)$$

$\overline{H}$ ：最低限確保したい収穫量

＜農薬残留率に関して＞

a_i ：農薬 i の残留量基準値

X_i ：散布量 x_i による残留率．次のような L 型メンバシップ関数を持つファジィ数．

$$\mu_{X_i}(t)=(R_i(x_i), \alpha_i)_L$$

L は $L(0)=1$ 　$[0,\infty) \to [0,1)$ である連続減少関数

$R_i(x_i)$ ：予想される農薬残留率 → 狭義増加関数

$$R_i(0)=0,\ [0,\infty) \to [0,1)$$

T_i ：X_i を残留量基準値 a_i で割ったもので，これを最適化すべき基準とする．メンバシップ関数は次のようになる．

$$\mu_{T_i}=\left(\frac{R_i(x_i)}{a_i}, \frac{\alpha_i}{a_i}\right)_L=\left(R_i'(x), \alpha_i'\right)_L$$

次に，“T_i はだいたい θ_1 より小さい” というファジィ目標 G を設定する．そのメンバシップ関数を

$$\mu_G(t)=\begin{cases}1 & (0 \le t \le \theta_1) \\ \dfrac{t-\theta_2}{\theta_1-\theta_2} & (\theta \le t \le \theta_2) \\ 0 & (\theta_2 \le t)\end{cases}$$

とする（図 1）．

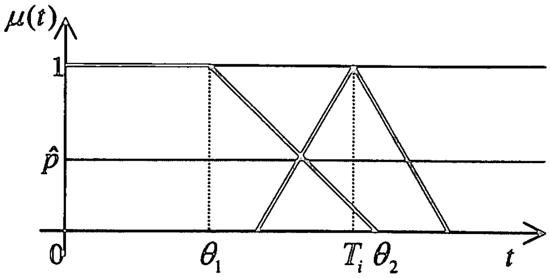

図 1 最適化基準とファジィ目標の関係

このファジィ目標 G の実現可能性を $\hat{p}$ 以上で満足する

ことを制約条件とし，次のような可能性測度を用いて目的関数を最大にする散布量を求める

$$\text{P1 : Maximize} \quad \Pr\left(\sum_{i=1}^{n} m_i(x_i) \geq \overline{H}\right)$$

$$\text{subject to} \quad \sup_t \min\{\mu_{T_i}(t), \mu_G(t)\} \geq \hat{p}$$

$$x_i \geq 0$$

2.2 式の変換

正規分布の再生性より

$$Y \sim N\left(\sum_{i=1}^{n} m_i(x_i), \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2\right)$$

である．

$$Z = \frac{Y - \sum_{i=i}^{n} m_i(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}}$$

とおくと，$Z \sim N(0,1)$ の標準正規分布に従う．

よって，目的関数は

$$\Pr\left(Z \geq \frac{\overline{H} - \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}}\right)$$

となり，このことより $\sum m_i(x_i)$ を最大化すれば，確率を最大化できることがわかる．そこで問題 P1 は

$$\text{P2 : Maximize} \quad \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i)$$

$$\text{subject to} \quad \sup_t \min\{\mu_{T_i}(t), \mu_G(t)\} \geq \hat{p}$$

$$x_i \geq 0$$

と変換することができる．

いま，L, μ_G を

$$L^*(\hat{p}) = \begin{cases} \max(t \mid L(t) \geq \hat{p}) & (0 < \hat{p} \leq 1) \\ 0 & (\hat{p} = 0) \end{cases}$$

$$\mu_G^*(\hat{p}) = \begin{cases} 0 & (\hat{p} = 0) \\ \max(t \mid \mu_G(t) \geq \hat{p}) & (0 < \hat{p} \leq 1) \end{cases}$$

と定義すると，次のことが導出できる．

$$\sup \min\{\mu_{T_i}(t), \mu_G(t)\} \geq \hat{p}$$

$$\Leftrightarrow \exists t : \mu_{T_i}(t) \geq \hat{p} \text{ かつ } \mu_G(t) \geq \hat{p}$$

$$\Leftrightarrow \exists t : L\left(\frac{|R_i'(x_i) - t|}{\alpha_i'}\right) \geq \hat{p} \text{ かつ } \mu_G(t) \geq \hat{p}$$

$$\Leftrightarrow \exists t : \begin{cases} t \geq R_i'(x_i) - \alpha_i' L^*(\hat{p}) \cdots (t \leq R_i'(x_i)) \\ t < R_i'(x_i) + \alpha_i' L^*(\hat{p}) \cdots (t > R_i'(x_i)) \end{cases}$$

$$\text{かつ} \quad t \leq \mu_G^*(\hat{p})$$

$$\Leftrightarrow \mu_G^*(\hat{p}) \geq R_i'(x_i) - \alpha_i' L^*(\hat{p})$$

よって，以下のように問題 P2 を変換することができる．

$$\text{P3 : Maximize} \quad \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i)$$

$$\text{subject to} \quad R_i'(x_i) - \alpha_i' L^*(\hat{p}) - \mu_G^*(\hat{p}) \leq 0$$

$$0 \leq \hat{p} \leq 1$$

$$x_i \geq 0$$

この問題 P3 は関数の特性を利用して解くことができる．

3. 今後の課題

本研究では，正規分布とした収穫量の平均だけを x_i の関数としたが，分散も x_i の関数と扱う必要性がある．この場合，分数計画問題として考えることができる．また，本研究のモデルでは各農薬は独立であると仮定した．しかし，農薬の組み合わせにより，効果に関係性がある場合が考えられる．今後はこれらを考慮した研究に発展させてより良いモデルを構築する．

参考文献

[1] 坂和正敏 「ファジィ理論の基礎と応用」 森北出版 (1989)

[2] T.Itoh, H.Ishii, T.Nanseki "A model of crop planning under uncertainty in agricultural management" International Journal of Production Economics Vol81-82 pp555－558 (2003)

[3] 豊永亮，伊藤健，石井博昭 「ファジィランダム作付け計画問題について」 2002 年年度日本 OR 学会秋季研究発表会 (2002)