

狂牛病の微分方程式モデル

02401920 慶應義塾大学 中桐裕子 NAKAGIRI Yuko
01107680 慶應義塾大学 栗田 治 KURITA Osamu

1. はじめに

狂牛病は、1986年にイギリスで初めて確認された牛の感染症である。感染した牛の屑肉由来の飼料（肉骨粉）を再び牛が食すという「共食いの食物連鎖」によって感染規模は拡大し、更に感染牛の輸出によって病気はわずか20年弱で欧州中、さらにはわが国にまで飛び火した。狂牛病については詳細な調査が[1]などでなされているが、本研究では流行の背後にある構造を推察して単純なモデルを作成し、これを用いて実データの再現や状況の解析的把握を試みた。研究の主な成果は次の通り：

1. ある程度現状を再現可能な、簡便なモデルが作成できた。従って本モデルで推察した構造により現状を把握することが有効であると考えられる。
2. 外見では健康な牛と見分けがつかない感染牛数の動向（推定値）を可視化することができた。
3. 狂牛病発症数の将来予測や、狂牛病の発生時期と終息時期の推定などを行うことができた。
4. 実際に施行された防疫策の効果を数量化できた。これによって各策の評価の指標を得た。
5. 微分方程式系の解析理論を活用して、畜産に関するパラメータが狂牛病系に与える影響や、系の収束先などについて議論ができた。

2. モデルの作成と定式化

図1のようなモデルを作成した。単位時間に感染してしまう未感染牛の数は、汚染肉骨粉の増加量と未感染牛の数の積に比例すると仮定した。またその他の移行は、それぞれ一定の割合で生じるとすると、次のような定式化をすることができる：

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_1(t) &= b(Y_1(t) + Y_2(t)) - (a+d) \cdot Y_1(t) - b_1 \cdot Y_1(t) Y_4'(t), \\ \frac{d}{dt} Y_2(t) &= b_1 \cdot Y_1(t) Y_4'(t) - (a+d) \cdot Y_2(t) - b_2 \cdot Y_2(t), \\ \frac{d}{dt} Y_3(t) &= b_2 \cdot Y_2(t), \\ \frac{d}{dt} Y_4(t) &= a \cdot c \cdot Y_2(t). \end{aligned} \right. \quad \dots (*)$$

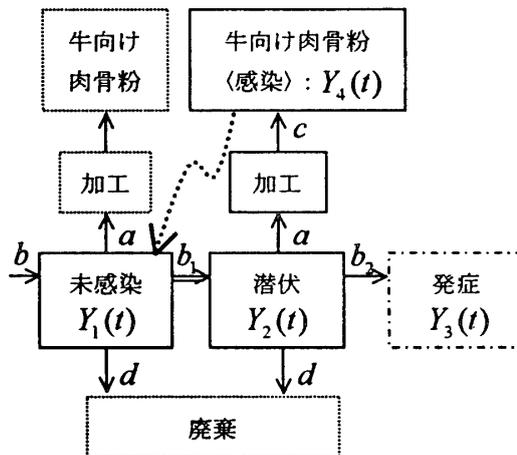


図1 狂牛病モデル模式図.

- $Y_1(t)$: 未感染牛の数,
- $Y_2(t)$: 潜伏期にある感染牛の数,
- $Y_3(t)$: 累積発症牛数,
- $Y_4(t)$: 累積肉骨粉量,
- b : 牛の(単位時間当たり)出生率,
- a : 牛の加工用屠畜率, d : 牛の廃棄用屠畜率,
- b_2 : 感染牛の発症割合,
- b_1 : 感染力の強さ,
- c : 加工牛が牛向け肉骨粉になる割合, まとめて $b_1 \cdot c = \alpha$: 防疫策の弱さの指標.

3. パラメータ設定と当てはめ結果

作成したモデルを、イギリス国内の狂牛病流行の様子に当てはめてみる。

牛の出生率 b と屠畜率 $a+d$ は[3]にある統計値から算出し、感染牛の発症割合 b_2 は[3]に記された平均的な狂牛病の潜伏期間(5年間)の逆数とした。防疫策の弱さを表わすパラメータ α は、系(*)の解が牛の総数 $Y_1(t)+Y_2(t)$ や累積発症数 $Y_3(t)$ の実データに上手く当てはまるように値を推定すれば良い。

ところでイギリス国内では、[2]より表1に示すように段階的に防疫策が強化されているので、これに合わせて α の値が減少していくものとする。また規制Aの施行以前は廃棄用屠畜率 $d=0$ 、つまり全ての牛が廃棄されることなく何らかの加工をされていたと想定した。

表 1. イギリス狂牛病関連の法規制 施行状況.

年月	規制	内容	廃棄用 屠畜率 d	防疫策 の 指標 α
88.7	規制 I	牛の共食い食物連鎖 禁止	$d = 0$	段階的に減少 (防疫策の強化に対応)
90.9	規制 II	全ての動物への牛特定 危険部位の投与禁止		
96.3	規制 III	哺乳動物からの肉骨粉 の使用一切禁止	$d > 0$ データ有	
	規制 A	生後 30 ヶ月以上 の牛の加工禁止		

以上のような手順で、モデルを現実データに当てはめた結果を図 2 に示す。なお、初期値として 1986 年 6 月の感染牛の数を 500 頭と与えた。1 節で述べた通り、実データへの当てはめによって次のような成果をあげることができた。

●感染牛数の動向の可視化

図 2 (a) において破線で示したのが感染牛数の推定曲線である。感染牛数は 1990 年 9 月の規制 II 施行直前に最大で約 20 万頭存在していたことが示唆された。これは当時の牛総数の約 1.7% である。

1996 年 3 月から 6 月にかけて無作為抽出の狂牛病検査が行われ、対象の約 0.43% の牛が感染していた。当時の牛の総数にこの割合を乗じるとその時点での感染牛数が約 52000 頭と推定されるだろう。一方モデルによる同時点の感染牛推定値は約 48000 頭であり、両者が近い値であることからモデルの妥当性が確保できたと考えられよう。

●狂牛病の発生と終息時期の推定

同図にて推定曲線を延長すると、狂牛病の発生時期は 1984 年末、見かけ上終息時期（月当り新規発症数が一頭以下）は 2010 年半ば、更に狂牛病の根絶時期（感染牛数が一頭以下）は 2018 年後半と算出された。

●防疫策効果の数量化

防疫策の弱さの指標となるパラメータ α の値は、

- 法規制以前 ... 6.5×10^{-7} (比率 1.00)
- 規制 I 施行移行 ... 4.6×10^{-7} (比率 0.71)
- 規制 II 施行移行 ... 0.7×10^{-7} (比率 0.11)
- 規制 III 施行移行 ... 0

と次第に小さくなると推定された。この縮小の割合を見ると、規制 I は規制 II に比べて狂牛病予防の効果がかなり小さかったことや、規制 III によって安全がほぼ完全に確保されたことなどが読み取れる。

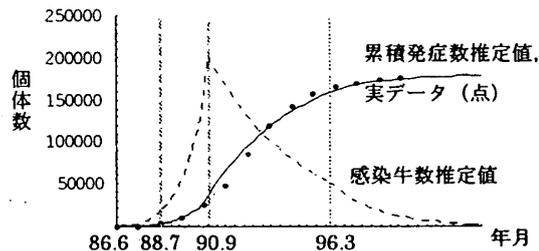


図 2 (a) 感染牛数と累積発症数の推定.

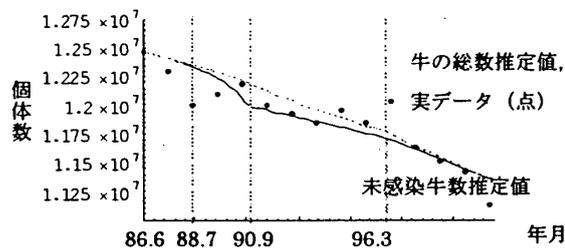


図 2 (b) 牛の総数と未感染牛数の推定.

4. 平衡点分析

系 (*) では、出生率 b と屠畜率 $a+d$ 、発症率 b_2 の大小関係によって次のような 3 パターンの解が得られる (図 3 にパターン (i), (ii) の軌道を示す):

- (i) $b < a+d \rightarrow$ 感染牛数が 0 に収束. 未感染牛数が $\frac{a+d+b_2}{a-\alpha}$ 以上 (以下) なら感染牛数は増加 (減少).
- (ii) $a+d < b < a+d+b_2 \rightarrow$ 第 1 象限に収束点が現れる, つまり病気が系内に定着する.
- (iii) $a+d+b_2 < b \rightarrow$ 感染牛の数が無限大に発散.

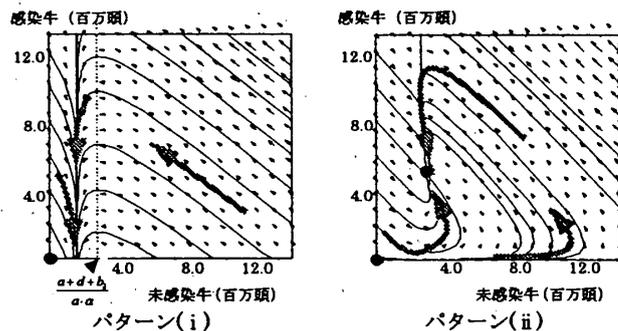


図 3 相平面上での解軌道例.

(パラメータの値は、(i) イギリス規制 I 施行前の推定値, (ii) 出生率のみ 1.5 倍で他は共通としたものである.)

5. 参考

- [1] EU Scientific Steering Committee(2000): Final opinion of the Scientific Steering Committee on the geographical risk of Bovine Spongiform Encephalopathy(GBR)
- [2] 中村靖彦 (2001): 狂牛病. 岩波新書
- [3] イギリス DEFRA: Department for Environment Food & Rural Affairs ホームページ <http://www.defra.gov.uk>