

格子状道路網を有する矩形領域における通過量の時空間分布の導出法

02302690 慶應義塾大学大学院 \*田中健一 TANAKA Ken-ichi  
01107680 慶應義塾大学大学院 栗田 治 KURITA Osamu

1. はじめに

本稿では、無限に稠密な格子状道路網を有する面積  $S$  の矩形領域を想定し、移動者の出発時刻の分布を(有限区間で定義される)任意の密度関数で与えた場合の交通量の分布を導出する方法を述べる。

2. 都市モデルと移動に関する仮定

通勤者の移動に関して以下を仮定する：

- (I) 移動の起・終点は一様かつ独立に分布する；
- (II) すべての通勤者は方向転換(右曲がりあるいは左曲がり)を一回のみ行う最短経路で移動する；
- (III) 右曲がりと左曲がりは等確率で選択される；
- (IV) 総通勤者数を  $N$  とし、移動速度はいたるところで一定値  $v$  とする。

3. 断面交通密度の定義

地点  $(x, y)$  を時刻  $t$  に東向きに通過する交通量を記述する指標として断面交通密度  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  を定義する( $y$  軸の正の向きを北とする)。図 1 のように、地点  $(x, y_1)$  と地点  $(x, y_2)$  を結ぶ線分  $C$  を時刻  $t_a$  から  $t_b$  の間に東向きに通過する交通量を  $\alpha_{\text{東}}$  とする。このとき

$$\alpha_{\text{東}} = \int_{t=t_a}^{t_b} \int_{y=y_1}^{y_2} p_{\text{東}}(x, y; t) dy dt \quad (1)$$

を満たす  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  を地点  $(x, y)$ 、時刻  $t$  における東向きの断面交通密度と呼ぶ[5] (その他の3つの向きに対応する断面交通密度も全く同様に定義する)。ここで、(1) 式の  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  を全時間に関して積分した結果得られる関数  $q_{\text{東}}(x, y)$  を定義する：

$$q_{\text{東}}(x, y) = \int_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} p_{\text{東}}(x, y; t) dt. \quad (2)$$

いま、地点  $(x, y)$  を通過する移動者の、通過時刻の密度関数を  $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  と表す。断面交通密度  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  は  $q_{\text{東}}(x, y)$ 、 $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  を用いて以下の通りに表される：

$$p_{\text{東}}(x, y; t) = q_{\text{東}}(x, y) \cdot \xi_{\text{東}}(x, y; t). \quad (3)$$

従って、目的の  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  を導出するためには、 $q_{\text{東}}(x, y)$  ならびに  $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  をそれぞれ導けばよい。

4. 2 領域間のトリップ数の定式化

トリップの起点  $P(x_1, y_1)$  の密度、終点  $Q(x_2, y_2)$  の密度をそれぞれ  $\lambda(x_1, y_1)$ 、 $\mu(x_2, y_2)$  と表し、2つの任意の領域  $R_P$  から領域  $R_Q$  へのトリップ数を  $n$  とする。ここで、領域  $R_P$  と領域  $R_Q$  の間のトリップ数  $n$  が総通勤者数  $N$  を用いて、以下の通りに表されるよう  $\lambda(x_1, y_1)$  ならびに  $\mu(x_2, y_2)$  を設定する：

$$n = N \int_{R_P} \int_{R_Q} \lambda(x_1, y_1) \mu(x_2, y_2) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2. \quad (4)$$

起・終点を一様分布で与えた場合(仮定 (I)) の密度は  $\lambda(x_1, y_1) = \mu(x_2, y_2) = 1/S$  となる[6]。以下では、東向きの移動に着目するが、その他の3つの向きについても全く同様である。

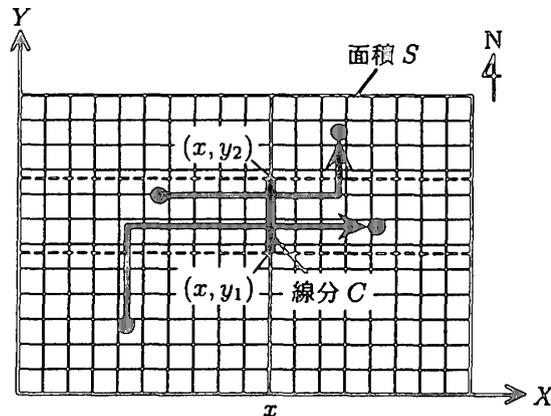


図 1: 格子状道路網を有する矩形領域。

5.  $q_{\text{東}}(x, y)$  の導出法

図 2(a), (b) において、地点  $(x, y)$  に設けられた微小幅  $dy$  をもつ線分  $C$  に着目する。線分  $C$  を東向きに(トータルで)通過する交通量は、(1), (2) 式より  $q_{\text{東}}(x, y) dy$  となる。線分  $C$  を東向きに横切るための起・終点の領域の組み合わせには、方向転換を  $C$  を通過する前に行う場合(図 2(a) の  $A_P$  と  $A_Q$ ) と、後に行う場合(図 2(b) の  $B_P$  と  $B_Q$ ) がある。従って以下が成立する：

$$q_{\text{東}}(x, y) dy = \frac{N}{2S^2} \int_{A_P} \int_{A_Q} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 + \frac{N}{2S^2} \int_{B_P} \int_{B_Q} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2. \quad (5)$$

## 6. $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$ の導出法

$\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  の導出法を図 2(a) の場合を例に説明する。 $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  を導くためには、 $A_P$  内に起点をもつ人々の、地点  $(x, y)$  までの所要時間  $u$  の密度函数  $g(u; x, y)$  を得る必要がある。密度函数  $g(u; x, y)$  は、地点  $(x, y)$  を中心とする所要時間  $u$  の等高線 [1](図 3) と  $A_P$  との共通部分の長さ  $L(u; x, y)$  を用いて以下の通りに表される：

$$g(u; x, y) = \frac{L(u; x, y)}{\sqrt{2}|A_P|} \quad (6)$$

ただし、 $|A_P|$  は領域  $A_P$  の面積を意味する。

いま、すべての移動者の出発時刻の分布は区間  $[0, s]$  で定義された密度函数  $f(t)$  に従うものとする(図 4(i))。ここで、 $A_P$  に起点をもつ移動者の内、地点  $(x, y)$  までの所要時間が  $[u, u + du]$  である移動者を考える(図 3 のグレー領域に起点をもつ移動者)。この移動者が地点  $(x, y)$  を通過する時刻の密度函数  $f(t|u)$  は、 $f(t)$  をちょうど  $u$  だけ右にシフトさせたものとなる(図 4(ii))。

いま、 $A_P$  内に起点をもつ移動者の内、線分  $C$  までの所要時間が  $[u, u + du]$  であり、かつ  $[t, t + dt]$  の間に  $C$  を通過する人の割合は

$$f(t|u)dt \cdot g(u; x, y)du \quad (7)$$

で与えられることに着目しよう。 $A_P$  に起点をもつすべての移動者の、地点  $(x, y)$  までの所要時間  $u$  と  $(x, y)$  を通過する時刻  $t$  が満たす領域は  $t$ - $u$  平面上の平行四辺形に対応する(図 5)。特定時刻  $t$  までに  $(x, y)$  を通過し終わっている移動者は、 $t$ - $u$  平面上の点  $(t, u)$  が、図 5 のグレーの領域  $E$  に含まれる集合である。これより、 $A_P$  内に起点をもつ移動者の、地点  $(x, y)$  を通過する時刻の累積分布函数  $\Xi_{\text{東}}(x, y; t)$  は、 $u, t$  の同時確率密度函数  $f(t|u) \cdot g(u; x, y)$  を領域  $E$  上で積分すればよい：

$$\Xi_{\text{東}}(x, y; t) = \iint_E f(t|u) \cdot g(u; x, y) dt du \quad (8)$$

$\Xi_{\text{東}}(x, y; t)$  を  $t$  で微分すれば、 $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  を得ることができ、(3) 式より  $p_{\text{東}}(x, y; t)$  が導かれる。

## 7. おわりに

出発時刻の分布の代わりに出勤時刻の分布を与え(時間軸を逆向きに取り直し)、その時間的広がり具合が交通量の分布に与える影響を分析すれば、オフピーク通勤の導入効果を把握する規範的なモデルになり得る。

出勤時刻の分布の与え方によっては(例えば一様分布)、断面交通密度を地点  $(x, y)$  ならびに時刻  $t$  を変数とする函数として陽に導くことができる。

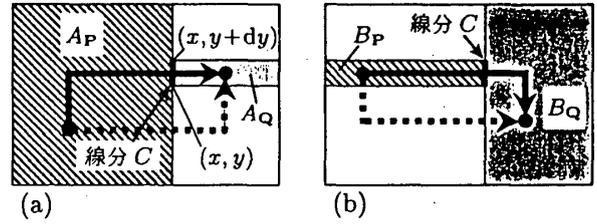


図 2: 起・終点の領域の組み合わせ。

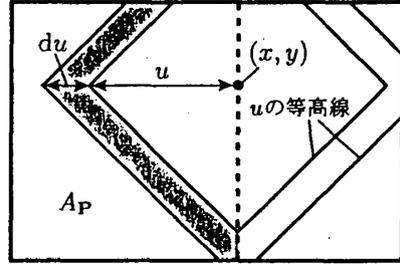


図 3: 地点  $(x, y)$  からの所要時間  $u$  の等高線図。

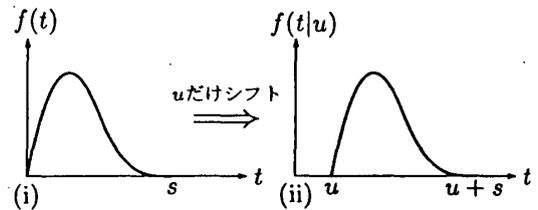


図 4: 出発時刻の分布 (i) と通過時刻の分布 (ii) の例。

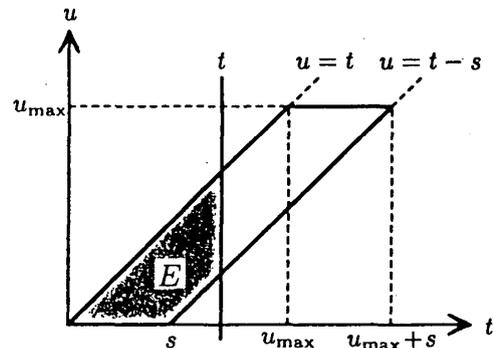


図 5:  $\xi_{\text{東}}(x, y; t)$  導出のためのダイアグラム。

## 参考文献

- [1] 安西大輔・栗田 治 (1998) : 距離分布に関する分析の建築設計・評価への応用, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 2-B-8, pp. 134-135.
- [2] 腰塚武志・西野嘉彦 (1994) : 道路走行パターンと混雑現象, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 1-B-5, pp. 37-38.
- [3] Pearce, C. E. M. (1975) : Time Dependence in Commuter Traffic Models, *Transportation Science*, 9, pp. 289-307.
- [4] 田中健一・栗田 治 (2002) : 円形都市における環状路の通過交通量の分布, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 2-B-7, pp. 168-169.
- [5] 田中健一・栗田 治 (2002) : Recti-linear 移動経路に基づく交通量の時空間的分布, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 2-B-7, pp. 168-169.
- [6] Vaughan, R. J. (1987) : *Urban Spatial Traffic Patterns*, Poin Limited.