地球温暖化のある制御過程について

小田中 敏男

1. はしがき

森田等は10年当りの許容気温上昇を0.2℃以内とした場合、経済先進国の二酸化炭素の排出許容限界域を示し、このような限界域を「安全排出コリダー」と呼び、このコリダーの中で、或る適当な経路を求めるべきだ、というのが生態学的な持続可能性の意味するところであるとした。[1)]

又 Nordhaus はDICEモデル(Dynamic Integrated model of Climate and the Economy)を詳細に解析した。[2)]

小田中等は先に安全排出コリダーの基礎となるある制御過程を議論した。[3)] ここではより現実的な複雑な制御過程について考察する。

2. 定式化

時点tにおける大気中の二酸化炭素の量をV(t)とする。$t=k, k+1, \ldots, N-1$ これが状態変数であり、V(k) = Cとする。制御変数は時点tにおいて排出される二酸化炭素の量をv(t)とし、$|v(t)| \le A$とする。時点tにおける確率変数をS(t)とすると状態方程式は

$$\begin{aligned} V(t+1) &= V(t) + v(t) - \mu V(t) + S(t) \\ &= aV(t) + v(t) + S(t). \quad a = 1-\mu \end{aligned} \tag{1}$$

となる。

有限時限又は無限時限におけるある確率関数を最小にすることを考えよう。Pを確率として

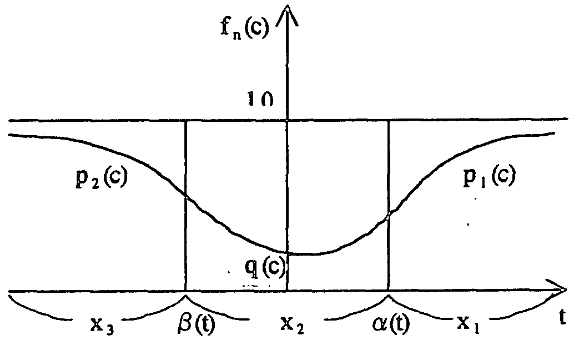
$$J = P\left\{(\max_{k \le t \le T} V(t) \ge \alpha) or (\min_{u \le t \le T} V(t) \le \beta)\right\}$$

とする。制約条件は$|v(t)| \le \bar{A}$としよう。このJを最小にするv(t)を求めよう。

$\min_{\{v\}} J = F_k(c)$とし、

$$\begin{aligned} F_{N-1}(c) &= p_1(c), \quad (c \ge \alpha) \\ &= q(c), \quad (\beta < c < \alpha) \\ &= p_2(c) \quad (c \le \beta) \end{aligned} \tag{2}$$

とする。$p_1(c)$, $q(c)$, $p_2(c)$は次図に示すような初期確率関数である。



3. 最適政策 (1)

$$\begin{aligned} F_k(c) &= p_1(c), \qquad (c \ge \alpha(t)) \\ &= \min_w \{\int_{\alpha-w}^{\infty} p_1(w+y)\varphi(y)dy + \int_{-\infty}^{\beta-w} p_2(w+y)\varphi(y)dy \\ &\quad + \int_{\beta-w}^{\alpha-w} F_{k+1}(w+y)\varphi(y)dy\}, \qquad (\beta < c < \alpha) \\ &= p_2(c) \qquad (c \ge \beta(t)) \end{aligned} \tag{3}$$

ここにw=c+vで、之等の式より政策{v(k)}と関数{$f_k(c)$}は決定される。

動的政策は

$$\begin{aligned} v_k &= \bar{A}, \qquad (c + \bar{A} \le \bar{v}_k) \\ &= \bar{v}_k - c, \qquad (c \le \bar{v}_k \le c + \bar{A}) \\ &= -(c - \bar{v}_k), (c - \bar{A} \le \bar{v}_k < c) \\ &= -A \qquad (\bar{v}_k \le c - \bar{A}) \end{aligned} \tag{4}$$

となる。ここに$\bar{v}_k$は次の方程式の単一解である。

$$\int_{\beta(t)-w}^{\alpha(t)-w} (1 - F_{k+1}(w+y))\varphi(y)dy = 0 \tag{5}$$

4. 最適政策（11）　一般的（ｓ，Ｓ）政策

3節の(3)に於いて

$T(w,\ F_{k+1}(w+y)) =$

$$\int_{\alpha-w}^{\infty} p_1(w+y))\varphi(y)dy + \int_{-\infty}^{\beta-w} p_2(w+y))\varphi(y)dy$$

$$+\int_{\beta-w}^{\alpha-w} F_{k+1}(w+y)\varphi(y)dy \qquad (6)$$

と置く。

次の制約条件をｖに置くとする。ｄ（ｖ）はｕの管理費用関数で$\mu(v)$はある確率関数とする。

$\mu(v)=\mathrm{p}\cdot\exp\{\mathrm{d}(\mathrm{v})\}$

$$d(u)=\begin{cases} k+d(\alpha(t)-\beta(t))^2 & |v|\geq(\alpha-\beta) \\ k+d(v)^2 & (\alpha-\beta)\geq|v|>0 \\ 0 & v=0 \end{cases}$$

$$p\geq\exp\left\{-(k+d(\alpha-\beta)^2)\right\} \qquad (7)$$

その時次の関数方程式が成立するとする。

$$F_k(C)=\begin{cases} p_1(c) & (c\geq\alpha(t)) \\ \min\limits_{w}\{\mu(v)\otimes T(w,F_{k+1}(w+y)\} & (8) \\ & (\beta(t)\leq c\leq\alpha(t)) \\ p_2(c) & (c\leq\beta(t)) \end{cases}$$

ここに⊗は代数和又は代数積である。

この時

$$w_k(c)=\begin{cases} S & c<s \\ c & s<c<S \end{cases} \qquad (9)$$

が成立する。

参考文献

1）森田恒幸（1998）：経済社会の持続的発展と環境の係わり方、「農業・農村と環境」（富田正彦著者代表）、養賢堂、ｐｐ．4-33.

2）Ｗ．Ｄ．Nordhaus(1994) : Managing the Global Commons, The MIT Press.

3）小田中敏男、雨宮孝（2000）：地球温暖化防止、―持続可能な開発―2000 年度日本ＯＲ学会秋季研究発表会予稿集.