2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

TCP 通信におけるデータ転送モデルの評価

01014373　愛知学泉大学 *今泉　充啓　IMAIZUMI Mitsuhiro
01701193　愛知工業大学　安井　一民　YASUI Kazumi
01400043　愛知工業大学　中川　覃夫　NAKAGAWA Toshio

1. はじめに

パーソナルコンピュータやワークステーションなどの普及に伴い，TCP(Transmission Control Protocol) を用いたインターネットやイントラネットなどのネットワーク技術の進展が期待されている．TCP 通信は，バルク・データ転送とインタラクティブ転送を扱うことができる [1][2]．バルク・データ転送は，送信側からセグメントを次々と送信し，受信側は 2 つのセグメントを受信すると送信側へ確認応答パケットを送信する方式である．一方，インタラクティブ転送は，送信側は 1 つのセグメントを送信したとき受信側からの確認応答を待ってから次のセグメントを送信し，受信側はセグメントを受信する度に確認応答パケットを送信する方式である．

ここでは，2 つの転送モデルを組み合わせた新しいハイブリッドデータ転送モデルを設定し，送信成功に至るまでのスループットを最大にする最適方策について議論する．

2. モデル

(1) 送信側は，送信すべき 1 単位データを n 個のセグメントに分割して送信する．

(2) 受信側では 1 単位データ（n 個のセグメント）を受信すると，送信側へ確認応答パケットを送信する．

(3) 受信側は n 個のセグメントのうち，すべてに誤りがなければ，ACK（acknowledgement: 肯定応答）の受信確認パケットを返す．n 個のセグメントのうち 1 つ以上に誤りがあればNAK（negative ACK: 否定応答）の受信確認パケットを返す．このパケットには誤ったセグメント番号のデータを含む．ここでは，エラーとなった k 個のセグメントのみを再送する．

(4) 1 つのセグメントに誤りがない確率を $\gamma(0<\gamma<1)$ とする．送信側で，1 つのセグメントを送出するまでの準備時間を $A(t)$（平均 : a）とし，送信側から 1 セグメントを送信し，確認応答パケットを受け取るまでの経過時間分布を $B(t)$（平均 : b）とする．

(5) 単位データを送信し，それが失敗したならば，誤った k 個のセグメントを 1 回のみ再送するが，もし再送信も失敗したならば，送信を中断して一定時間後に初期状態からやり直すものとする．そのやり直すまでの時間は，一定時間分布 $G(t)$（平均 : $1/\mu$）に従う．

以上の仮定のもと，システムの状態を次のように定義する．

状態 0: 送信処理開始.

状態 k: NAK の確認応答パケットを受信し，k 個のセグメント再送開始 $(k=1,2,\cdots,n)$.

状態 F: 送信失敗し，一時中断.

状態 S: 送信処理成功.

上のように定義された状態は，状態 S を吸収状態にもつマルコフ再生過程を形成する．

マルコフ再生過程における 1 ステップ推移確率時間分布を $Q_{i,j}(t)(i=0,k,F;j=0,k,S,F)$ とし，そのラプラス・スチルチェス (LS) 変換を $q_{i,j}(s)$ とすると，付録より，

$$
\begin{aligned}
q_{0,k}(s) &= \frac{n!}{k!(n-k)!}(1-\gamma)^k\gamma^{n-k}a(s)^n b(s) \\
&\quad (k=1,2,\cdots,n), && (1)\\
q_{0,S}(s) &= \gamma^n a(s)^n b(s), && (2)\\
q_{k,S}(s) &= \gamma^k a(s)^k b(s)(k=1,2,\cdots,n), && (3)\\
q_{k,F}(s) &= (1-\gamma^k)a(s)^k b(s) \\
&\quad (k=1,2,\cdots,n), && (4)\\
q_{F,0}(s) &= g(s). && (5)
\end{aligned}
$$

を得る．

次に，送信成功までの平均時間 $\ell_{0S}(n)$ を求めよう．システムが状態 0 から出発して，送信成功となるまでの経過時間分布 $H_{0,S}(t)$ は，次のような再生形方程式で与えられる．

$$\begin{aligned} H_{0,S}(t) &= Q_{0,S}(t)+\sum_{k=1}^{n} Q_{0,k}(t) * [Q_{k,S}(t) \\ &\quad +Q_{k,F}(t) * Q_{F,0}(t) * H_{0,S}(t)]. \end{aligned} \tag{6}$$

式(6)を LS 変換し，式(1)〜(5)を用いて整理することによって，

$$h_{0S}(s)= \frac{[\gamma a(s)]^n b(s)[1+\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}(1-\gamma)^k a(s)^k b(s)]}{1-\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}(1-\gamma)^k(\gamma^{n-k}-\gamma^k)a(s)^{n+k}b(s)^2 g(s)}. \tag{7}$$

を得る．従って，送信成功までの平均時間 $\ell_{0S}(n)$ を次のように求めることができる．

$$\begin{aligned} \ell_{0S}(n) &\equiv \int_0^t t dH_{0S}(t)=\lim_{s\to 0}-\frac{d}{ds}[h_{0S}(s)] \\ &= \frac{na(2-\gamma)+b(2-\gamma^n)+\frac{1}{\mu}}{[\gamma(2-\gamma)]^n}-\frac{1}{\mu}. \end{aligned} \tag{8}$$

3. 最適方策

ここでは，送信成功に至るまでの単位時間当りのデータ転送量を最大にする最適方策を考察する． 1 単位処理データを n 個のセグメントに分割して送信する場合のスループット $E(n)$ を，次のように定義する．

$$E(n)\equiv\frac{n}{\ell_{0S}(n)}=\frac{n}{\frac{na(2-\gamma)+b(2-\gamma^n)+\frac{1}{\mu}}{[\gamma(2-\gamma)]^n}-\frac{1}{\mu}}. \tag{9}$$

このとき，$E(n)$ を最大にする最適なセグメント分割数 n^* を求める．ここでは，$A(n)\equiv 1/E(n)$ とおき，$A(n)$ を最小にする n^* を求める．不等式 $A(n+1)-A(n)\geq 0$ とおくと，

$$nX(n+1)-(n+1)X(n)+\frac{1}{\mu}\geq 0. \tag{10}$$

を得る．ここで，

$$X(n)\equiv\frac{na(2-\gamma)+b(2-\gamma^n)+\frac{1}{\mu}}{[\gamma(2-\gamma)]^n}. \tag{11}$$

式 (10) の左辺を $L(n)$ とおくと，次式を得る．

$$L(n+1)-L(n)=\frac{n+1}{[\gamma(2-\gamma)]^{n+2}}D(n). \tag{12}$$

ここで，

$$\begin{aligned} D(n) &\equiv a(1-\gamma)^2(2-\gamma)[2+n(1-\gamma)^2] \\ &\quad +b(1-\gamma)^2[2(1-\gamma)^2-\gamma^{n+2}]+\frac{1}{\mu}(1-\gamma)^4. \end{aligned} \tag{13}$$

さらに，

$$\begin{aligned} L(1) &= \frac{1}{[\gamma(2-\gamma)]^2}\{a2(1-\gamma)^2(2-\gamma) \\ &\quad +b[(2-\gamma^2)-2\gamma(2-\gamma)^2]+\frac{1}{\mu}(1-\gamma)^4\}, \end{aligned} \tag{14}$$

$$L(\infty)=\infty. \tag{15}$$

よって，$D(n)$ は $D(1)$ から ∞ までの n の単調増加関数である．すなわち，$D(1)>0$ のとき，$L(n+1)-L(n)>0$ となり，$L(n)$ は $L(1)$ から ∞ までの n の単調増加関数となる．

以上より，次のような結論を得ることができる．

(1) もし，$D(1)>0$ かつ $L(1)<0$ ならば，式 (10) を満たす有限で唯一の $n^*(>1)$ が存在する．

(2) もし，$D(1)>0$ かつ $L(1)\geq 0$ ならば，$n^*=1$ である．

参考文献

1 野口正一監修，“TCP/IP 入門”，オーム社(1992).

2 竹下隆史，村山公保，荊田幸雄，“マスタリング TCP/IP 入門”，オーム社(1998).

付録

システムが時刻 $t=0$ で状態 i から出発し，時刻 t までに次の状態 j へ推移する確率分布 $Q_{i,j}(t)(i=0,k,F;j=0,k,S,F)$ は次式で表される．

$$\begin{aligned} Q_{0,k}(t) &= \binom{n}{k}(1-\gamma)^k\gamma^{n-k}A(t)^{(n)} * B(t) \\ &\quad (k=1,2,\cdots,n), && (16)\\ Q_{0,S}(t) &= \gamma^n A(t)^{(n)} * B(t), && (17)\\ Q_{k,S}(t) &= \gamma^k A(t)^{(k)} * B(t) \\ &\quad (k=1,2,\cdots,n), && (18)\\ Q_{k,F}(t) &= (1-\gamma^k)A(t)^{(k)} * B(t) \\ &\quad (k=1,2,\cdots,n), && (19)\\ Q_{F,0}(t) &= G(t). && (20) \end{aligned}$$

ここで，$*$ は分布関数のたたみこみを表し，一般に $a(t)^{(n)}$ は分布 $a(t)$ の n 重たたみこみを表す．すなわち，$a^{(n)}(t)\equiv a^{(n-1)}(t) * a(t), a(t) * b(t)\equiv\int_0^t b(t-u)da(u)$ である．