2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

高速輸送機関の発達が都市の商業売上高に与える影響
－ハフモデルに基づく解析学的分析－

01107680　慶應義塾大学　　栗田　治　KURITA Osamu

1. はじめに

複数の都市を結ぶ高速輸送機関が未発達であるものとする．この場合，都市の商業活動は，その都市周辺部で閉じたものとならざるを得ない．しかし，都市同士を結ぶ高速輸送機関が設けられたならばどうだろう(新幹線の敷設や大陸のLand-Bridge構想の如くに)．この場合，都市を超えた購買活動が可能となり，各都市の商業売上高は影響を受けるに違いない．影響がプラスに出ればその都市の商業活動には弾みがつき，マイナスに出ればその都市の商業活動は衰退の道を辿ることになる．こうしたプラスとマイナスは何をもって決定されるのだろうか？こうした分析は，(1)プラスの影響を受ける都市はそれを上潮としてさらなる発展を期する，(2)マイナスの影響を受ける都市はそれを克服するための手段を講ずる，といった実際的な議論の基礎となるであろう．さらには将来にかけての都市発展・衰退の様子を動的にシミュレートするための作法を提供することもできるものと考える．今回は客がその都市で買い物をする頻度をハフモデル(非集計ロジットモデルと等価)で与えた上で，都市間高速輸送機関の速さが各都市の売上に与える影響を明示的に分析するための初等的なモデルを提案する．

2. ハフモデルの紹介

平面上にn店の商業施設があるものとする．j番目の店の規模をスカラー化したもの(例えば床面積や品揃えの数など)をS_jと呼ぶ．客が店jを訪れるときの所要時間(または移動距離)をt_jとしよう．そして客が店jによって引っ張られるものと考え，その力を函数

$$f_j = f(S_j, t_j) \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

で与える(一般にfはS_jの増加函数でt_jの減少函数であると想定する)．このとき，客がj番目の店で買い物をする頻度p_jを次式で表すのがハフのモデルである：

$$p_j = \frac{f_j}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} \quad (j = 1, 2, \cdots, n). \tag{2}$$

ただし函数fは冪乗型または指数型の重力モデル式とする．ハフモデルは現実の購買活動や商圏を比較的に上手く説明できる．また，ハフモデルは実は非集計ロジットモデルや始点制約型の空間相互作用モデルと等価であることが分かっている[2]．

3. 1次元の圏域で都市が2つのモデル

3.1 商業集積地と客の移動時間

議論を見通しの良いものにするために，1次元の圏域$[0, L]$を考え，都市1の商業集積地をx_1で，都市2の商業集積地をx_2で与える．圏域の人口分布は

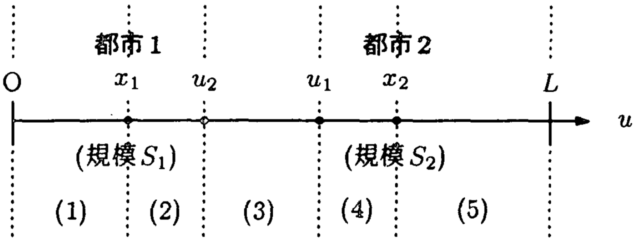

図1　圏域$[0, L]$での商業集積地x_1とx_2.

表1　商業集積地x_jへの所要時間$t_j(u)$ $(j = 1, 2)$.

出発点uの位置	$t_1(u)$	$t_2(u)$
(1) $0 \le u < x_1$	$\frac{x_1 - u}{w}$	$\frac{x_1 - u}{w} + \frac{a}{v}$
(2) $x_1 \le u < u_2$	$\frac{u - x_1}{w}$	$\frac{u - x_1}{w} + \frac{a}{v}$
(3) $u_2 \le u < u_1$	$\frac{u - x_1}{w}$	$\frac{x_2 - u}{w}$
(4) $u_1 \le u < x_2$	$\frac{x_2 - u}{w} + \frac{a}{v}$	$\frac{x_2 - u}{w}$
(5) $x_2 \le u \le L$	$\frac{u - x_2}{w} + \frac{a}{v}$	$\frac{u - x_2}{w}$

$$\rho = \rho(u) \quad (0 \le u \le L) \tag{3}$$

とする．圏域内の任意の2点間の移動は，元々は速さwで行われているものとする(徒歩，馬，バス等による移動を想定)．この移動は便利なものではないので，圏域の人々は専ら最寄の商業集積地で買い物をしていた，という次第．ところが，ここにx_1とx_2を直結する高速輸送機関(鉄道，高速道路，航空路線等を想定)が登場したものとしよう．そして，駅$x_1 \leftrightarrow$駅x_2間は速さvで移動できるものとする．勿論$w < v$である．

点$u(\in [0, L])$の住民が商業集積地x_jを訪れるときの所要時間を$t_j(u)$とする．ただし客は従来の(速さwの)移動と高速輸送機関の(速さvの)移動とを上手く組合わせて，最も速かな経路を選択するものと約束する．このとき$t_j(u)$は表1の如くにuによって場合分けして記述される．ただし表1中のa，u_1，u_2は次のように定義した：$a = x_2 - x_1; u_1 = (x_1 + x_2)/2 + wa/(2v); u_2 = (x_1 + x_2)/2 - wa/(2v)$．$u_j$は，出発点$u(\in [x_1, x_2])$から商業集積地$x_j$に向かうに当たり，高速輸送機関を用いるか従来の低速移動のみでゆくかが場合分けされる境界を意味する．

3.2 指数型重力モデルの導入と売上高の定式化

商業集積地x_jの規模をスカラー化したものをS_jとし，x_jが点$u(\in [0, L])$の住民を引っ張る力$f_j(u)$を指数型の重力モデルで与える：

$$f_j(u) = kS_j^{\alpha} e^{-\gamma t_j(u)} \quad (\gamma > 0). \tag{4}$$

そして点$u(\in[0,L])$の住民が買い物をするに当たって，商業集積地x_jを選ぶ頻度を$p_j(u)$とする．これをハフモデルで与えると次式の通りとなる：

$$p_j(u)=\frac{f_j(u)}{f_1(u)+f_2(u)}. \tag{5}$$

1人の客の単位時間当たり小売支出を1とする．人口密度は$\rho(u)$だから，都市jの単位時間当たり売上高をϕ_jとすると，次式の通りに定式化される：

$$\phi_j=\int_0^L p_j(u)\rho(u)\,\mathrm{d}u \quad (j=1,2). \tag{6}$$

(4)と(5)を(6)に代入・整理すると次式を得る：

$$\begin{aligned}\phi_1 \;=\; & \int_0^{u_2}\frac{\rho(u)\,\mathrm{d}u}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{-\frac{\gamma}{v}a}} \\ & +\int_{u_2}^{u_1}\frac{\rho(u)\,\mathrm{d}u}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{\frac{\gamma}{v}(2u-x_1-x_2)}} \\ & +\int_{u_1}^{L}\frac{\rho(u)\,\mathrm{d}u}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{\frac{\gamma}{v}a}}.\end{aligned} \tag{7}$$

(L,x_1,x_2,S_1,S_2)が所与のとき，ϕ_1は$(\gamma/w,\gamma/v)$の函数であることが(7)式から分かる．なお

$$\phi_2=\int_0^L \rho(u)\,\mathrm{d}u-\phi_1 \tag{8}$$

であることは言うまでもない．

3.3　均一な人口分布での計算と数値例

均一な人口分布

$$\rho(u)=\frac{1}{L}\quad(0\le u\le L) \tag{9}$$

の下でのϕ_1を(7)にしたがって計算した：

$$\begin{aligned}L\cdot\phi_1 \;=\; & \frac{L-\bar{x}-\frac{aw}{2v}}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{\frac{\gamma}{v}a}}+\frac{\bar{x}-\frac{aw}{2v}}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{-\frac{\gamma}{v}a}} \\ & +\frac{w}{v}a+\frac{w}{2\gamma}\ln\frac{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{-\frac{\gamma}{v}a}}{1+\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\alpha}e^{\frac{\gamma}{v}a}}.\end{aligned} \tag{10}$$

上で$\bar{x}$はx_1，x_2の中点座標である：$\bar{x}=(x_1+x_2)/2$．ここでは便宜上(9)の如くに$\int_0^L\rho(u)\,\mathrm{d}u=1$と設定しているため，$\phi_1$は都市1の市場占有率を表すことになる(勿論$\phi_2=1-\phi_1$は都市2の市場占有率である)．

高速輸送機関の充実が各都市の市場占有率に与える影響を把握するために，v以外の係数を

$$(L,x_1,x_2,S_1,S_2)=(200\mathrm{km},50\mathrm{km},150\mathrm{km},2,1),\quad w=10\mathrm{km/h},\quad \alpha=1$$

と固定した．すなわち都市1の商業規模は都市2のそれの2倍という設定である．そして高速輸送機関の速さvを，10km/h$(=w)$から100km/hまで変化させてϕ_1，ϕ_2の関係をプロットしたのが図2である．ただし，同図では，距離抵抗係数γの3通りの値($0.2\mathrm{h}^{-1}$，$0.6\mathrm{h}^{-1}$，$1.0\mathrm{h}^{-1}$)に対応させて曲線を描いている．

当然であるが，元々高速輸送機関が存在しない状況($v=w=10\mathrm{km/h}$)で規模の大きい都市1の市場占有率が勝る．この優位性はvが大きいほど圧倒的なものとなってゆくことが図2から読み取れる．魅力に乏しい都市2の劣勢は益々絶望的なものとなってゆくという次第である．すなわち**輸送の高速化は規模の大きい都市の市場占有率をさらに伸ばす**のである．

図2からは更に，γ値によって速さvの効き方が異なることが読み取れる．γ値は，購入の対象となる品目の種類によって異なる[3]：日常の買回り品(食料など)のγは大きく，特殊な嗜好品(ある種のブランド品など)のγは小さい．すなわち，高速輸送機関の敷設によって大きな打撃を被る(恩恵を受ける)小売り業種と，そうでもない業種が存在することが示唆されるのである．ここでの結果に則して言えば，規模の小さな商業集積地が高速輸送機関の敷設によって受けるダメージは，γ値が小さいほど大きいのである．

なお，極端なケースとして高速輸送機関の速さが無限大の場合($v\to\infty$)を想定すると，$\lim_{v\to\infty}\phi_1=S_1/(S_1+S_2)$が証明できる．これが図2の曲線の漸近線に対応する．図2の想定では$S_1=2$，$S_2=1$だからϕ_1は2/3に漸近し，ϕ_2は1/3に漸近する．

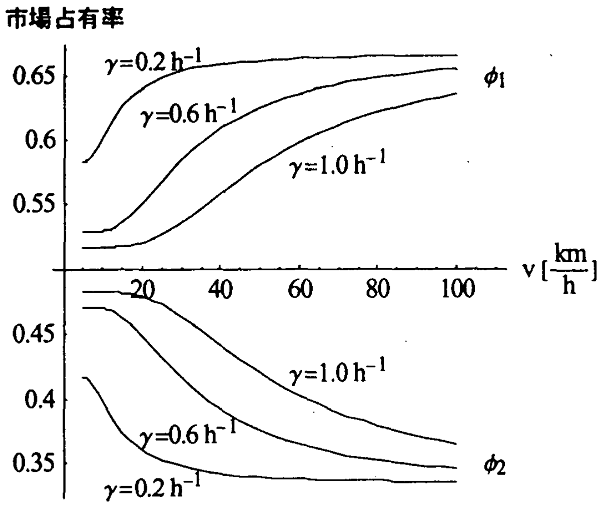

図2　距離抵抗係数γ値による速さvの効果の相違．

参考文献

[1]Huff,D.L.(1964): Defining and Estimating a Trading Area, *Journal of Marketing*, Vol.28, No.3, pp.34－38.

[2]谷村秀彦(1987)：空間相互作用モデル，建築・都市計画のための調査・分析方法(日本建築学会編)，井上書院，pp.201－206.

[3]江沢譲爾・高橋潤二郎・西岡久雄(1973)：経済立地論の新展開，勁草書房．