1－A－4

2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

標的アプローチにおける多様なパレート最適解の探索方法

02004784 関西大学大学院 *伊佐田百合子 ISADA Yuriko
01402374 関西大学 仲川勇二 NAKAGAWA Yuji

1．はじめに

多目的離散最適化問題のための標的アプローチ[1]は，多目的離散最適化問題に代理目的を導入して任意に定めた標的値より良い目的関数を与える実行可能解を列挙し解を求める方法である．この方法を用いて，非線形多目的離散最適化問題のパレート最適解を効率的に求めることができる．

本稿では，標的アプローチを意思決定の現場で活用するために，代理乗数の決定を効率的に行う方法について議論する．標的アプローチにおける代理乗数は意思決定者の選好構造を反映しており，標的値は意思決定者が必要としている解のサイズを与えることができる．代理乗数と標的値はともに標的アプローチを意思決定支援に使用する上で，重要な感性パラメータの役割を果たす．

2．標的アプローチ

次のような単一制約の非線形多目的離散最適化問題(P^1)を考える．

$$(P^1)\text{: Maximize } f(x)=\left\{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}(x_i),\ldots,\sum_{i=1}^{n} f_{mi}(x_i)\right\}$$

$$\text{subject to } g(x)=\sum_{i=1}^{n} g_i(x_i)\le b,$$

$$x_i\in K_i \quad \text{for } i\in N,$$

ここで，$f(x)=\left\{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}(x_i),\ldots,\sum_{i=1}^{n} f_{mi}(x_i)\right\}$は目的関数，ただし，目的関数は複数，すなわち$m\ge 2$，$g(x)$は制約関数である．$K_i=\{1,2,\cdots,k_i\}$，$N=\{1,2,\cdots,n\}$で，$x_i$は$i$の項目案が$1,2,\cdots,k_i$の$k_i$個存在し，そのひとつ$x_i\in K_i$を実施するとした場合の決定変数である．

問題（P^1）を効率的に解くために，代理乗数を用いて非線形多目的離散最適化問題の複数の目的関数を単一の目的関数に変換し，任意に定められた標的値より良い目的関数値を与える実行可能解を列挙する問題を考える．この問題を代理標的問題と呼ぶ．代理標的問題（P^2）は，以下のように定式化される．

$$(P^2)\text{: Target } \quad wf(x)\ge f^{ST}$$

$$\text{subject to } \quad g(x)\le b,$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i=1, w_i\ge 0,$$

ここで，$w=(w_1, w_2, \ldots, w_m)$は代理乗数，$wf(x)$は代理目的関数，$f^{ST}$は代理目的の標的値である．

代理標的問題の実行可能解を原問題の目的関数で優越操作して得られた解は，原問題の厳密なパレート最適解であることが理論的に保証されている[2]．更に，厳密解法でありながら，1000変数規模の非線型ナップサック問題が解き得ることが報告されており[3]，大規模な問題にも対応可能である．

3．多様なパレート最適解の探索方法

非線形多目的離散最適化問題の多様なパレート最適解を探索するためには，各目的関数に対する代理乗数の先端と先端の間を分割数dで等分し，代理目的空間上の分割点に代理乗数を割り当てればよい．分割数dは代理目的関数上のメッシュの細かさを決定し，これにより，この方法を用いて得られるパレート最適解の多様性が決定される．

図 1は，3目的で分割数d＝4の場合の代

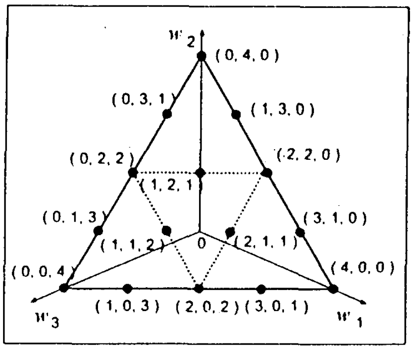

図 1 代理目的空間

理目的空間に均等に割り当てられた代理乗数を例示したものである．村田ら[4]がセルラーGA で用いた方法を応用している．

目的関数の重み付けをおこない代理目的問題として解いた場合には，一般的に，パレート曲面が非凸であるならば，双対ギャップが生じ支持超平面を持たない点においてパレート最適解を見出すことができない．しかし，標的アプローチは，代理目的関数の最適値を緩和した値である標的値より良い全ての実行可能解を列挙するので，図 2に示したようにパレート曲面が非凸であっても，支持超平面を持たない点においてパレート最適解を見つけることが可能である．したがって，均等に割り当てられた代理乗数を用いて各分割点においてパレート最適解を見つけることが可能となり，多様なパレート最適解が得られる．図 3，図 4に2目的(d=10)で変数の数が 50，変数に対する項目案数が 10 と 50 の場合についてテストを行った結果を示す．テストの結果から，この方法を用いることにより，パレート曲面上の多様なパレート最適解が抽出されていることがわかる．意思決定者は，得られたパレート最適解によって与えられる各目的関数の値を評価し，意思決定者の選好構造に最も適合する目的関数値を与えるパレート最適解を出発点とし，より良いパレート最適解が得られるまで探索を繰り返せば意思決定者の選考情報に一致する解を効率的に求めることが可能である．

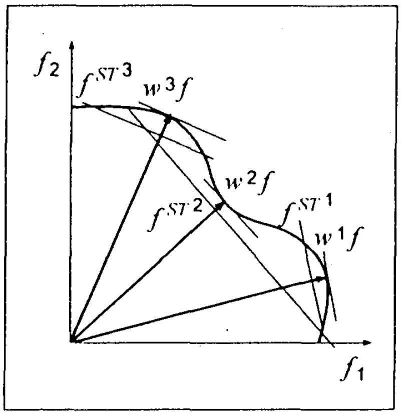

図 2 パレート曲面

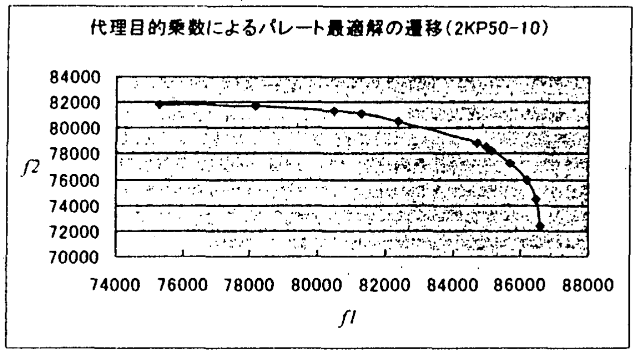

図 3 代理乗数によるパレート最適解の遷移 (2PK50-10)

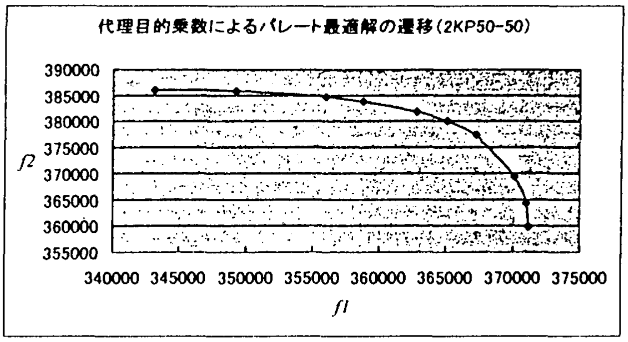

図 4 代理乗数によるパレート最適解の遷移 (2PK50-50)

参考文献

[1] Y.Isada, M.Hikita, Y.Nakagawa: "A Method for Solving Multi-objective Discrete Optimization Problem", Proceedings of the first western pacific and third australia-japan workshop on stochastic models in engineering, technology and management, (1999), pp.192-201.

[2]疋田光伯，仲川勇二，"多目的離散最適化問題のための対話型意思決定アルゴリズム，"経営工学会論文誌，Vol. 51, pp. 197-202, 2000.

[3] Y.Nakagawa and A. Iwasaki: "Modular Approach for Solving Nonlinear Knapsack Problems", IEICE Trans. Fundamentals E82-A (9), (1999), p.1860-1864.

[4]村田忠彦，野沢寛之，辻村泰寛，玄光男，"セルラー多目的GAにおけるエリート保存戦略，"第11回インテリジェント・システム・シンポジウム講演論文集(大阪，9月24-25日，2001)245-246.