2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ネットワークを用いたリーグ戦のスケジューリング

02203000 筑波大学システム情報工学研究科 *鈴鹿 順美 SUZUKA Ayami
01206100 筑波大学社会工学系 猿渡 康文 SARUWATARI Yasufumi
01703540 筑波大学社会工学系 吉瀬 章子 YOSHISE Akiko

1 はじめに

リーグ戦形式で行われる各種スポーツ競技において，各試合開催日に対する「対戦カード」と「試合会場」(スケジュールと呼ぶ) は，各参加チームがシーズンを通して満たすべき制約条件や，参加チームからの要請など，複雑な条件が数多く存在するため，当該スポーツ管轄団体の関係者の手作業によって作成されることが多かった．その一方で，シーズンの拡大や参加チーム数の増大に伴って，スケジュール作成のシステム化が望まれるようになってきた．

本論文では，リーグ戦形式で行われるスポーツ競技を対象とし，シーズンを通してのスケジュールを決定する問題 (リーグ戦スケジューリング問題と呼ぶ) をネットワーク上の最適化問題としてモデル化し，提案するモデルを効率良く解くための解法を提案する．

リーグ戦スケジューリング問題に対しては，Nemhauser–Trick [6] が，米国大学バスケットボールリーグを題材に，整数計画法を基礎としたモデル化と解法を提案している．De Werra [3, 4], Campbell–Chen [2] は，リーグ戦スケジューリング問題をグラフ上の問題としてモデル化し，Schreuder [7] は，De Werra の結果をオランダサッカーリーグのリーグ戦スケジューリング問題に適用している． また，Ferland–Fleurent [5] は，対話型インターフェイスを備えたスケジュール作成支援システムを開発している．

2 リーグ戦スケジューリング問題

リーグ戦に参加するチームの集合 K, 各チームのフランチャイズ競技場からなる試合会場の集合 F, シーズンを構成する期の集合 T と，各会場 i, j 間の移動コスト c_{ij} が与えられたとき，シーズンを通しての各チームの移動コストの合計が最小となるスケジュールを決定する問題を，リーグ戦スケジューリング問題と呼ぶ．ただし，以下の条件を満足しなければならない．

条件 1. 任意の 2 チームがシーズンを通して対戦するカード数は同一である．

条件 2. チーム k がある期において、フランチャイズ競技場 (以外) で行う試合を，チーム k のホームゲーム (アウェイゲーム) と呼ぶと，任意の 2 チームに対して，シーズンを通してのホームゲーム数とアウェイゲーム数は一致しなければならない．

条件 3. 連戦禁止

条件 4. 半節折り返し禁止

この問題は，プロ野球や J–リーグといったリーグ戦形式で行われるスポーツ競技の年間スケジュールを決定する問題をモデルとしたものである．また，リーグ戦スケジューリング問題は，シーズンを通してのスケジュールを決定するための，基本的な条件のみを対象とし，各チームの移動コストを評価関数として導入した問題である．

3 解法のフレームワーク

分枝限定法を適用して最適解を求める．分枝操作によって条件に反する解を排除するとともに，次節で述べる問題を子問題として下界値計算に利用し効率を高める．

4 モデル化と定式化

4.1 モデル化

リーグ戦スケジューリング問題に対して，参加チームの集合 K は偶数個のチームからなるものとし，更に，以下の仮定をおく．

仮定 1. 各参加チームは各期において必ず対戦を行う．

仮定 2. 各参加チームは各期 1 チームのみと対戦する．

仮定 3. 対戦はいずれかのチームのフランチャイズ競技場で行われる．

ここで, 各 t 期に対して 2 部グラフ G^t を作成する. Hがホーム, Aがアウェイというポジションを意味するとし, $P = \{H_1, A_1, \cdots, H_{|K|/2}, A_{|K|/2}\}$ をポジションの集合とする. G^t の頂点集合は, 参加チームを表す頂点 $v_1, \cdots, v_{|K|}$ からなる頂点集合 V_K と, ポジションを表す頂点 $v_1^H, \cdots, v_{|K|/2}^H$, $v_1^A, \cdots, v_{|K|/2}^A$ からなる頂点集合 V_P であり, 一方, 枝集合は, 参加チームを表す頂点からポジションを表す頂点への有向枝からなる $A = V_K \times V_P$ である. このとき, $G^t = (V_K, V_P, A)$ である. G^t は t 期の対戦組合せを表現するものであり, G^t 上の任意のマッチングが t 期の対戦カードを実現することは明らかである.

次に, $d_1, \cdots, d_{|T|-1}$ を t 期と $t+1$ 期の間に置いたダミー頂点とし, $d_0, d_{|T|}$ をそれぞれ 1 期の前, $|T|$ 期の後に置いたダミー頂点とし, $D = \{d_0, d_1, \cdots, d_{|T|}\}$ とおく. t 期のポジションを表す頂点とダミー頂点 d_t を結ぶ有向枝集合を A_{PD}^t とし, 同様に, ダミー頂点 d_{t-1} と t 期の各参加チームを表す頂点を結ぶ有向枝集合を A_{DK}^t とおく. このとき, 頂点集合 $V = \{V_K \cup V_P \cup D\}$, 枝集合 $E = \{A(G^t) \cup A_{DK}^t \cup A_{PD}^t \mid t \in T\}$ とする $|T|$ 期間の対戦組み合わせを表すグラフを $G_T = (V, E)$ とする. また, 得られたネットワークにおいて, G^t の任意の頂点 v_k を含む路は, チーム k のシーズンを通しての対戦カードを表し, 2 節の条件 1 を満たすものである.

4.2 定式化

変数 $x_{ij}^t, y_{ij}^t, z_{ij}^t$ を, 任意の期の枝 $(i,j) \in A(G^t)$, $(i,j) \in A_{DK}^t$, $(i,j) \in A_{PD}^t$ にそれぞれ定義する. また, 任意の枝 $e \in E$ に対して, 各枝の容量 $cap(e) = 1$, 流量の下限 $low(e) = 0$ を付加し, 各枝のコストを適当な方法によって与える. このとき, この子問題は, G^T 上で d_0 から $d_{|T|}$ への流量 $|K|$ を満たす最小費用流問題として, 以下のように定式化できる. 各変数とも, 値をもつとき, 対応するチームの対戦行動として路に含まれることを意味する.

$$\min \sum_{(i,j)\in E} c_{ij} x_{ij}^t$$

s.t.

$$\sum_{j:(i,j)\in E} \{x_{ij}^t + y_{ij}^t + z_{ij}^t\} - \sum_{j:(j,i)\in E} \{x_{ji}^t + y_{ji}^t + z_{ji}^{t-1}\} = \begin{cases} |K| & : i = d_0 \\ 0 & : i \in V,\ i \neq d_0, d_{|T|} \\ -|K| & : i = d_{|T|} \end{cases} \quad \forall t \in T$$

$$0 \le x_{ij}^t \le 1,\ 0 \le y_{ij}^t \le 1,\ 0 \le z_{ij}^t \le 1$$

5 おわりに

日本プロ野球公式戦について, 本研究の算法を適用した結果を報告する.

参考文献

[1] 松井知己, スポーツのスケジューリング, オペレーションズ・リサーチ, Vol.44, No.3, pp.141–146, 1999.

[2] R.T. Campbell and D.S.Chen, "A minimum distance basketball scheduling problem," Management Science in Sports, pp.15–25, North-Holland, Amsterdam, 1976.

[3] D. De Werra, "Scheduling in Sports," O.R.Working Paper 45, Ecole Polytechnique Federale de Lousanne, 1979.

[4] D. De Werra, "Geography, games and graphs," *Discrete Applied Mathematics,* Vol.2, pp.327–337, 1980.

[5] J.A. Ferland and C. Fleurent, "Computer aided scheduling for a sport league," *INFOR* Vol.29, pp.14–25, 1991.

[6] G. Nemhauser and M. Trick, "Scheduling a major college basketball conference," *Operations Research,* Vol.46, pp.1–8, 1997.

[7] J.A.M. Schreuder, "Constructing timetables for sports competitions," *Mathematical Programming Study,* No.13, pp. 58–67, 1980.

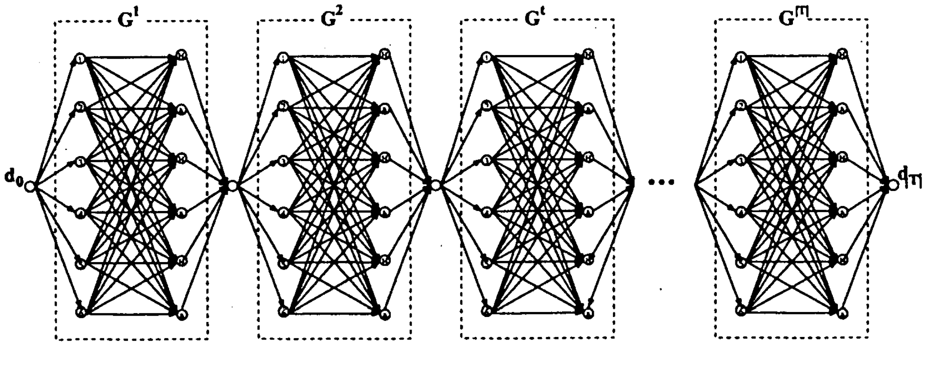

図 1: 基本的な条件 1. を満たす子問題を表すグラフ G_T