

小修理と取替えが混在した保証の費用分析

— 2回目以降の故障に対して取替えを行う場合を中心として —

01800034 神戸国際大学経済学部 * 林坂 弘一郎 RINSAKA Koichiro
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

1. はじめに

保証を伴う製品の製造業者は、故障によって将来必要となる保証費用のために売上の一部を保証準備金として確保しておかなければならない。適切な保証準備金を設定するためには、必要となる保証費用を正確に見積もることが重要である。こうした観点から、これまでに様々な保証政策に対して保証費用を推定する研究が数多く報告されている [1-5]。

現在の我が国では、特に家電製品のような製品は、標準で1年間の保証を伴うことが多い。通常の保証においては、保証期間中の故障に対しては修理を行うことが一般的である。しかし、保証期間中に何度も故障を繰り返す場合、製造業者の信用が失墜することになる。このため、保証期間中に何度も故障するような場合には、顧客の信用を失わないために、保証規定には明記されていなくとも、サービスとして修理ではなく製品そのものを取替える製造業者が少なくない。しかしながら、このようなサービスを行うことによって、当初見積もっていた保証費用を大幅に超過してしまう恐れがある。したがって、取替えを行うことにより増加する費用を正確に見積もることが必要である。

本研究では保証期間中の最初の故障に対しては小修理を行うが、以降の故障に対してはすべて新品に取替えるという保証を取り扱う。このような保証に対して、製造業者に必要となる期待費用を定式化し、(a) 最初の故障にのみ小修理を行い、以降は対応しない保証政策、(b) すべての故障に対して小修理を行う保証政策、もとの期待費用と比較を行う。

2. 期待費用

システムの故障に対して小修理 [6] を前提としてシステムを運用したとき、故障の振る舞いは強度関数 $h(t)$ の非同次ポアソン過程を用いて表現できる。なお、

$$H(t) = \int_0^t h(x) dx \quad (1)$$

であり、時刻 $t(t \geq 0)$ での故障回数を $N(t)$ とすると

$$\Pr\{N(t) = n\} = \frac{[H(t)]^n}{n!} e^{-H(t)} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

である。

2.1 保証政策 a

製造業者の期待費用として最も簡単な定式化は、保証期間中の最初の故障に対してのみ製造業者が責任を持つと考えられる場合の定式化である。

保証期間を $\tau(> 0)$ とする。保証期間中の最初の故

障のみ小修理を行い、以降は対応しない場合、製造業者に発生する期待費用 $C_a(\tau)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_a(\tau) &= c_0 F(\tau) \\ &= c_0 [1 - e^{-H(\tau)}] \end{aligned} \quad (3)$$

なお、 $c_0(> 0)$ は小修理費用、 $F(\cdot)$ は故障分布関数である。これは保証期間中に2回以上故障する確率が無視できるくらい小さい場合を想定している。したがって、現実には式 (3) の定式化では、期待費用が過小に評価されてしまうことになる。

2.2 保証政策 b

通常、製造業者は保証期間中のすべての故障に対して責任を持つ。また、保証期間中に複数回故障する確率も無視できない。保証期間中のすべての故障に対して小修理を無料で行う場合、製造業者に発生する期待費用 $C_b(\tau)$ は次式で与えられる。

$$C_b(\tau) = c_0 H(\tau) \quad (4)$$

2.3 保証政策 c

製造業者は小修理を無料で実施することで保証期間中の最初の故障に対処するが、以降の故障に対してはサービスとして新品に無料で取替えるという保証政策 c のもとでの製造業者の期待費用を定式化する。

保証期間中 $(0, \tau]$ に1度も故障しない確率は式 (2) より

$$P_0 = e^{-H(\tau)} \quad (5)$$

であり、このとき製造業者に費用は発生しない。次に、保証期間中に丁度1度だけ故障する確率は

$$P_1 = H(\tau) e^{-H(\tau)} \quad (6)$$

である。この場合、製造業者には1回の小修理費用が発生する。最後に、保証期間中に、時点 x で丁度2度の故障が発生し、この時点でシステムの取替えを行う場合、時点 x 以降の取替回数の期待値は再生関数 $M(\tau - x)$ で与えられる。よって、このような保証政策をとる製造業者に発生する期待保証費用 $C_c(\tau)$ は

$$\begin{aligned} C_c(\tau) &= c_0 H(\tau) e^{-H(\tau)} \\ &\quad + \int_0^\tau \{c_0 + c_1 [1 + M(\tau - x)]\} \\ &\quad \times h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \\ &= c_0 [1 - e^{-H(\tau)}] \end{aligned}$$

$$+ c_1 \left\{ 1 - [1 + H(\tau)] e^{-H(\tau)} + \int_0^\tau M(\tau - x) h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \right\} \quad (7)$$

となる。ただし、 c_0 は小修理費用、 c_1 は取替費用である。以下では $c_0 < c_1$ を仮定する。

3. 期待費用の比較

ここでは、2. で定式化した期待費用を比較することで、保証期間中に取替えを行うことにより増加する費用について考える。

初回の故障のみ小修理を行い、以降の故障は対応しない保証政策 a と、すべての故障に対して小修理を行う保証政策 b のもとの期待費用の比較を行う。 $D_1(\tau) \equiv C_b(\tau) - C_a(\tau)$ とすると

$$D_1(\tau) = c_0 [H(\tau) + e^{-H(\tau)} - 1] > 0 \quad (8)$$

となる。明らかに、 $C_b(\tau) > C_a(\tau)$ である。

初回の故障のみ小修理を行う政策 a と、2 回目の故障で取替えを行う政策 c のもとの期待費用の比較を行う。 $D_2(\tau) \equiv C_c(\tau) - C_a(\tau)$ とすると

$$D_2(\tau) = c_1 \left\{ 1 - [1 + H(\tau)] e^{-H(\tau)} + \int_0^\tau M(\tau - x) h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \right\} \quad (9)$$

となり、 $C_c(\tau) > C_a(\tau)$ である (証明略)。

すべての故障に対して小修理を行う政策 b と、2 回目以降の故障で取替えを行う政策 c のもとの期待費用を比較する。 $D_3(\tau) \equiv C_c(\tau) - C_b(\tau)$ とすると

$$D_3(\tau) = c_0 [1 - e^{-H(\tau)} - H(\tau)] + c_1 \left\{ 1 - [1 + H(\tau)] e^{-H(\tau)} + \int_0^\tau M(\tau - x) h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \right\} \quad (10)$$

となる。しかし、 $D_3(\tau)$ の正負を解析的に示すことは困難であると考えられる。

4. 数値例

ここでは、システムの故障の振る舞いが次数 2 のガンマ分布

$$F(x) = 1 - (1 + \lambda x) e^{-\lambda x} \quad (11)$$

に従う場合の数値例を示す。図 1 に $\lambda = 0.2$ 、 $c_0 = 1$ 、 $c_1 = 3$ とした場合の期待費用を示し、図 2 には期待費用の差を示す。図 2 より $C_c(\tau) > C_b(\tau)$ となることが認められる。また、保証期間 τ が大きいほど、保証政策の違いによる期待費用の差が大きくなることも

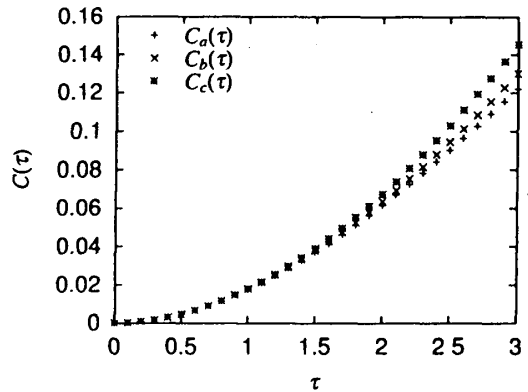


図 1: 期待費用

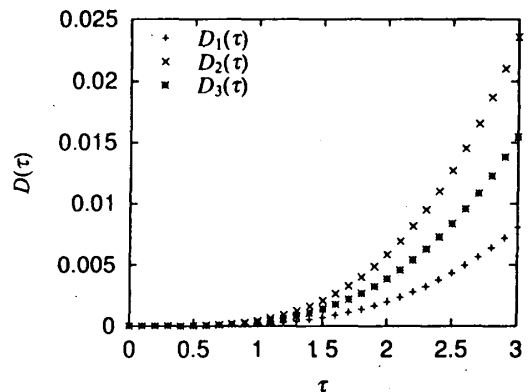


図 2: 期待費用の差

確認できる。

参考文献

- [1] Y. Balcer and I. Sahin, "Replacement costs under warranty: Cost moments and time variability," *Oper. Res.*, vol.34, no.4, pp.554-559, July-Aug. 1986.
- [2] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, *Warranty cost analysis*, Marcel Dekker, New York, 1994.
- [3] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, (eds), *Product warranty handbook*, Marcel Dekker, New York, 1996.
- [4] W.W. Menke, "Determination of warranty reserves," *Manage. Sci.*, vol.15, no.10, pp.B542-B549, June 1969.
- [5] D.G. Nguyen and D.N.P. Murthy, "Cost analysis of warranty policies," *Nav. Res. Logist. Q.*, vol.31, no.4, pp.525-541, Dec. 1984.
- [6] R.E. Barlow and L.C. Hunter, "Optimum preventive maintenance policies," *Oper. Res.*, vol. 8, no.1, pp.90-100, Jan.-Feb. 1960.