2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ＡＨＰ不完全情報の推定時の補正ウエイト

01404360　日本大学　西澤一友　NISHIZAWA Kazutomo

1　はじめに

不完全情報でのAHP (Analytic Hierarchy Process) で、Two-Stage法を改良した推定方法[1]を提案し、さらに推定結果を補正する方法[2]を提案した。補正では$\theta=2$とした完全整合バイナリＡＨＰにより補正ウエイトを求めた。しかし、補正最大ウエイトと補正最小ウエイトの比xを指定し、それに対応するθを使うことが望ましいと考えた。本報告では補正ウエイト比xに対するθの値を求める方法とその適用例を示す。

2　欠落要素の推定と補正方法

提案した欠落要素の推定[1]および補正[2]の概要を以下に示す。不完全一対比較行列A_0の要素をa_{ij} $(i=1\sim n,\ j=1\sim n)$とする。a_{ij}が欠落のとき、$k=1\sim n$について次式により推定する。

$$a_{ij}=(\prod_{k=1}^{n}a_{kj}/a_{ki})^{1/m} \tag{1}$$

式(1)で、欠落要素を含むa_{kj}/a_{ki}の項の値は1とし、mは欠落要素を含まない項の数として計算する。さらに、推定で得られた要素も加えて欠落要素がなくなるまで推定を繰り返す。

l回の推定繰り返しですべての欠落要素を推定できたとすると、完全整合バイナリAHPにより簡易的に幾何平均で補正ウエイト$p_k(k=0\sim l)$を求め、各要素の推定回数kによってa_{ij}にかけ補正する。$p_l=1$に正規化すると式(2)のようになる。ただし、θは正のパラメータである。

$$p_k=\theta^{2(l-k)/(l+1)} \qquad (k=0\sim l) \tag{2}$$

3　補正用θの決定方法

従来のθ=2とした場合、式(2)より、3段階の補正ウエイトp_0、p_1、p_2を求めると、p_0とp_2の比p_0/p_2は2.519842となる。そこで、k段階の補正で補正最大ウエイトと補正最小ウエイトの比がxとなるようなθの値は、式(2)をもとにして次式で求まる。

$$\theta(k,x)=x^{k/2(k-1)} \tag{3}$$

4　適用例と評価

提案した推定・補正方法をスポーツのトーナメント戦に適用し、全参加チームの順位を推定し実際の結果と比較して評価を行う。参加チーム数をnとしたとき、チームiとチームjの対戦結果、すなわち一対比較行列の要素a_{ij}は以下のようにする[3]。

$$a_{ij}=\theta^{f_{ij}} \tag{4}$$

ただし、$f_{ij}=$（チームiの得点-チームjの得点）/（チームiの得点+チームjの得点）とし$\theta=2$で計算する。

4.1　適用例1

4チームでのトーナメント例を図1に示す。

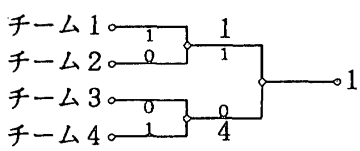

図1: 4チームトーナメント例

すべての対戦結果を1-0とした不完全一対比較行列を式(5)に示す。ここで（）は欠落を表す。

$$A_0=\begin{bmatrix} 1 & \theta & () & \theta \\ 1/\theta & 1 & () & () \\ () & () & 1 & 1/\theta \\ 1/\theta & () & \theta & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

欠落を推定した結果、欠落要素の推定の回数を式(6)の上三角要素に示す。値0は実際に行われた対戦を示す。ここでは2回目の推定ですべての欠落が補われた。

$$\begin{bmatrix} * & 0 & 1 & 0 \\ & * & 2 & 1 \\ & & * & 0 \\ & & & * \end{bmatrix} \tag{6}$$

適用例1では、補正ウエイトは3段階となる。式(3)より代表的な補正ウエイト比xに対するθの値を表1に示す。

表 1: 適用例 1 の補正ウエイト比xとθの値

x	θ
2.0	1.681793
4.0	2.828427
10.0	5.623413
20.0	9.457416
40.0	15.905415
100.0	31.622777

適用例 1 で補正ウエイト比xを2、3、5および$\theta = 2$とした場合の結果を表2に示す。

表 2: 適用例 1 の結果

θ	1.681793	2	2.279507	3.343702
p_0	2	2.519842	3	5
p_1	1.414213	1.587400	1.732051	2.236067
p_2	1	1	1	1
w_1	0.579944	0.622212	0.652465	0.731423
w_2	0.155455	0.134579	0.119775	0.082260
w_3	0.073400	0.062974	0.055789	0.038078
w_4	0.191200	0.180236	0.171971	0.148239

表2ではxの値を変えても順位に変動はなかった。

適用例 1 の補正用θの値とx、および補正後の一対比較行列のCIの値を表3に示す。

表 3: 適用例 1 の補正用θの値とCI

θ	1.681793	2	2.279507	3.343702
x	2	2.519842	3	5
CI	0.035638	0.064175	0.091755	0.205673

表3の結果より、xを大きくするとそれに従ってCIの値も大きくなり、$x = 3$でCIの値はほぼ0.1となった。

4.2 適用例 2

適用例２として４９チームが参加した2002年夏の甲子園高校野球大会の全チームの順位推定をし、検討を行う。提案した方法により一対比較行列の欠落は４回の繰り返しですべて推定できた。適用例２では、補正ウエイトは５段階となる。代表的な補正ウエイト比xに対するθの値を表4に示す。

表 4: 適用例 2 の補正ウエイト比xとθの値

x	θ
2.0	1.542211
4.0	2.378414
10.0	4.216965
20.0	6.503449
40.0	10.029690
100.0	17.782794

xの値を変えても上位チームの順位に変動はなかった。

適用例 2 の補正用θの値とx、および補正後の一対比較行列のCIの値を表5に示す。

表 5: 適用例 2 の補正用θの値とCI

θ	1.542211	2	2.378414	2.734364
x	2	3.031433	4	5
CI	0.022904	0.060119	0.096134	0.132505

表5の結果より、適用例 1 と同様にxを大きくするとそれに従ってCIの値も大きくなり、$x = 4$でCIの値はほぼ0.1となってしまった。

5 まとめ

不完全情報の推定とその補正ウエイトについて、k段階の補正で補正最大ウエイトと補正最小ウエイトの比がxとなるようなθの値の算出方法とその適用例を示した。xの値が大きくなるとCIの値も大きくなり、特にxの値を大きくする必要がないことがわかった。

参考文献

[1] 西澤一友：不完全情報における欠落要素の推定、OR学会2001年度春季研究発表会、pp246-247.

[2] 西澤一友：不完全情報における欠落要素の推定と補正、OR学会2002年度春季研究発表会、pp46-47.

[3] 木下栄蔵編：AHPの理論と実際、日科技連、(2000)、pp218-219.