環状鉄道の適正配置モデル

慶應義塾大学 ＊鈴木壮平 SUZUKI Souhei
01107680 慶應義塾大学 栗田 治 KURITA Osamu

1. はじめに

本研究では，都市に環状の高速交通路(地下鉄など)を適切に配置するための基礎的な数理モデルを考察する．総延長の制約の下で，住民の所要時間に関するミニサム型問題を定式化し，数値例とともに示すのが目標である．住民の分布や新設交通路の速さ，駅にアクセスする在来の交通手段の速さなどに依拠して，適切なる新設経路を推察することは困難なことである．それ故に，こうした数理モデルの開発が望まれるのである．

本研究に似た既存研究に，人や物を1点に運搬するときの放射路の適正配置を論じているものがある[1]．本研究では，内部交通を考えるので環状路を対象とする．環状路の役割のひとつに「異なる放射路間の移動」がある．したがって，環状路は内部交通に利用されるからである．また，交通路の形状を直線分に固定し，駅や停留所の適切な位置を議論している[2]とは異なり，本研究は(環状という制約はあるが)交通路の形状そのものを可変としている．[3]では利用者を最近隣の駅に割り当てるとし，鉄道路線の最適な形状を研究している．本研究はこれとは異なり，人を移動コストが最小となる駅に割り当てている．

2. 定式化

人口の代表点を直交座標で (a_i,b_i) ($i=1,2,\cdots,n$)と表す(図1の"●")．そして，環状鉄道を N 個の点(駅)

$$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_N,y_N)$$

を順に直線分で繋いだ折れ線として表現する(図1の"▣")．ただし，定式化の便宜のために，$(x_1,y_1)=(x_{N+1},y_{N+1})$, $(x_2,y_2)=(x_{N+2},y_{N+2}),\cdots,(x_N,y_N)=(x_{2N},y_{2N})$ なる変数 $(x_{N+1},y_{N+1}),(x_{N+2},y_{N+2}),\cdots,(x_{2N},y_{2N})$ も導入する．この環状鉄道の総延長が L 以下であるという制約を設ける：

$$\sum_{s=1}^{N}\sqrt{(x_s-x_{s+1})^2+(y_s-y_{s+1})^2}\le L. \tag{1}$$

P_{ij}[人]の人が，①代表点 (a_i,b_i) からバスに乗り，環状鉄道乗車駅 (x_l,y_l) まで移動し，②環状鉄道に乗車し，目的地までのバス路線がある駅 (x_m,y_m) で下車し，③バスで目的地 (a_j,b_j) まで移動する．もちろん，④環状鉄道を用いずにバスで直接目的地まで行くことも考慮する．ここで，単位移動コストを次のように定義する：

$$\alpha=[\text{バスの単位移動コスト}],$$
$$\beta=[\text{環状鉄道の単位移動コスト}].$$

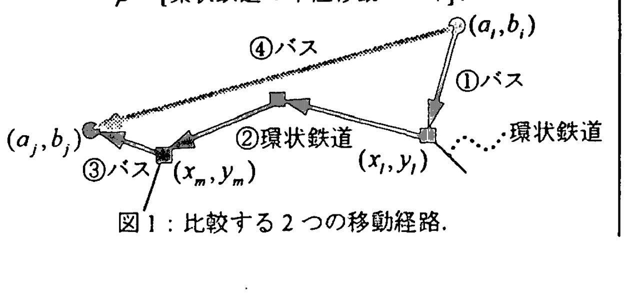

図1：比較する2つの移動経路．

そのときの総移動コストを以下で定式化する．

①出発地の代表点から環状鉄道乗車駅までのコスト：

$$\alpha\cdot\sqrt{(a_i-x_l)^2+(b_i-y_l)^2}. \tag{2}$$

②環状鉄道乗車駅から下車駅までのコスト：

$$\text{右回り}：C_{ij}^{\text{右}}(l,m)=\sum_{s=l+1}^{m}\sqrt{(x_s-x_{s-1})^2+(y_s-y_{s-1})^2}$$

(ただし $l>m$ ならば，m を $m+N$ とする)

$$\text{左回り}：C_{ij}^{\text{左}}(l,m)=\sum_{s=m+1}^{l}\sqrt{(x_s-x_{s-1})^2+(y_s-y_{s-1})^2}$$

(ただし $l<m$ ならば，l を $l+N$ とする)

どちらか小さい方を移動コストとするので，

$$g_{ij}(l,m)=\min\left\{C_{ij}^{\text{右}}(l,m),C_{ij}^{\text{左}}(l,m)\right\}.$$

よって，

$$\beta\cdot g_{ij}(l,m). \tag{3}$$

③環状鉄道下車駅から目的地の代表点までのコスト：

$$\alpha\cdot\sqrt{(a_j-x_m)^2+(b_j-y_m)^2}. \tag{4}$$

そして，移動コストを最小にする環状鉄道の駅 $l^{\circ}(i,j)$ ～ $m^{\circ}(i,j)$ に P_{ij} を割り当てる(以下 l°,m° とする)．よって，環状鉄道を用いた移動コスト $f_{ij}(l^{\circ},m^{\circ})$ は，

$$f_{ij}(l^{\circ},m^{\circ})=(2)\text{式}+(3)\text{式}+(4)\text{式}$$
$$=\alpha\cdot\phi_{ij}(l^{\circ},m^{\circ}).$$

ただし，移動コストの比を $c=\beta/\alpha$ とした上で，以下を定義した：

$$\phi_{ij}(l^{\circ},m^{\circ})=\sqrt{(a_i-x_{l^{\circ}})^2+(b_i-y_{l^{\circ}})^2}+c\cdot g_{ij}(l^{\circ},m^{\circ})$$
$$+\sqrt{(a_j-x_{m^{\circ}})^2+(b_j-y_{m^{\circ}})^2}.$$

④直接バスで行くコスト：

$$h(i,j)=\alpha\cdot\sqrt{(a_i-a_j)^2+(b_i-b_j)^2}$$
$$=\alpha\cdot\xi(i,j).$$

ただし，$\xi(i,j)$ を次のように定義した：

$$\xi(i,j)=\sqrt{(a_i-a_j)^2+(b_i-b_j)^2}.$$

以上より，総移動コスト T は次のように表される：

$$T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}P_{ij}\cdot\alpha\cdot\min\left\{\phi_{ij}(l^{\circ},m^{\circ}),\xi(i,j)\right\}$$
$$=\alpha\cdot\tilde{T}.$$

ただし，$\tilde{T}$ を以下のように定義した：

$$\tilde{T}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}P_{ij}\cdot\min\left\{\phi_{ij}(l^{\circ},m^{\circ}),\xi(i,j)\right\}.$$

よって，$\tilde{T}$ を最小化すればよいこと，その解は移動コスト比 c にのみ依存することが分かる．制約条件は(1)式である．

3. 解の算出法

逐次 2 次計画法[4]を用い，その初期値を，傾き $\tan(i \cdot 2\pi / N)$ ($i = 1, 2, \cdots, N$)で点 (5, 5) を始点とする半直線上の点として与えた．このようにして 100 通りの初期値に対応する解を求め，その結果のうち最小のものを最適解として選択した．出発地 i ，目的地 j とも，その点の近隣にある 3 つの環状鉄道の駅についてのみ目的関数値を計算し，局所最適解を求めた．

4. 数値例と考察

数値例として $n = N = 10$ ，移動コスト比 $c = 0.3$ ，すべての代表点間の行き来を等しい($P_{ij} = 1.0$)としたときの，環状鉄道の長さの制約 L を変化させたときに出来上がるネットワークを図 3 に示す．図中，破線が環状鉄道を，細線が環状鉄道の駅と代表点を結ぶバス路線を，太線が代表点と代表点を直接結ぶバス路線を表している．

L の値が小さいと環状鉄道の外側に代表点間を直接結ぶバス路線があり，大きいと内側にそれがある．どちらも環状鉄道による遠回りを避けるためのものである．

また，L を線形に増やしているのだが，総移動コスト $\tilde{T}^*$ は線形に減少していない(図 2)．図 3-(e),(f)は，同じネットワークを形成し，$\tilde{T}^*$ の値も等しい．すなわち，環状鉄道を長くしても，それにより受ける恩恵は徐々に減少し，ある長さより長くしても移動コストは小さくならないのである．

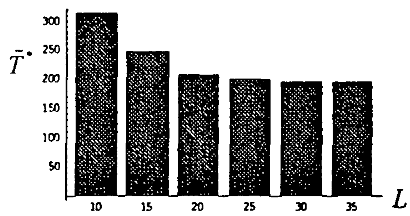

図 2：総移動コスト $\tilde{T}^*$ の変化．

5. 今後の展開

今回のモデルは，人口の代表点を適切に与えることにより直ちに現実に適用可能である．その際，在来の移動のメトリックを直交距離で与えてもよい．ただし，人口の代表点を多くとり過ぎると，計算時間の面で問題がある．

また，今回は環状鉄道で考えたが，[1]のように 1 点への運搬も重要である．そこで，放射環状パターンの鉄道とバス路線でネットワークを構成することも考えられる．さらに，在来の鉄道路線に新設鉄道路線を添加するモデルにも実践的な意味がある．

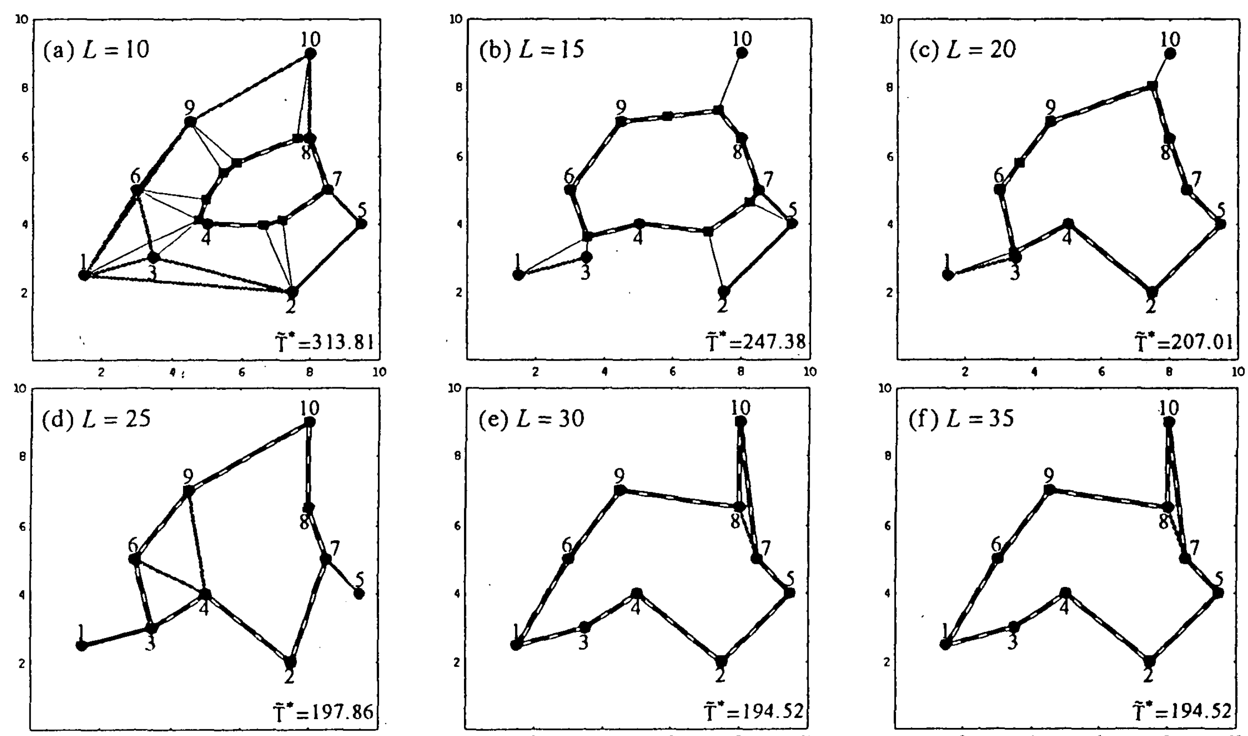

図 3：環状鉄道の長さを変化させたときの局所最適解($c = 0.3, P_{ij} = 1.0$)．

参考文献

[1]栗田　治(1996)：積み出し型交通路の適正配置モデル，第 31 回日本都市計画学会学術研究論文集，pp.25-30.

[2]鈴木　勉(1987)：通勤バス路線上の停留所の最適配置，第 22 回日本都市計画学会学術研究論文集，pp.247-252.

[3]鈴木敦夫・伊理正夫(1986)：駅の位置決め問題－利用者の総所要時間最小，日本 OR 学会春季研究発表会アブストラクト集，2‐C‐9，pp.210-211.

[4]茨木俊秀・福島雅夫(1991)：FORTRAN77 最適化プログラミング，岩波書店．