複数種の虚探知を考慮した捜索割当ゲーム

01504810　防衛大学校　*宝崎隆祐　HOHZAKI Ryusuke
01000890　防衛大学校　飯田耕司　IIDA Koji

1．はじめに

捜索・逃避ゲームの一種である捜索割当ゲームとは，捜索空間上に手持ちの捜索資源を投入しつつ目標を探知しようとする捜索者と，同じ空間上を移動しつつ捜索者からの逃避を図る目標との間で行われるゲームである．捜索プロセスにおいては，その実体が真の目標ではない様々な虚探知が発生し，捜索の障害となる．前回の発表 [1] では，捜索割当ゲームに対し虚探知事象を考慮したモデルを初めて提案し，その解法を提示した．今回は，その種類により精密調査に要する時間が異なる複数種の虚探知発生を考慮したモデルを，目標移動におけるエネルギー制約 [2,3] と捜索資源における総量制約の下で議論する．

2．モデルと定式化

捜索者と目標が参加する次の２人ゼロ和ゲームを考える．

(1) 捜索空間は，離散セル空間 $K=\{1,\cdots,n\}$ と離散時点 $T=\{1,\cdots,T\}$ から成る．

(2) 捜索者は時点 τ 以降この捜索空間上へ捜索資源を配分することにより目標の探知を図る．捜索資源量は非負であり，各時点 t において総量 $\Phi(t)$ までの捜索資源を投入することができる．$\varphi(i,t)$ により，時刻 t にセル i へ投入する捜索資源量を表す．

(3) 目標は捜索空間上を移動して捜索者からの逃避を図る．ただし，初期時点 $t=1$ においてセル群 $S_0\subseteq K$ のいずれかから出発する．また，時点 t でセル i にいた場合，次に移動できるセル群は $N(i,t)$ に制限されている．さらにセル i からセル j への移動にはエネルギー $\mu(i,j)$ が消費され，初期時点で保有するエネルギー e_0 を移動により消耗し尽くした場合は，それ以降現にいるセルに留まることを余儀なくされる．初期保有エネルギー e_0 及びエネルギー消費関数 $\mu(i,j)$ は整数値をとるものとし，エネルギー状態全体を $E=\{0,\cdots,e_0\}$ で表す．

(4) 捜索開始時点 τ 以降，虚探知が発生し得る．その発生事象は各時点 t において各々独立に高々１回生じ，その発生確率は捜索資源量に依存する項とそれとは無関係な定常項から成る $q_t\equiv\sum_i\beta_i\varphi(i,t)+\gamma(t)$ により与えられる．パラメータ β_i はセル i における捜索資源投入が虚探知発生を引き起こす効率を，$\gamma(t)$ は定常発生率を表し，ともに非負の定数であるが，それらは $\max_i\beta_i\,\Phi(t)+\gamma(t)<1$ を満足するほど十分小さい．虚探知が発生した場合，m クラスある虚探知のいずれか１つが発生しており，それがクラス k の虚探知である確率は ρ_k であるとする．したがって，$\sum_{k=1}^{m}\rho_k=1$ である．虚探知が発生した場合それを精密調査するための時間が必要となるため，クラス k の虚探知に対する精密調査が終了した後，元の捜索に復帰できるのは時間 t_k 後であるとする．クラス番号順に大きな精査時間を要し，$1<t_1<t_2<\cdots<t_m$ である．

(5) 捜索者と目標は，上述した仮定及びパラメータの現実値を知った上で自らの戦略を捜索実施前に決定する．その後の捜索オペレーションの推移は次のとおりである．捜索者の捜索資源投入が始まる時点 τ までは，目標の移動のみが行われる．時点 τ 以後の各時点 t においては，捜索者による捜索がまず行われ，目標が探知されれば捜索は終了する．クラス k の虚探知が発生すればその精密調査に移行し，捜索者が次回の捜索へ復帰するのは時点 $t+t_k$ である．捜索者は，生じた探知事象が真目標の探知であるのか，虚探知であるのかは精密調査の後に確認できる．目標探知がなければ，目標はその時点 t の終わりにおいて移動を行う．終了時点 T での捜索完了によってもこの捜索ゲームは終了する．

$[\tau,T]$ 間でのいわゆるランダム捜索により生じる目標探知確率は，すべての時点で捜索を実施できた場合，目標移動セル上に投入した捜索資源の重み付き総量により，通常 $P(\varphi,\omega)=1-\exp(-\sum_{t=\tau}^{T}\alpha_{\omega(t)}\varphi(\omega(t),t))$ で与えられる．ただし，$\omega(t)$ は時点 t での目標の移動セルであり，α_i はセル i の特性値である．この指数関数の肩にある重み付き総量を捜索者は大きくするように，目標は小さくするように自らの戦略を採る．

ある時点 t 以前の時間区間 $T_k=[t-t_k+1,t-t_{k-1}]$ におけるクラス k 以上の虚探知発生により，t での捜索は実施不可能となる．このように時間区間 T_k, $k=m,\cdots,1$ における虚探知発生を考えれば，時刻 t での捜索実施可能確率 $S(t)$ は次式で計算できる．

$$S(t)=\begin{cases}1, & t=\tau\\ 1-\sum_{l=1}^{m}\sum_{\zeta=\max\{t-t_l+1,\tau\}}^{t-1}S(\zeta)q_\zeta\rho_l\,, & t=\tau+1,\cdots,T\,.\end{cases}\tag{1}$$

したがって，捜索者の捜索資源配分 φ と目標の移動パス ω によるゲームの支払は，φ に関し多項式となる次式で与えられる．

$$R(\varphi,\omega)=\sum_{t=\tau}^{T}S(t)\alpha_{\omega(t)}\varphi(\omega(t),t) \ . \tag{2}$$

3．均衡解の導出

詳細は省略するが，このゲームには捜索者の純粋戦略と目標の混合戦略の範囲内で均衡解が存在し，両プレイヤーの最適戦略は，等しくゲームの値を最適値としてもつ次の2つの線形計画問題により求めることができる．ただし，簡略化のため，変数の添字の変動範囲の大部分は省略されている．

[最適捜索資源配分]

セル i，時点 t 及び残存エネルギー e の状態 (i,t,e) の目標が最適な移動パスを選択した場合に時刻 t 以後生じる期待支払の最小値 $z(i,t,e)$ を使うと，捜索者の最適捜索資源配分は次の線形計画問題を解くことにより得られる．ただし，$\delta, z(\cdot),\eta(\cdot),\zeta(\cdot)$ はすべて変数である．

(P_S) max δ

$s.t$

$$z(i,1,e_0)\ge\delta,\ i\in S_0$$

$$z(i,t,e)\le z(j,t+1,e-\mu(i,j)),\ t<\tau$$

$$z(i,t,e)\le\alpha_i\Phi(t)\eta(i,t)+z(j,t+1,e-\mu(i,j)),\tau\le t$$

$$z(i,T,e)=\alpha_i\Phi(T)\eta(i,T)$$

$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\eta(i,\tau)+\zeta(\tau)=1$$

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\eta(i,t)+\zeta(t)=&\sum_{i\in\boldsymbol{K}}(1-\beta_i\Phi(t-1)-\gamma(t-1))\\&\times\eta(i,t-1)+(1-\gamma(t-1))\zeta(t-1)\\&+\sum_{\{k|t_k\le t-\tau\}}\rho_k\left\{\sum_{i\in\boldsymbol{K}}(\beta_i\Phi(t-t_k)+\gamma(t-t_k))\right.\\&\left.\times\eta(i,t-t_k)+\gamma(t-t_k)\zeta(t-t_k)\right\},\ \tau<t\end{aligned}$$

$$\eta(i,t)\ge0$$

$$\zeta(t)\ge0\ .$$

このとき，最適捜索資源配分は次式で与えられる．

$$\varphi(i,t)=\Phi(t)\frac{\eta(i,t)}{\sum_i\eta(i,t)+\zeta(t)}.$$

[目標の最適存在確率]

時点 t で捜索が実施されるとした場合のそれ以降の最適な捜索資源投入による期待支払の最大値 $h(t)$ を使えば，状態 (i,t,e) にある目標の存在確率 $q(i,t,e)$ の最適解は，次の線形計画法を解くことにより得られる．ただし，$h(\cdot),q(\cdot),v(\cdot)$ はすべて変数である．また，$N(i,t,e)\equiv\{j\in N(i,t)|\mu(i,j)\le e\}$，$N^*(i,t,e)\equiv\{j\in\boldsymbol{K}|i\in N(j,t-1,e+\mu(j,i))\}$ とする．

(P_T) min $h(\tau)$

$s.t.$

$$\begin{aligned}h(t)\ge&\Phi(t)\alpha_i\sum_{e\in\boldsymbol{E}}q(i,t,e)+(1-\beta_i\Phi(t)-\gamma(t))\\&\times h(t+1)+(\beta_i\Phi(t)+\gamma(t))\sum_{\{k|t_k\le T-t\}}\rho_k h(t+t_k)\end{aligned}$$

$$h(T)\ge\Phi(T)\alpha_i\sum_{e\in\boldsymbol{E}}q(i,T,e)$$

$$h(t)\ge(1-\gamma(t))h(t+1)+\gamma(t)\sum_{\{k|t_k\le T-t\}}\rho_k h(t+t_k)$$

$$h(T)\ge0$$

$$q(i,t,e)=\sum_{j\in N^*(i,t,e)}v(j,i,t-1,e+\mu(j,i))$$

$$q(i,t,e)=\sum_{j\in N(i,t,e)}v(i,j,t,e)$$

$$\sum_{i\in S_0}q(i,1,e_0)=1$$

$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\sum_{e\in\boldsymbol{E}}q(i,1,e)=1$$

$$v(i,j,t,e)\ge0\ .$$

5．数値例

紙数の関係上，数値例については発表会当日紹介する．

参考文献

[1] 宝崎，飯田，小宮，日本ＯＲ学会 2002 年度秋季研究発表会アブストラクト集，pp.222-223，2002.9.

[2] A.R. Washburn and R. Hohzaki, *MOR*, **6**(4), pp.19-33, 2001.

[3] R. Hohzaki, K. Iida and T. Komiya, *JORSJ*, **45**(1), pp.93–108, 2002.