ゆとりの数量的表現に関する一考察(I)

01204194　流通科学大学情報学部　　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1. はじめに

教育における「ゆとり」が公式に取り沙汰されてから6年が経過し，十分に議論されないまま2002年度に見切り発車となった．ここでの「ゆとり」は定量的な印象を与えつつも定性的な概念であり，これを計測するための具体的な尺度は現在までのところ存在していない．定性的な概念のまま「ゆとり」の必要性が主張されているのは，教育分野に限ったことではない[1]．本研究では,「ゆとり」の測定や比較を可能とする体系の構築に寄与することを目的に,「ゆとり」の数量的表現に関する一方法を提案する．

一般に,「ゆとり」は

- 仕事量，処理能力が与えられている場合の時間に関するゆとり
- 処理能力，時間が与えられている場合の仕事量に関するゆとり
- 仕事量，時間が与えられている場合の処理能力に関するゆとり

に分類することができる．以下では，これら3種類のゆとりに対する定量的表現を展開する．また，これら3種類以外にも経済的ゆとり，精神的ゆとりなどのように他の形容詞を伴ったゆとりが使われることがある．ここでは，ゆとり教育ばかりでなく経済的ゆとり，精神的ゆとりついても，上の3種類のゆとりを用いて考察する．

2. 仕事量，処理能力，処理時間

ゆとりについて考察するにあたり，仕事の量と仕事を処理する際の処理能力，処理に要する時間の関係を明確にしておく．時刻xにおけるシステムの処理能力をxに関する連続関数$c(x)$で表し，このシステムがt時間動作したときの仕事量$W(t)$の関係を次のように定義する．

$$W(t) = \int_0^t c(x)dx \tag{1}$$

また，同じシステムを用いて，量が$W = w$であるような仕事を処理するとき，仕事が完了するまでに必要な時間tは，$W(t)$の逆関数を用いて$t = W^{-1}(w)$で与えられる．

現実には，処理能力$c(x)$をすべての$x(\geq 0)$について完全に把握することは困難であるため，$c(x)$を定数$c(>0)$で代用してスケジュールを立案することが多い．このとき，量がwの仕事を処理し終えるまでの時間は$t_s = w/c$として推定される．このため，スケジュール上の完了時刻t_sと式$t = W^{-1}(w)$から求められる実際の完了時刻には，$d = t_s - t$なる大きさのずれが生じることとなる．

また，仕事量wと納期dから必要な能力を次式で算出することも可能である．

$$\bar{c} = w/d \tag{2}$$

式(2)の$\bar{c}$を，以下では平均必要処理能力と呼ぶこととする．式(2)の平均必要処理能力が

$$\bar{c} > c(x),\ 0 \leq x \leq d$$

を満足する場合には，この仕事を納期までに完了させることはできないこととなる．同様に，任意の時刻xにおけるシステムの最大処理能力を瞬間最大処理能力と呼び，これを定数$c_U(\geq c(x), x > 0)$で表すと，量がwの仕事を処理するには，少なくとも$t_{min} = w/c_U$なる時間が必要であることとなる．このことから，

$$t_{min} > d$$

である場合にも，この仕事を納期までに完了させることはできないこととなる．但し，瞬間最大処理能力c_Uを使用できるのは有限の期間に限られており，この期間を超えて瞬間最大処理能力を使用することはできない場合が多い．

現実には，仕事を完了させるまでの処理時間がランダムな振る舞いを示すことは容易に理解できる．その要因については4で考察することとし，以下では処理時間のランダムな振る舞いに注目する．

3. ゆとり

ここでは，処理能力Cのシステムが，量がWの仕事を納期Dまでに処理する場合について考え，処

理能力 $C=c$，量 $W=w$，納期 $D=d$ が与えられたときの仕事を $J(c,w,d)$ と表す．この上で，$J(c,w,d)$ の処理が完了する時刻を連続の確率変数 X で表す．更に X の分布関数を $F(x|c,w)$ で表し，$F(x|c,w)$ の密度関数を $f(x|c,w)$ で表す．なお，$J(c,w,d)$ を納期 d までに完了させることを達成 (achievement) と呼ぶこととする．

以上のような記号のもと，ゆとりを次のように定義する．

定義 1　「ゆとりがある (ない)」とは，仕事 $J(c,w,d)$ において，円滑な処理を妨げる可能を有した予期せぬ事象が発生しても，これらを吸収し，$J(c,w,d)$ を納期 d までに完了させられる可能性がある水準以上である（ない）ことをいう．

以下では上に述べた可能性を確率を用いて表現することとし，$J(c,w,d)$ が納期 d までに完了する確率 p が，$p<p_0$ を満たすとき「ゆとりがない」，$p>p_0$ を満たすとき「ゆとりがある」と呼び，この p_0 をゆとりの臨界確率と呼ぶこととする．但し，$0<p_0<1$ である．このときゆとりの大きさ A を次のように定義する．

定義 2

$$A = \begin{cases} 0, & p<p_0 \\ p-p_0, & p \geq p_0 \end{cases}$$

なお，$p-p_0$ の代わりに $(p-p_0)/(1-p_0)$ を用いることも可能であり，これをゆとりの大きさの正規化表現と呼ぶ．

臨界確率がどのような値であるのかについては個人差があり，しかも主観的である．また，同じ個人でも対象とする仕事によって，臨界確率が異なると考えられる．しかし，対象とする仕事が与えられたとき，いずれの個人にもこうした臨界確率が必ず存在するものとする．

3.1　時間に関するゆとり

ここでは，処理能力及び仕事量が与えられており変更不能である場合について考える．$J(c,w,d)$ が納期 d までに完了する確率 (達成確立) は納期の関数とみなすことができ，

$$P_t(d) = F(d|c,w) = p(\geq 0) \tag{3}$$

で与えられる．すなわち，$P_t(d)$ は分布関数 $F(d|c,w)$ そのもので与えられ，d に関して非減少である．式 (3) の p が $p<p_0$ を満たすとき，$p \geq p_0$ となるよう納期 d を大きくして，$\delta(>d)$ に変更することを考える．このとき，$J(c,w,\delta)$ のゆとりの大きさは

$$A_t(\delta) = F(\delta|c,w) - p_0 \tag{4}$$

である．ここで，$P_t(d) = F(d|c,w) = p_0$ を満足するような d を $d=d_0$ と書くこととすると，より一般的に，時間に関するゆとりの大きさ $A_t(\delta)$ は

$$A_t(\delta) = \begin{cases} 0, & \delta < d_0 \\ F(\delta|c,w) - p_0, & \delta \geq d_0 \end{cases} \tag{5}$$

となる．

3.2　仕事量に関するゆとり

ここでは，処理能力及び納期が変更不能である場合について考える．仕事 $J(c,w,d)$ の達成確率 $P_w(w)$ は，分布関数 $F(d|c,w)$ をパラメータ w の関数とみなすことで

$$P_w(w) = F(d|c,w)$$

と与えられる．一般に，$F(d|c,w)$ は w に関して非増加である．ここで，$P_w(w) = F(d|c,w) = p_0$ を満たすような仕事量 w を $w=w_0$ と書くと，仕事量に関するゆとりの大きさは

$$A_w(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega > w_0 \\ F(d|c,\omega) - p_0, & \omega \leq w_0 \end{cases} \tag{6}$$

と与えられる．

3.3　処理能力に関するゆとり

仕事量及び納期が変更不能である場合について考える．仕事 $J(c,w,d)$ の達成確率 $P_c(c)$ は，分布関数 $F(d|c,w)$ をパラメータ w の関数とみなすことで

$$P_c(c) = F(d|c,w)$$

と与えられる．一般に，$F(d|c,w)$ は a に関して非減少である．ここで，$P_c(c) = F(d|c,w) = p_0$ を満たすような処理能力 c を $c=c_0$ と書くと，処理能力に関するゆとりの大きさは

$$A_c(\gamma) = \begin{cases} 0, & \gamma < c_0 \\ F(d|\gamma,w) - p_0, & \gamma \geq c_0 \end{cases} \tag{7}$$

となる．