2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

GPによる待ち行列におけるカオス現象の推定と制御

※ 01304556 九州大学 時永 祥三
02991966 九州大学 陳 暁栄

1 まえがき

本報告では,サービスファシリティにおける顧客の自己目的最適化の原則による参加 / 退去原則のもとで発生する価格ずけ (Input Pricing) のカオス現象について,観測されたカオス時系列からGPによりダイナミックスを推定,制御する方法を示す。

2 サービスファシリティにおけるカオス現象

各種のサービス施設利用やネットワーク接続サービスでは,顧客は混雑の状況を見ながらサービスを受けるか拒否するか (参入と退去:join/balk) を決定する。

従来の待ち行列理論は,その前提としてファシリティ側に決定権がある,いわばsupply driven の環境であるが,顧客がサービスを選択する,いわゆるdemand driven の仮定のもとでは,更に多くのケースでカオスが観測されることが示されている。

以下では,文献[6]において示されているサービスファシリティにおけるカオス現象の基本モデルについて説明する。客は単位時間当たり Λ の到着率でサーバに到着する。しかし,これらのすべてがサービスを受けるものではないので,潜在到着率 (potential arrival rate) とよばれる。サーバに到着する客の中で,サービスを受ける者の割合を表すもので,単位時間当たりのサービス人数 (arrival rate) を λ で表す。

観測期間の間に,客がサービスを受けることによるコスト (費用) を $G_\mu(\lambda)$ で表す (μ はサーバの容量)。客がサービスを受けることによるサービス価値 (service value) の分布関数を $F(x), x \geq 0$ とする。

客のモデル化で最も重要なことは,客はサーバにおける待ち (待ち室における客数) を正確には知らないことであり,過去のデータから推定に基づいて行動を決定することである。与えられた到着率のもとで,サーバに加わるためのコストは $p = f + G_\mu(\lambda)$ となる (f はアドミション料)。客は p を正確には知ることができないが,過去のデータから p を推定 (これを π とする) し,自己の得ることのできるサービス価値と比較してサーバへの参加 / 退去を決める。

いま,期間 t において実際に発生した p を $p(t)$ としておき,客が次の期間における p の値として推定するものを $\pi(t+1)$ としておく。指数平滑型の予測 (推定) を用いた場合には,次のような関係になる。

$$\pi(t+1) = (1-\omega)\pi(t) + \omega p(t) \quad (1)$$

ここで,$0 \leq \omega \leq 1$ である。変換関数 $\bar{F}(x)$ の具体的な形としては,例えば,次のようなものが用いられる。

$$\lambda = \Lambda\bar{F}(\pi) = \begin{cases} \Lambda \quad (0 \leq \pi \leq d); \\ \Lambda(a-\pi)/(a-d) \quad (d \leq \pi \leq a); \\ 0 \quad (\pi \geq a) \end{cases} \quad (2)$$

サーバの容量の下限 μ_1, 上限 μ_2 の範囲にあるとき,変数 π はカオス的な挙動を示す。すなわち,最初の時点でサーバ容量が大きいときには価格 π は1つの安定点に向かう。サーバ容量が次第に小さくなるに従って分岐過程が発生し,価格は2つの値をとるようになる。更に,容量が小さくなると,2周期の振動から4周期振動,更に8周期振動へと移行している。この付近から大きなウィンドウが現れる。更に,サーバ容量を小さくしていくと3周期振動が現れ,最後には,再び安定点へと移行する。

3 GPによるカオス力学系の近似と制御

力学系の近似

いま,次のような n 次元のダイナミックスを考える。離散系においては

$$x_i(t+1) = F_i(x(t)) \quad (8)$$

ここで $x(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ は n 次元の状態ベクトルであり, $x_i(t)$ は第 i 次元目の状態である。い

ま,$(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ の系列が観測されていると仮定して, $F_i(t), i = 1, 2, ..., n$ を推定する問題がシステム近似の問題である。

システム方程式を表現する方法として prefix による方法を用いる。GP を適用する前に, それぞれの個体の能力 (適合度とよぶ) を計測する必要がある。時系列の予測問題であるので, 個体により表現される関数系により予測される時系列の予測値 $\hat{x}(t)$ と, 観測された時系列 $x(t)$ の 2 乗誤差をとり, この逆数がこの個体の適合度となる。

個体の集合 (プール) の能力をたかめることは, 個体に対して交叉処理, 突然変異処理を行うことにより可能である。しかし, GA における遺伝的操作と異なり, GP においては任意の位置で交叉をすると意味をなさない個体を生成する可能性がある。このため, ***StackCount*** というカウンタを用いる。

以下では, GP によるカオス力学系の近似方法を拡張して, 待ち行列理論で解析される問題にも適用できるように拡張する。GP でシステム方程式を表現する個体の表現において, その前半を関数の分子の表現に, 後半を分母の表現に用いる。個体は可変長となるが, その境界を明示することにより, 交叉処理における整合性を保持する。

カオス制御

ここで用いる方法は, 直接的に推定された方程式を用いる方法であるので, どの時点からでも制御可能であり, しかも, 少ないステップ数で制御が完了する利点がある。

ここで用いる制御の原理は次のようなものである。いまシステムの挙動を $x(t+1) = f(x(t)) + u(t)$ と仮定しておく。システムの入力 $u(t)$ がゼロのときの $f(x(t))$ を GP により近似し, これを $\hat{f}(x(t))$ としておく。このとき, 現在の状態 $x(t)$ から制御を始めて, 次の状態が不動点に移行すればよいので $x_f = \hat{x}(t+1) = \hat{f}(x(t)) + u(t)$ となるように制御 $u(t)$ を加える (制御法 -I)。

更にこの制御法を拡張してとなるような入力を探索し加える制御方法を利用する (制御法 -II)。

$R(x_L) = \sum_{t=T_1+1}^{T_2} [\pi(t) - x_L]^2 / (T_2 - T_1) \to \min$

$u(T_1) = x_L - \pi(T_1)$, T_1, T_2: 制御開始と終了

4 応用例

以下では, 本報告で提案するカオスダイナミックスの推定と, その制御への応用をシミュレーションをもとにして示す。

いま, サーバの特性として $M/M/1$ を仮定する。

システムの推定

もとのシステム関数は有理関数である。従って, 近似に用いるシステムの関数は有理関数により表現されると仮定し, これの近似に必要な原始関数 +, −, ∗ を用いる。

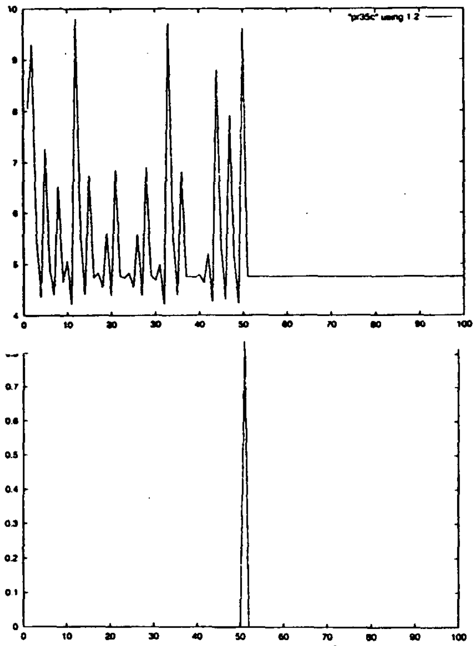
シミュレーションの条件を, 次のように設定する。推定された方程式は省略する。また, 予測 GP の世代数を 40 としたとき推定の 2 乗誤差は, 0.0073 となる。

制御の例

カオス振動の状況にあるシステムを仮定する。推定された方程式をもとに制御入力を推定しながら, 均衡点へと移行させる。表 1 にいくつかの制御ケースを示す。$R(x_L), T_s$ は制御誤差と制御持続期間。図 1 には, カオス時系列の制御の例, この場合の入力を示す。

Table 1. 制御結果 (Control II)

μ	mean input	$R(x_L)$	T_s of stabilization
0.35	4.750	0.0001	50
0.55	4.268	0.02	9
0.80	3.708	0.01	23



参考文献

[1] J.R.Koza:G1natic Programming,MIT Press, 1992

[2] Y. Ikeda and S.Tokinaga:"Approximation of chaotic dynamics by using smaller number of data based upon the genetic programming", Trans. IEICE, vol.E83-A,no.8, pp.1599-1607, 2000

[3] Y. Ikeda and S.Tokinaga:"Controlling the chaotic dynamics by using approximated system equations obtained by the genetic programming Trans. IEICE,vol.E84-A, vol.9,pp.2118-2127,2001.

[4] C.M.Rump and S.Stidham,Jr:"Stability and chaos in input pricing for a service facility with adaptive customer response to congestion",Management Science,vol.44,no.2.,,p.246-261,1998.