

図1. チームXの勝ち点の期待値と戦術変更のタイミング

図より、戦術 F, S 両方の選択が許されると、試合開始時の勝ち点の期待値は 1.24 である。ちなみに、戦術 F しか用いることができない場合は、試合開始時の勝ち点の期待値は 1.21 であり、戦術 S しか用いることができない場合は 0.95 である。すなわち、試合開始時は戦術 F の方が戦術 S より優れている。これらの結果は、試合でリードしたら、試合終了前のあるタイミングで、より防御的な戦術に変更したほうがよい、という直感的なイメージとも一致する。

4. 最適な反則のタイミングへの応用

4. 1 プロフェッショナルファールの定式化

次に、プロフェッショナルファールを行使する最適なタイミングについて述べる。プロフェッショナルファールとは、選手がチームの利のために意図的に反則を犯す行為である。例えば、得点に繋がるプレーを相手に許してしまった時、敢えて相手選手に足を掛けるというような反則を犯すことで、相手の得点を未然に阻止するような場合などがある。ここでは文献[5]に基づき、応用例を紹介する。

まず、 $E(r, t, n_1, n_2)$ を、時刻 t で r 点リードしており、各チーム n_1, n_2 人の選手がプレーしている時の地元チームの勝ち点の期待値とする。ここでは、簡単のため、2人以上の選手が同一チームから退場させられることは考慮しない。まず、関連する確率を以下のように定義する。

- p_1 : ファールしなかったら得点される確率;
- p_2 : 審判がファールを見つけたという条件で、次のフリーキックないしはペナルティキックで直接得点される確率;
- p_3 : 審判がファールを見つけた確率;
- p_4 : 審判がファールを見つけたという条件で、審判がレッドカードを出す確率。

これら p_1, p_2, p_3, p_4 の値はプレーの状況によって異なるが、ファールを犯すことで期待値 $E(r, t, n_1, n_2)$ を増加させることができる場面は存在する。前節と同様の手法を用いて、 n_1, n_2 が 1 0 または 1 1 人の場合の得点率の影響を最尤推定し、その値を用いて $E(r, t, n_1, n_2)$ を計算することができる。

4. 2 応用例

数値例として、ここでは前節のチーム X 同士が対戦した場合で、ほぼゴールが決定的な場面でのプロフェッショナル

ファールについて紹介する。これは、ゴールラインを超えようとしたボールをキーパー以外の選手が手で止めるというような場合にあたる。このとき、 $p_1 = 1$; $p_2 = 0.75$ (ペナルティキックの成功率); $p_3 = 0.9$ (審判は完璧ではない); $p_4 = 1$ (審判が見ていたら、確実に退場となる)、と仮定して、地元チームがファールした場合の $E(r, t, n_1, n_2)$ の増加分 (利得) を計算した (図2)。

図より、地元チームは、負けているならば ($r < 0$)、利得は少ないものの、常にこの場合ファールするべきである。2点以上リードしているときは ($r \geq 2$)、決してファールしてはならない。同点ないしは1点リードしているときは、時間帯によって、ファールして得する場合と損する場合がある。

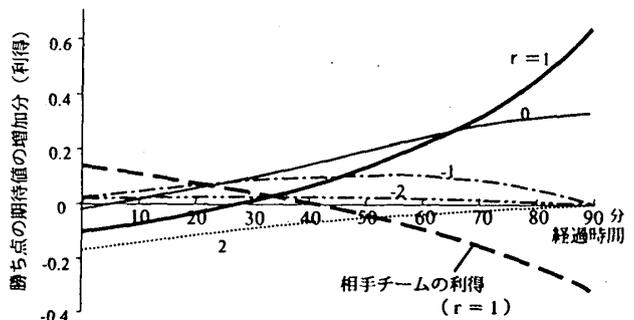


図2. 地元チームの勝ち点の期待値の増加分 (破線のみ相手チームの増加分を示している)

また、図中破線で相手チームがファールされることによって得る相手チームの利得を $r = 1$ (地元チームが1点リードしている時、すなわち、相手チームは1点負けている場合) について示している。勝ち点制では、どちらかが勝った時に、両チーム併せると計3点を得るが、引き分け時は計2点しか得られないため、双方の利得の曲線は利得0の軸に対して対象とはならない。故に、面白いことに時間帯によっては、ファールすることで双方が得する場合も生じ得ることがわかる。(この例では、経過時間が約30-40分の間)。

5. おわりに

以上、サッカーへの OR の応用について述べたが、プロフェッショナルファールについては、あくまでそれを奨励するものではない旨お断りしておく。

参考文献

- [1] J.M.Norman: Soccer. In J.Bennett (ed.): *Statistics in sport* (Arnold, London, 1998).
- [2] N.Hirotsu and M.B.Wright: Using a Markov process model of an association football match to determine the optimal timing of substitution and tactical decisions. *Journal of the Operational Research Society* 53 (2002) 88-96.
- [3] A.J.Lee: Modeling Scores in the Premier League: Is Manchester United Really the Best?. *Chance* 10 (1997)15-19.
- [4] Opta Index Limited: *The Opta Football Yearbook: 2000-2001* (Carlton Books, London, 2000).
- [5] M.B.Wright and N.Hirotsu: The professional foul in football-tactics and deterrents. Accepted for publication in the *Journal of the Operational Research Society*.