2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

可能性情報下のクールノー複占市場の分析

01991735　香川大学 郭沛俊 GUO Peijun

企業１、２はある同質的な財をそれぞれq_1, q_2産出し、財の価格は

$P = a - b(q_1 + q_2) \quad (P > 0) \qquad (1)$

とする。

各企業$i(i = 1,2)$の利潤w_iは、次のようになる（簡単のため、各企業の生産費用を０とする）。

$w_i(a, q_i, q_j) = aq_i - bq_i^2 - bq_i q_j, i \neq j \qquad (2)$

$a > 0$と$b > 0$はともに需要パラメータであるが、以下ではbを定数、aを可能性変数として取扱う。aの可能性分布

$\pi_A : [a_l, a_r] \to [0,1] \qquad (3)$

は連続関数で、ある$a_c \in [a_l, a_r]$が存在し、$\pi_A(a_c) = 1$、$\pi_A(a_l) = 0$、$\pi_A(a_r) = 0$、$[a_l, a_c]$で増加関数、$[a_c, a_r]$で減少関数とする。

命題１　企業$i(i = 1,2)$の利潤の可能の範囲は$[0, \frac{a_r^2}{4b}]$となる。

定義１．効用関数　$u : [0, \frac{a_r^2}{4b}] \to [0,1]$は連続単調増加関数で、以下の条件を満たす

（１）$u(0) = 0 \qquad (4)$

（２）$u(\frac{a_r^2}{4b}) = 1 \qquad (5)$

定義2.

企業jの産出量はq_jであるとき、企業iの産出量q_iの楽観的な価値$V_{io}(q_i, q_j)$は以下のように定義する。

$$V_{io}(q_i, q_j) = \max_a(\min(\pi_A(a), u(w_i(q_i, q_j, a)))) \qquad (6)$$

（リスク好み）

定義３.

企業jの生産量はq_jであるとき、企業iの産出量q_iの悲観的な価値$V_{ip}(q_i, q_j)$は以下のように定義する。

$$V_{ip}(q_i, q_j) = \min_a(\max(1 - \pi_A(a), u(w_i(q_i, q_j, a)))) \qquad (7)$$

（リスク回避）

企業が楽観的な価値と悲観的な価値に基づく、以下の行動を採るべきである。

（I）企業jの産出量q_jを予想して、企業iは自分の楽観的な価値$V_{io}(q_i, q_j)$を最大化するように産出量q_iを決める。すなわち、企業iの楽観的な反応関数は

$$q_i = \arg\max_{q_i} V_{io}(q_i, q_j) = g_{io}(q_j) \qquad (8)$$

（II）企業jの産出量q_jを予想して、企業iは自分の悲観的な価値$V_{ip}(q_i, q_j)$を最大化するように産出量q_iを決める。すなわち、企業iの悲観的な反応関数は

$$q_i = \arg\max_{q_i} V_{ip}(q_i, q_j) = g_{ip}(q_j) \qquad (9)$$

定義４．方程式

$$\begin{cases} q_1 = g_{1o}(q_2) \\ q_2 = g_{2o}(q_1) \end{cases} \qquad (10)$$

$$\begin{cases} q_1 = g_{1p}(q_2) \\ q_2 = g_{2p}(q_1) \end{cases} \qquad (11)$$

の解(q_{1o}^*, q_{2o}^*)と(q_{1p}^*, q_{2p}^*)はそれぞれ楽観的なナッシュ均衡解と悲観的なナッシュ均衡解と呼ぶ。

命題 1．楽観的なナッシュ均衡解(q_{1o}^*, q_{2o}^*)は以下の方程式の解となる。

$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{\hat{a}_{1o}(q_2) - bq_2}{2b} \\ q_2 = \dfrac{\hat{a}_{2o}(q_1) - bq_1}{2b} \end{cases} \qquad (12)$$

ここで$\hat{a}_{io}(q_j)$は$\pi_A(a)$と$u(w_i(a,q_i^*(q_j),q_j)$の右側の交点の横座標となる。$\hat{a}_{i0}(q_{jo}^*)$は企業iが楽観的な観点から最も考えるべき需要となり、楽観的フォーカス・ポイントと呼ぶ。

命題 2. 悲観的なナッシュ均衡解(q_{1p}^*,q_{2p}^*)は以下の方程式の解となる。

$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{\hat{a}_{1p}(q_2)-bq_2}{2b} \\ q_2 = \dfrac{\hat{a}_{2p}(q_1)-bq_1}{2b} \end{cases} \tag{13}$$

ここで$\hat{a}_{ip}(q_j)$は$1-\pi_A(a)$と$u(w_i(a,q_i^*,q_j)$の左側の交点の横座標となる。$\hat{a}_{ip}(q_{jp}^*)$は企業iが悲観的な観点から最も考えるべき需要となり、悲観的フォーカス・ポイントと呼ぶ。

定理 1. 楽観的な均衡解(q_{1o}^*,q_{2o}^*)と悲観的な均衡解(q_{1p}^*,q_{2p}^*)は必ず唯一に存在する。

定義 5. 二つの可能性分布$\pi_{A'},\pi_A(x)$は与えられて、任意のxに対し、$\pi_{A'}(x)\geq\pi_A(x)$が成立つならば、可能性分布$\pi_{A'}$は可能性分布π_Aより大きいと呼び、$\pi_{A'}\geq\pi_A(x)$で表す。

定理 2. 可能性分布$\pi_{A'}$、π_Aに基づき得られた楽観的な均衡解をそれぞれ$(q_{1o}^{*'},q_{2o}^{*'})$、$(q_{1o}^*,q_{2o}^*)$とし、悲観的な均衡解をそれぞれ$(q_{1p}^{*'},q_{2p}^{*'})$、$(q_{1p}^*,q_{2p}^*)$とする。$\pi_{A'}\geq\pi_A$ なら、$[q_{1o}^{*'},q_{2o}^{*'}]\geq[q_{1o}^*,q_{2o}^*]$、$[q_{1p}^{*'},q_{2p}^{*'}]\leq[q_{1p}^*,q_{2p}^*]$が成立つ。

命題 2. 各企業の均衡利潤の可能性分布$\pi_W(w)$は以下のようになる。

$$\pi_W(w)=\pi_A\left(\frac{w+bq_i^{*2}+bq_i^*q_j^*}{q_i^*}\right)$$

ここで、(q_1^*,q_2^*)は企業１、２の均衡産出量。

参考文献

1. Dubois, D. and Prade, H., Possibility Theory, Plenum Press, New York, 1988.
2. Guo,P. and Chen, F., The possibilistic approach to the newsboy problem, The First International Conference on Electronic Business, Dec. 19-21,2001, Hong Kong (Accepted).
3. Kreps, D., A Course in Microeconomic Theory, Princeton University Press, New Jersey, 1990.
4. Tanaka,H. and Guo, P., Possibilistic Data Analysis for Operations Research (Heidelberg; New York; Physica-Verlag, Feb., 1999).
5. 有定　愛展　ゲームと情報の経済理論、勁草書房、2000 年 3 月。