2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

小売業における
サービスタイム開始の判断基準に関する一考察

02103234 神戸商科大学大学院 * 川勝 英史 KAWAKATSU Hidefumi
02800014 流通科学大学大学院 林坂 弘一郎 RINSAKA Koichiro
02701774 神戸商科大学大学院 柳井 秀三 YANAI Shuzo
01507034 神戸商科大学商経学部 藤江 哲也 FUJIE Tetsuya
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

1. はじめに

小売業においては，生鮮食料品，惣菜や生菓子のように賞味期間が 1 日程度であるような商品を扱うことが少なくない．これらの商品は，営業終了後に売れ残った場合，商品価値が無くなり廃棄される．このため小売業では，閉店時刻が近づくと商品の割引販売を行い，すなわち，サービスタイムを実施し，需要を増加させ，商品の廃棄量を極力抑えている．

同様の立場から在庫管理を捕らえ，航空機の座席やホテルの客室の予約を念頭に置いた研究に Feng[1] や Michael[2] がある．彼らは，航空機の座席数を与えた上で，期待利益を最大にするような最適価格や最適割引開始時刻を求める方法について展開している．これに対して，小売業で扱うような商品の発注量は，航空機の座席数のように与えられておらず，種々の要因に応じて変化させなければならない．Khouja[3] は，期待利益を最大にするという意味での最適発注量，最適割引価格及び最適販売価格を求めるためのアルゴリズムを提案している．しかし彼は，最適な割引開始時刻については議論していない．

本研究では，1 期間の寿命をもつ商品を対象とした場合に，サービスタイム開始時刻において残り在庫量がある判断基準量以上であれば割引販売を実施し，そうでなければ割引販売は実施しないという方策のもとで，期待利益を最大にするような最適判断基準，並びに最適発注量を求めるためのモデルを提案する．

2. モデル

本研究では以下の場合を考える．(1) サービスタイム開始時刻 t において在庫量が R 以上であれば割引販売を実施し，そうでなければ時刻 t 以降も通常販売を行う．(2) サービスタイム実施時には，商品を通常販売価格よりも安い価格で販売する．このため，サービスタイム実施時の需要量は通常販売時の需要量よりも大きくなる．(3) 品切れは考慮するが，バックログは認めない．(4) 営業終了時刻において売れ残っている商品は廃棄される．

また，本研究では次のような記号を定義する．Q：仕入量．X_1：時刻 t までに発生する需要量．但し，X_1 は $[0,+\infty)$ において連続な密度 $f_1(\cdot)$ をもち，この分布関数 $F_1(\cdot)$ と平均 μ_1 を持つ確率変数である．X_2，Y：時刻 t 以降で，サービスタイムを実施しない場合と実施する場合にそれぞれ発生する需要量．ここに X_2 及び Y は，それぞれ $[0,+\infty)$ において連続な密度 $f_2(\cdot)$，$g(\cdot)$ をもち，これらの分布関数 $F_2(\cdot)$，$G(\cdot)$ と平均 μ_2，θ を持つ確率変数である（$\mu_2 \leq \theta$）．p_1，p_2：サービスタイムを実施しない場合と実施する場合の単位商品当り利益（$p_2 \leq p_1$）．c_1：単位在庫当り廃棄費用．c_2：単位在庫当り品切れ費用．

3. 期待利益

時刻 t までの需要量に応じて，以下の 3 つの場合分けが考えられる．

(1) 時刻 t で $X_1 \leq Q-R$ の場合．

時刻 t で需要量が $X_1 \leq Q-R$，すなわち在庫量が R 以上となる確率は $F_1(Q-R)$ で与えられる．この場合，サービスタイムを実施することになり，条件付期待利益は次式により与えられる．

$$
\begin{aligned}
&P(R|X_1 \leq Q-R) \\
&\quad = \int_0^{Q-x_1}\Big[p_1x_1+p_2y \\
&\qquad\qquad -c_1(Q-x_1-y)\Big]dG(y) \\
&\qquad + \int_{Q-x_1}^{\infty}\Big[p_1x_1+p_2(Q-x_1)
\end{aligned}
$$

$$-c_2(x_1+y-Q)\Big]dG(y)$$

$$= (p_2+c_1+c_2)\int_0^{Q-x_1}\overline{G}(y)dy + p_1x_1 - c_1(Q-x_1) - c_2\theta \quad (1)$$

(2) 時刻 t で $Q \geq X_1 \geq Q-R$ の場合.

この場合，時刻 t における在庫量は 0 以上 R 未満となるので，サービスタイムは実施しない．従って，条件付期待利益は次式の通りである．

$$P(R|Q \geq X_1 > Q-R)$$

$$= \int_0^{Q-x_1}\Big[p_1x_1+p_1x_2 - c_1(Q-x_1-x_2)\Big]dF_2(x_2)$$

$$+\int_{Q-x_1}^{\infty}\Big[p_1x_1+p_1(Q-x_1) - c_2(x_1+x_2-Q)\Big]dF_2(x_2)$$

$$= (p_1+c_1+c_2)\int_0^{Q-x_1}\overline{F}_2(x_2)dx_2 + p_1x_1 - c_1(Q-x_1) - c_2\mu_2 \quad (2)$$

なお，時刻 t で $Q \geq X_1 \geq Q-R$ となる確率は $F_1(Q)-F_1(Q-R)$ で与えられる．

(3) 時刻 t で $X_1 \geq Q$ の場合.

この場合，時刻 t までに品切れが発生することになり，サービスタイムは実施しない．この場合の条件付期待利益は

$$P(R|X_1 \geq Q)$$

$$= \int_0^{\infty}[p_1Q - c_2(x_1+x_2-Q)]dF_2(x_2)$$

$$= p_1Q + c_2(Q-x_1-\mu_2) \quad (3)$$

で与えられる．また，時刻 t で $X_1 \geq Q$ となる確率は $\overline{F}_1(Q)$ である．

式 (1)，(2)，(3) をまとめた結果より，期待利益 $P(Q,R)$ は次式で与えられる．

$$P(Q,R)$$

$$= (p_1+c_1+c_2)\int_0^{Q}\overline{F}_1(x_1)dx_1$$

$$+(p_2+c_1+c_2)\times\int_0^{Q-R}\left[\int_0^{Q-x_1}\overline{G}(y)dy\right]dF_1(x_1)$$

$$+(p_1+c_1+c_2)\times\int_{Q-R}^{Q}\left[\int_0^{Q-x_1}\overline{F}_2(x_2)dx_2\right]dF_1(x_1)$$

$$-c_2\left[\mu_1+\mu_2\overline{F}_1(Q-R)+\theta F_1(Q-R)\right]$$

$$-c_1Q \quad (4)$$

4. 最適判断基準

ここでは，Q を与えたとき $P(Q,R)$ を最大にする最適判断基準 $R=R^*$ に関する解析結果をまとめる．なお，$G(x)<F(x)$ $(x \geq 0)$ の場合に焦点を絞り，次の式 (5) で定義する $L^R(R)$ を用いて，最適判断基準の存在条件を示すことにする．

$$L^R(R) \equiv (p_2+c_1+c_2)\int_0^{R}\overline{G}(y)dy - (p_1+c_1+c_2)\int_0^{R}\overline{F}_2(x_2)dx_2 \quad (5)$$

(1) $L^R(Q) \leq c_2(\theta-\mu_2)$ の場合.

このとき，$R^*=Q$ である．これは，商品を発注した直後からサービスタイムを実施することが最適であることを意味している．

(2) $L^R(Q) > c_2(\theta-\mu_2)$ の場合.

このとき，$P(Q,R)$ を最大にするような $0 < R^* < Q$ が唯一存在する．

なお，$P(Q,R)$ を最大にする $Q=Q^*$ についての解析には相当な困難が伴う．このため，Q^* に関する詳細な分析については，紙数の都合上，本モデルに関する数値例も含めて当日発表させて頂く．

参考文献

[1] Feng, Y. and Gallegos, G., Optimal starting times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares, *Management Science*, **41**, (1995), 1371-1391.

[2] Michael Z.F.L., Pricing non-storable perishable goods by using a purchase restriction with an application to airline fare pricing, *European Journal of Operational Research*, **134**, (2001), 631-647.

[3] Khouja, M.J., Optimal ordering, discounting, and pricing in the single-period problem, *Int. J. Production Economics*, **65**, (2000), 201-216.