

二目的施設配置の関数値プロット

01009480	筑波大学	社会工学系	* 大澤義明	OHSAWA Yoshiaki
02005060	筑波大学	システム情報工学研究科	尾崎尚也	OZAKI Naoya
02302320	筑波大学	社会工学研究科	田村一軌	TAMURA Kazuki

1. はじめに

本研究では、有界領域にて一施設配置モデルを考える。二種類の有限個から成る点集合が与えられ、直線距離で測る二つの評価基準を用いる。一つは、施設から一つの点集合に属する最も近い点までの距離。二つ目の基準は、施設から別の点集合に含まれる最も遠い点までの距離である。本研究では、この有界領域全体の評価値分布を目的空間に描写し、一長一短がある代替案集合であるパレート最適集合を求める解析的方法について考察する。

この描写には次のような二つの長所がある。第一に、施設立地候補地域全体の評価値分布と比較することにより、パレート最適案をグローバルな視点で数値比較できる。第二に、二つの目的関数と最大化最小化との組み合わせから考えられる4つのパレート最適集合を同時に提示することができる。

2. 定式化

施設配置の候補点集合である凸領域 Ω 及び点集合 I^- の要素である $p_1, \dots, p_{|I^-|}$ に対し、最初の基準は施設から I^- に属する最も近い点までの距離である。

$$F(x) \equiv \min_{i \in I^-} \|x - p_i\|. \quad (1)$$

$q_1, \dots, q_{|I^+|}$ から成る点集合 I^+ に対し、第二の基準は施設から I^+ の最も遠い点までの距離である。

$$G(x) \equiv \max_{i \in I^+} \|x - q_i\|. \quad (2)$$

$G(x)$ は単峰だが $F(x)$ は凸でも凹でもない。 $F(x)$ を最大化し $G(x)$ を最小化する定式化は、迷惑施設配置として捉えた Ohsawa(2000) 及び Ohsawa and Tamura(2003) と一致する。この場合のトレードオフ曲線は右下側の包絡線で与えられる。 $F(x)$ 及び $G(x)$ をともに最小化する曲線は左下側、 $F(x)$ 及び $G(x)$ をともに最大化する曲線は右上側、 $F(x)$ を最小化し $G(x)$ を最大化する曲線は左上側の包絡線でそれぞれ与えられる。Eiselt and Laporte(1995) で指摘されているように、施設配置モデルでは多様な目的関数値が想定されるが、ここでは単純な4パターンの二目的を考える。

3. 解法

Ohsawa(2000) や Ohsawa and Tamura(2003) で示された方法を拡張し、目的空間においては対象領域 Ω に関する二目的関数値プロット及びトレードオフ曲線、地理空間においてはパレート集合を見つけるアルゴリズムを以下に示す。

1. $p_1, \dots, p_{|I^-|}$ に関して最近隣点ポロノイ図、 $q_1, \dots, q_{|I^+|}$ に対し最遠点ポロノイ図を作る。

2. 最近隣点ポロノイ多角形と最遠点ポロノイ多角形とを合体させ、各合体領域において最近隣点と最遠点とを結ぶ線分が存在すればそれを抽出する。
3. 目的空間にて、ポロノイ辺、線分、領域境界に対応する評価値をプロットする。
4. 目的空間の包絡線に対応する点集合を地理空間にて求める。

このアルゴリズムの計算量は、 $O(|I^-|^2 |I^+|^2 \log |I^-| |I^+|)$ となる。ステップ2だけが、Ohsawa(2000) 及び Ohsawa and Tamura(2003) と異なる。

4. 数値例

大澤(2001) と同じく岡山県10市(市役所の位置を中心)を取りあげる。これに対する地理空間及び目的空間の結果を図1及び図2にそれぞれ示す。ここでは、 $I^- = I^+$ とし導出した。また、個々の市について人口等の重みは付加しない。 $F(x)$ の最小点を a^* 、最大点を b^* 、 $G(x)$ の最大点を c^* とする。図1及び図2において、対応するパレート最適集合を同一の線種で示す。

関数値 $F(x)$ 及び $G(x)$ とともに連続的に変化するので、最近隣ポロノイ辺、最遠点ポロノイ辺、線分、領域境界に対応するプロットは、地理空間におけるそれらのネットワークと同一構造であることが読みとれる。

図1から、パレート最適集合は、 $F(x)$ を最大化し $G(x)$ を最小化する定式化では3地域、 $F(x)$ 及び $G(x)$ をともに最小化する定式化では1地域、 $F(x)$ 及び $G(x)$ をともに最大化する場合2地域、 $F(x)$ を最小化し $G(x)$ を最大化する時には4地域で定まることが分かる。図2から、それぞれのパレート最適集合が他の代替案と比べてどの程度効率的かも視覚的に読みとれる。

参考文献

- [1] Eiselt, H.A., and G. Laporte. (1995). "Objectives in location problems." In Z. Drezner (ed.), *Facility Location*. New York: Springer, 151-180.
- [2] Ohsawa, Y. (2000): Bicriteria Euclidean location associated with maximin and minimax criteria, *Naval Research Logistics*, 47, 581-592.
- [3] Ohsawa, Y. and K. Tamura (2003): Efficient Location for a Semi-Obnoxious Facility, *Annals of Operations Research*, to be appeared.
- [4] 大澤義明(2001): ポロノイ図とパレート最適配置, 日本オペレーションズ・リサーチ学会2001年度秋季研究発表会アブストラクト集, 168-169.

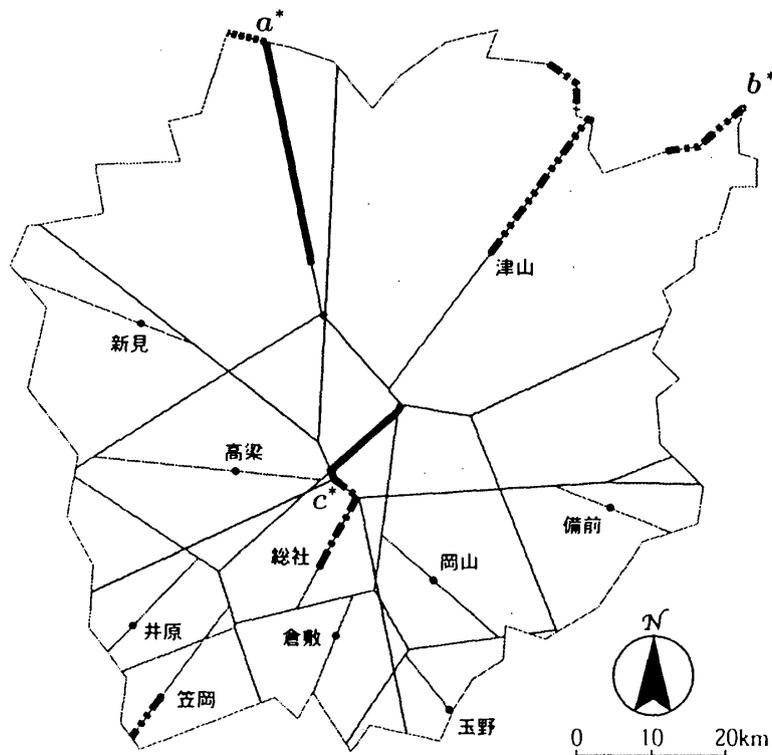


図1：パレート最適集合

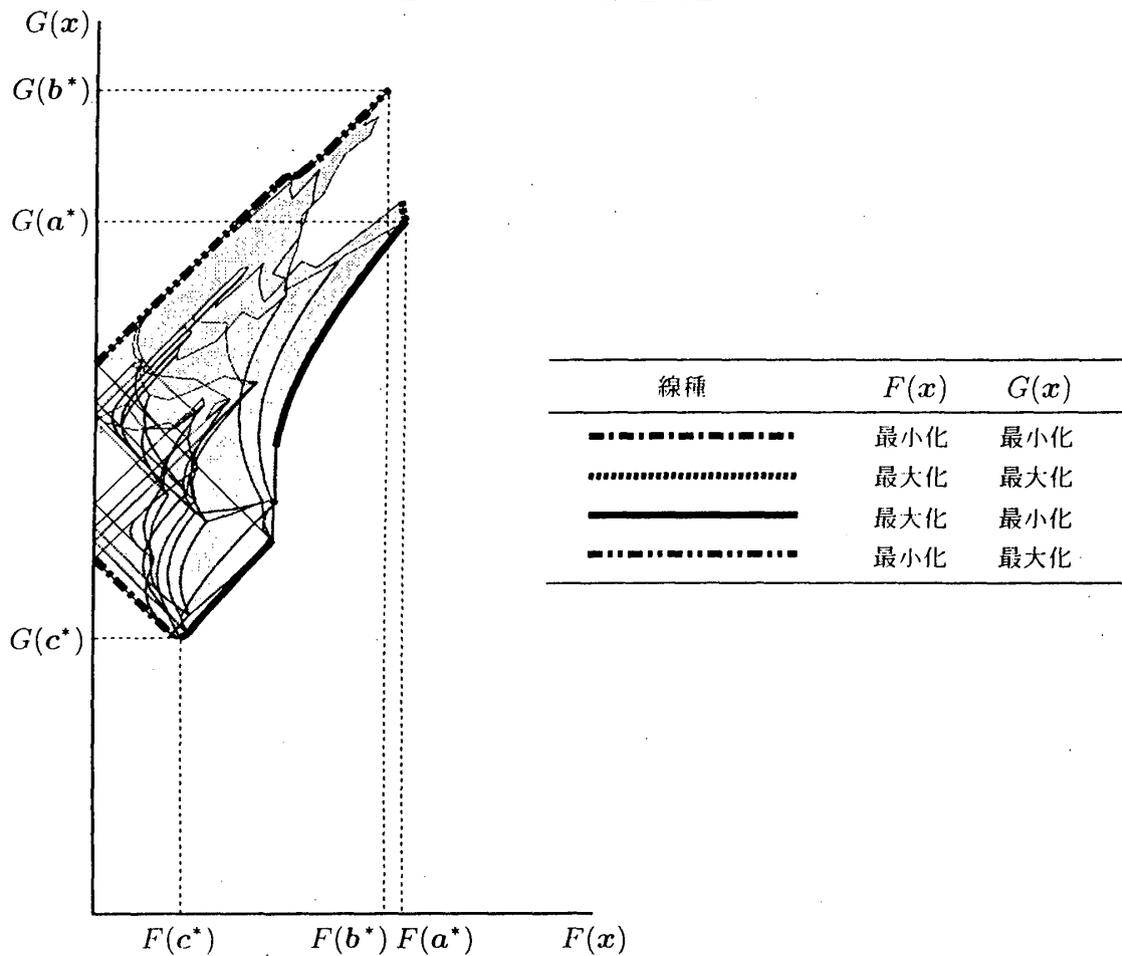


図2：トレードオフ曲線