2-E-6

2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

参加者の任務達成確率を考慮した Inspection ゲーム

02103670	防衛大学校	*工藤 大介	KUDOU Daisuke
01504810	防衛大学校	宝崎 隆祐	HOHZAKI Ryusuke
01000890	防衛大学校	飯田 耕司	IIDA Koji
01110110	防衛大学校	小宮 享	KOMIYA Toru

1. はじめに

昨今, 不審船事案, 密入国や麻薬密輸等の不法行為が増加傾向にあり, 深刻な社会問題となっている. 本報告は, 麻薬密輸入を企図し, 我が国領海内に侵入しようとする不審船舶と, それを水際で阻止・臨検しようとする取締機関(海上保安庁, 税関等)の間の Inspection ゲームを取り上げる. これまでの研究では, Sakaguchi [1] が複数回の侵入の機会を持つ密輸団と取締機関との多段ゲームを解いているが, そこでは密輸はパトロールの実施により必ず摘発されるとする簡単な仮定がなされていた. 本研究では, ゲームの参加者の企図の成功確率を考慮し, このゲームの拡張を考える.

2. モデルの前提

ここでは, 具体的にプレイヤーIとして取締機関を, プレイヤーIIとして麻薬密輸団を想定した次の多段ゲームを考える.

(1) 1日を単位として, 全体で n 日間のゲームを考える.

(2) プレイヤーIは, n 日のうち k 日パトロール可能な捜索資源があり, 密輸が実施された場合のパトロールによる拿捕確率を p_1 とする.

(3) プレイヤーIIは, n 日のうち最大で l 日密輸を実施する意図があり, パトロールが実施された場合の密輸成功確率を p_2 とする. 一方, パトロールが実施されなければ密輸は必ず成功する.

(4) プレイヤーIIが密輸に成功した場合, プレイヤーIは -1 の損失を被る. プレイヤーIがプレイヤーIIを拿捕した場合は利得 $\alpha\,(>0)$ を得てゲームは終了する.

(5) プレイヤーIがプレイヤーIIの拿捕に失敗した場合は, 次の日のゲームに移る. また, プレイヤーIIが密輸に成功した場合も, プレイヤーIIは潜入の機会のある限りプレイを続行するので, 次の日のゲームに移る.

(6) 上記で仮定したゲームはゼロ和であり, 前提について両プレイヤーともに共通の知識を持っているものとする.

3. ゲームの値

モデルの前提から, この確率ゲームを $\Gamma(n,k,l)$ で表すと, 上記の多段ゲームは次のような支払行列を持つ.

$$\Gamma(n,k,l)\ :\ \begin{pmatrix} \alpha p_1 - p_2 + (1-p_1)\Gamma(n-1,k-1,l-1) & \Gamma(n-1,k-1,l) \\ -1+\Gamma(n-1,k,l-1) & \Gamma(n-1,k,l) \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

ただし, 行はプレイヤーIの2つの戦略を示し, 1行目はパトロールを実施する場合, 2行目はパトロールを実施しない場合を表す. 一方, 列はプレイヤーIIの2つの戦略を示し, 1列目は密輸を実行する場合, 2列目は実行しない場合である.

このゲームが常に混合戦略を最適戦略に持つと仮定すると, ゲーム $\Gamma(n,k,l)$ の値 $v_{k,l}(n)$ は次式を満たす.

$$v_{k,l}(n) = \frac{(\alpha p_1 - p_2)v_{k,l}(n-1) + v_{k-1,l}(n-1) + (1-p_1)v_{k,l}(n-1)\,v_{k-1,l-1}(n-1) - v_{k-1,l}(n-1)v_{k,l-1}(n-1)}{\alpha p_1 - p_2 + 1 + (1-p_1)v_{k-1,l-1}(n-1) - v_{k,l-1}(n-1) - v_{k-1,l}(n-1) + v_{k,l}(n-1)}. \qquad (2)$$

ただし, 初期条件及び境界条件は以下のようになる.

$$v_{k,l}(0)=0,\ v_{k,0}(n)=0,\ v_{0,l}(n)=-\,l,\ v_{k,l}(n)=\begin{cases} v_{n,l}(n) & \text{if } k\ge n \\ v_{k,n}(n) & \text{if } l\ge n \end{cases}. \qquad (3)$$

3番目の初期条件は, プレイヤーIがパトロールしないのであれば, プレイヤーIIは意図した回数の侵入を繰り返して密輸が成功し, 利得を得ることを意味する.

プレイヤーIIの潜入可能回数が $l=1$ の場合には,(2) 式は次式となる.

$$v_{k,1}(n)=\frac{(\alpha p_1-p_2)\,v_{k,1}(n-1)+v_{k-1,1}(n-1)}{\alpha p_1-p_2+1+v_{k,1}(n-1)-v_{k-1,1}(n-1)}. \tag{4}$$

これを初期条件 (3) の下で解くことにより, 以下の解析的な式が得られる.

[定理] $\alpha p_1-p_2>v_{k-1,1}(n-1)$ のとき, $v_{k,1}(n)$ は次式により与えられる.

$$v_{k,1}(n)=-\frac{{}_{n-1}C_k}{\sum_{r=0}^{k}\ {}_{n-r-1}C_{k-r}\,(\alpha p_1-p_2+1)^r}\ . \tag{5}$$

ここで, $B_k(n-1)=\alpha p_1-p_2+1+v_{k,1}(n-1)-v_{k-1,1}(n-1)$ とおけば, プレイヤーI, プレイヤーIIの混合戦略 $x^*_{k,1}(n)$, $y^*_{k,1}(n)$ は次のようになる.

$$x^*_{k,1}(n)=\left(\frac{1+v_{k,1}(n-1)}{B_k(n-1)}\ \ \frac{\alpha p_1-p_2-v_{k-1,1}(n-1)}{B_k(n-1)}\right),\ y^*_{k,1}(n)=\left(\frac{v_{k,1}(n-1)-v_{k-1,1}(n-1)}{B_k(n-1)}\ \ \frac{\alpha p_1-p_2+1}{B_k(n-1)}\right)\ . \tag{6}$$

4. 数値例

ステージ数 $n=6$, プレイヤーIの拿捕成功確率 $p_1=0.3$, プレイヤーIIの密輸成功確率 $p_2=0.5$, 拿捕時の利得 $\alpha=2.0$ に対し, $k=1,2$ $l=1$ として, ゲームの解を求めたのが次の表である.

表 1: ゲームの解

	$k=1$			$k=2$		
	$v_{1,1}(n)$	$x^*_{1,1}(n)$	$y^*_{1,1}(n)$	$v_{2,1}(n)$	$x^*_{2,1}(n)$	$y^*_{2,1}(n)$
$n=1$	0	(0.9091, 0.0909)	(0, 1)	0	(0.9091, 0.0909)	(0, 1)
2	−0.4762	(0.4762, 0.5238)	(0.4762, 0.5238)	0	(0.9091, 0.0909)	(0, 1)
3	−0.6452	(0.3226, 0.6774)	(0.3226, 0.6774)	−0.3021	(0.6344, 0.3656)	(0.3021, 0.6979)
4	−0.7317	(0.2439, 0.7561)	(0.2439, 0.7561)	−0.4680	(0.4836, 0.5164)	(0.2377, 0.7623)
5	−0.7843	(0.1961, 0.8039)	(0.1961, 0.8039)	−0.5709	(0.3901, 0.6099)	(0.1934, 0.8066)
6	−0.8197	(0.1639, 0.8361)	(0.1639, 0.8361)	−0.6406	(0.3267, 0.6733)	(0.1625, 0.8375)

上記の表において, ゲームの値は n の変化に対し減少している. これは, n が増加するにつれてパトロールによりプレイヤーIIの密輸実行日をカバーすることが難しくなるからである. 一方 k の増加に対しゲームの値も増加する. これはパトロール回数を増加させせることによる密輸実施日のカバー率が高くなることによる. また $k=1$ の場合において, $2\leq n\leq 6$ の間のプレイヤーIとプレイヤーIIの混合戦略が全く同じになるが, これは (6) 式の混合戦略において, $1+v_{k,1}(n-1)=v_{k,1}(n-1)-v_{k-1,1}(n-1)$ となることから明らかである. なお, $k>2$, $l>1$ としたときの数値例については, 発表会当日報告する.

参考文献

[1] M. Sakaguchi, A Sequential Game of Multi-Opportunity Infiltration, *Math. Japonica*, 39 (1994), pp.157−166.
[2] T.S. Ferguson, C. Melolidakis, On the Inspection Game, *Naval Research Logistics*, 45 (1998), pp.327 − 334.
[3] 西田 俊夫, ゲームの理論, 日科技連 (1973).